



複合管路系内流体過渡現象の モード近似法に基づく実用的で高精度な シミュレーション法の開発

品田 正昭*

Development of a Practical and High Accuracy Simulation Technique based on Modal Approximation for Fluid Transients in Compound Pipeline Systems

Masaaki SHINADA*

1. はじめに

流体過渡現象に起因する各種配管系の衝撃・振動の低減化や、流体過渡現象を制御して系全体の動特性の改善を図ることは、油圧工学の分野においても極めて重要な技術的課題である。この目的を合理的に達成するためには、発生する流体過渡現象を高速・高精度に予測できるシミュレーション技術を開発し、これを設計ツールとして利用することが最も有効である。従来、単一管路系や少数の管路の比較的単純な組合せ管路系の流体過渡現象に対しては精度的にも信頼できる特性曲線法¹⁾が専ら利用されている。しかし、実際の装置や機械で対象となる管路系は、寸法や材質の異なる複数の管路、各種管継手、弁など多くの要素を含み複雑な回路網を構成する管路系〔本研究ではこれを複合管路系 (compound pipeline system) と記す〕である場合が多い。特性曲線法をこのような多様な複合管路系へ適用する場合には、主に次のような問題が生じる。(1) 管路要素の全てに対して一定の計算時間間隔に対応した分割格子を適切に設定することは極めて難しい。(2) 極端に短い管路要素があれば、それに合わせた時間間隔で計算を行うため不必要に計算時間が長くなる(格子点数が多くなる)。(3) 各管路の全ての格子点の変数を計算するため計算時間が長くなる。(4) 粘弾性ゴムホースのように管内波動伝播速度が周波数に依存する管路要素に対しては特性曲線法の適用そのものが不可能となる。このような場合、システムの仮想近似モデルによるシミュレーションが行われるが、シミュレーション精度が著しく劣化することは否めない。

複合管路系内流体過渡現象のシミュレーション技術として最近最も有望視されているのはモード近似法に基づく方法²⁾とされている。この方法は、個々の管路要素内の流れの動特性をラプラス領域で有限個の一次遅れ要素と二次遅れ要素の線形結合で近似し、時間領域では状態空間方程式(連立一階常微分方程式)として表すものである。時間応答の計算は、全管路要素の状態空間方程式を直接数値積分するか、あるいは、状態空間方程式の解法に基づく既存のシミュレーターに組み込むことで行われる。しかし、著者らの研究³⁾によれば、このシミュレーション技術は管路要素が一つの場合には高精度の結果が得られるが、複数の管路が接続される複合管路系に適用すると近似精度が本質的に劣化してしまうことが判明している。また実用的にも、各管路要素のモード近似の極が既知であること、モード次数の選定によって近似精度が変わること、前述の特性曲線法での問題点(2)および(3)があることなどの問題がある。この方法の外に、管路要素の状態空間方程式を有限要素法から直接導出する方法⁴⁾も提案されているが、複合管路系への適用に当たっては、本質的に前述のモード近似法に基づく方法と同じ問題点を含むものと推察される。

本研究⁵⁾は、多様な複合管路系が対象であっても系内に発生する流体過渡現象を高速・高精度でシミュレーション解析できる全く新しい計算法を開発したものである。計算法の特徴は、系の各構成要素の周波数応答伝達特性の数値データのみを用い、システム全体を考慮して算出した出力/入力周波数応答関数の数値的モード近似から、出力変数の時間応答の計算式を入力変数に対する簡単な漸化式形代数式として導出しているところにある。本研究ではこれを、システム全体をモード近似するという意味から、“システムモード近似法”(system modal approximation method, 略してSMA法)

* 専任講師, 機械工学科
Lecturer, Dept. of Mechanical Engineering

と記す。従って、SMA法は、数学的厳密性は多少欠けるものの、各構成要素の周波数応答伝達特性の数値データさえあればどのような伝達特性の構成要素を有する複合管路系にも適用が可能で、上述の特性曲線法での諸問題点を全て回避でき、また、管路系の境界条件が圧力または流量の既知時間関数で定義される場合は無論のこと、多様な非線形境界条件式で定義される場合にも適用できる実用的なシミュレーション技術である。

本報告では、先ずSMA法の計算過程を詳述し、次いで、回路構成の異なる3種類の油圧複合管路系内の流体過渡現象を対象に、SMA法によるシミュレーション結果と厳密解との周波数領域での比較、および特性曲線法による計算結果または実測結果との時間領域での比較を行なってSMA法の有用性を検証した結果を紹介する。

2. SMA法の計算アルゴリズム

SMA法における解析対象配管系の変数は全ての構成要素の接続点および境界における圧力 p と断面平均流量 q であり、これらは初期定常状態の値からの変動分を表すものとする。SMA法の計算手順[1]~[7]を以下に示す。なお以下では、変数の小文字は時間領域における値を、大文字はラプラス領域または周波数領域における値を表すものとする。

[1]初期設定:

(i)解析周波数域($f=0\sim fe$)を設定する。

(ii)各境界において既知の圧力または流量を入力変数に、他の変数を全て未知変数に指定する。ただし、圧力および流量ともに単独では既知でなく両者の関係式で与えられる境界においては、いずれか一方を入力変数に、他方を未知変数に指定する。

(iii)次式で定義される各構成要素の四端子周波数応答伝達行列の係数 $A_i\sim D_i$ の数値データを角周波数刻み $\Delta\omega$ で解析周波数全域にわたって設定する。

$$\begin{Bmatrix} P_{i-1}(j\omega) \\ Q_{i-1}(j\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i(j\omega) & B_i(j\omega) \\ C_i(j\omega) & D_i(j\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_i(j\omega) \\ Q_i(j\omega) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、係数の添え字 i は構成要素の要素番号を、変数の添え字 $i-1$ は構成要素の上流側の値、 i は下流側の値、 $()$ 内引数の j は虚数単位、 ω は角周波数($=2\pi f$)、 π は円周率を表す。なお、係数 $A_i\sim D_i$ の数値データは理論モデルから与えても実測値から与えてもどちらでもよい。

[2]周波数応答全体行列式の構築:

式(1)で与えられる各構成要素の伝達行列を基に、分岐や合流を含む構成要素の接続条件を考慮して、次式の形で表される系の周波数応答全体行列式を構築する。

$$\begin{Bmatrix} E_{j,j'}(j\omega) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_{j'}(j\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{j,k}(j\omega) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_k(j\omega) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $Y_{j'}$ ($j, j'=1\sim J$)は未知変数ベクトル、 X_k ($k=1\sim K$)は入力変数ベクトル、 $E_{j,j'}$ は式(1)の行列係数と0, 1, -1で構成される $J\times J$ 行列、 $F_{j,k}$ は $E_{j,j'}$ と同様の構成の $J\times K$ 行列である。なお、式(2)の構築は、複雑な回路構成の複合管路系に対しても極めて簡単な規則的処理で実行することができ、コンピュータでの会話型構築にも容易に対応できるものである⁸⁾。

[3]周波数応答関数の算出:

式(2)をガウス・ヨルダン法で解き、次式に示す各入力変数 X_k に対する未知変数の中の求めたい出力変数 Y_j の周波数応答関数 $G_{j,k}(j\omega)$ を算出する。

$$Y_j(j\omega) = \sum_{k=1}^K \{G_{j,k}(j\omega)X_k(j\omega)\} \quad (3)$$

以下では説明と記述の簡単化のために、式(3)の一入力一出力の場合のみを記し、 X_k, Y_j および $G_{j,k}$ を単に X, Y および G と記す。なお、多入力の場合の出力応答は、式(3)からも分かるように、各入力変数に対する出力変数の線形結合として求めることができる。

[4]周波数応答関数のモード近似式の定式化:

ラプラス領域における式(3)の全ての伝達関数 $G(s)$ (s はラプラス演算子)は次式の $G^*(s)$ に示すように、微分要素と一次遅れ要素および二次遅れ要素の有限和でモード近似することができるとする。

$$\left. \begin{aligned} G(s) = Y(s)/X(s) &\cong G^*(s) = b_0 + a_0s \\ &+ \sum_{m=1}^M \frac{c_m}{s + \eta_m} + \sum_{n=1}^N \frac{a_n s + b_n}{s^2 + 2\zeta_n s + \omega_n^2} \\ b_0 = G(0) &- \sum_{m=1}^M c_m/\eta_m - \sum_{n=1}^N b_n/\omega_n^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

[5]モーダル係数の数値的算定:

(i) $G^*(s)$ 中の二次遅れ要素の固有値を表す固有角周波数 ω_n と減衰比 ζ_n は、モーダル解析における半幅値を用いた推定法に準じた方法で、 $G(j\omega)$ の周波数応答特性から数値的に算定する。すなわち、 $G(s)$ が圧力/圧力と流量/流量の形態の場合は、 $G(j\omega)$ のコクアド線図上で、虚部が n 番目の極値を示す周波数 f_n と、 f_n 前後で実部が極値(極大値と極小値)を示す周波数の幅 Δf_n を数値的に探索し、 ω_n と ζ_n を次式より算定する。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_n &= 4f_n/2f_n \\ \omega_n &= 2\pi f_n/\sqrt{1-\zeta_n^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

この探索は解析周波数全域で行い、二次遅れ要素のモード

の総数 N および ω_n と ζ_n ($n=1 \sim N$) を決定する。なお、伝達関数 $G(s)$ が圧力/流量と流量/圧力の形態の場合には、上記のコクアド線図上での極値の探索において実部と虚部の関係が逆になる。

(ii) $G^*(s)$ 中の一次遅れ要素は、主に低周波領域(二次遅れ要素の最低次の固有振動数 f_i よりもかなり低い周波数領域)における系の動特性に支配的に影響するものであり、その極 η_m は、 $G(j\omega)$ 中に明瞭に現れる集中定数的特性を示すものと、 $G(j\omega)$ 中には明瞭に現れない分布定数的特性を示すものの2種類がある。本論文で提案するこれらの極の算定法は以下のとおりである。

まず、前者の集中定数的特性を示す極に対しては、探索周波数範囲を $0 \sim f_i/3$ に限定し、 $G(j\omega)$ のコクアド線図上で、虚部が m 番目の極値を示す周波数 f_m を数値的に探索し、 η_m ($m=1 \sim M-1$) を次式より算定する。

$$\eta_m = 2\pi f_m \quad (6)$$

次に、後者の分布定数的特性を示す極は、一つの極 (η_m) で近似できると仮定し、厳密式 $G(s)$ と近似式 $G^*(s)$ の誤差を表す関数 $W(s)$ から成る次式の評価関数 H に最小自乗法を適用して、 η_m (および $\chi_{0,1} \sim \chi_{5,m}$) を未定定数として算出する。

$$H = \int_{\Delta\omega} \left[\{\text{Real}(W(j\omega))\}^2 + \{\text{Imag}(W(j\omega))\}^2 \right] d\omega \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{G^*(s) - G(s)}{G(s)} \cdot \frac{(s + \eta_M)}{s} \\ &= \left\{ \frac{G(0)}{G(s)} - 1 \right\} \left(1 + \frac{\eta_M}{s} \right) + \frac{s\chi_{0,1} + \chi_{0,2}}{G(s)} \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \frac{s^2\chi_{1,n} + s\chi_{2,n} + \chi_{3,n}}{G(s)\omega_n^2(s^2 + 2\zeta_n\omega_n s + \omega_n^2)} \\ &\quad + \sum_{m=1}^{M-1} \frac{s\chi_{4,m} + \chi_{5,m}}{G(s)\eta_m(s + \eta_m)} \end{aligned} \quad (8)$$

である。なお、式(7)において、積分の下限を $\Delta\omega$ (数値データの角周波数刻みとしたのは H の零割りを避けるためである。また、式(8)において、 $\chi_{0,1} \sim \chi_{5,m}$ は η_m と他のモード係数から成る未定定数であり、 $W(s)$ は η_m と $\chi_{0,1} \sim \chi_{5,m}$ に関する線形一次代数式となっている。ただし、 $\chi_{0,1} \sim \chi_{5,m}$ は以後の計算には不要のものである。また、 $W(s)$ の式が $G(s)$ と s で除されているのは誤差の重みを全解析周波数にわたって均等にするためである。

(iii) 最後に、 a_0 および留数 a_n 、 b_n 、 c_m を、誤差を表す関数 $W(s)$ に次式 (a_0 、 a_n 、 b_n 、 c_m に関する線形一次代数式) を用い、

式(7)の評価関数 H に最小自乗法を適用して算出する。

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{G^*(s) - G(s)}{G(s)} = \frac{G(0)}{G(s)} - 1 + \frac{sa_0}{G(s)} \\ &\quad - \sum_{m=1}^M \frac{sc_m}{G(s)\eta_m(s + \eta_m)} \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n^2 sa_n - (s^2 + 2\zeta_n\omega_n s) b_n}{G(s)\omega_n^2(s^2 + 2\zeta_n\omega_n s + \omega_n^2)} \end{aligned} \quad (9)$$

[6] 時間応答式の導出:

時間領域における入力を $x(t)$ 、 $G(s)$ のインパルス応答を $g(t)$ 、計算時間刻みを Δt とすると、出力 $y(t)$ は数値たたまみ込み積分の形で次式のように近似できる。

$$\begin{aligned} y(t + \Delta t) &= \int_0^{t+\Delta t} g(t + \Delta t - \tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau \\ &= \int_0^t g(t + \Delta t - \tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau \\ &\quad + g\left(\frac{\Delta t}{2}\right) \frac{\Delta t}{2} \{x(t + \Delta t) + x(t)\} \end{aligned} \quad (10)$$

さらに、 $G(s)$ が式(4)に示す $G^*(s)$ でモード近似できる場合には、 $G^*(s)$ の一次および二次遅れ要素のインパルス応答はいずれも指数関数 (e^{st}) の形を有するので、微分項を後退差分で近似するとすれば、式(10)は次のような漸化式形の媒介変数を有する簡単な代数式に変形できる。

$$y(t + \Delta t) = h(t) + h_0 \cdot x(t + \Delta t) \quad (11)$$

ここで、

$$\begin{aligned} h_0 &= b_0 + a_0/\Delta t + \sum_{m=1}^M (\beta_{e,m} \gamma_{e,m}) \\ &\quad + \sum_{n=1}^N (\beta_{c,n} \gamma_{c,n} + \beta_{s,n} \gamma_{s,n}) \\ \bar{x} &= \{x(t - \Delta t) + x(t)\}/2 \\ y_{e,m}(t) &= \alpha_{e,m} y_{e,m}(t - \Delta t) + \beta_{e,m} \bar{x} \\ y_{c,n}(t) &= \alpha_{c,n} y_{c,n}(t - \Delta t) \\ &\quad - \alpha_{s,n} y_{s,n}(t - \Delta t) + \beta_{c,n} \bar{x} \\ y_{s,n}(t) &= \alpha_{c,n} y_{s,n}(t - \Delta t) \\ &\quad + \alpha_{s,n} y_{c,n}(t - \Delta t) + \beta_{s,n} \bar{x} \\ h(t) &= -a_0 x(t)/\Delta t \\ &\quad + \sum_{m=1}^M \gamma_{e,m} \{ \alpha_{e,m} y_{e,m}(t) + \beta_{e,m} x(t) \} \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \gamma_{c,n} \{ \alpha_{c,n} y_{c,n}(t) - \alpha_{s,n} y_{s,n}(t) + \beta_{c,n} x(t) \} \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \gamma_{s,n} \{ \alpha_{c,n} y_{s,n}(t) + \alpha_{s,n} y_{c,n}(t) + \beta_{s,n} x(t) \} \end{aligned} \quad (12)$$

であり、 y_e, y_c, y_s は初期値が0の媒介変数、 $\alpha \sim \gamma$ はモーダル係数と Δt から成る次式に示す定数である。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{e,m} &= \exp(-\eta_m \Delta t) \\ \beta_{e,m} &= \exp(-\eta_m \Delta t / 2) \Delta t / 2 \\ \gamma_{e,m} &= c_m \\ \Omega &= \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \\ \alpha_{c,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t) \cos(\Omega \Delta t) \\ \beta_{c,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t / 2) \cos(\Omega \Delta t / 2) \Delta t / 2 \\ \gamma_{c,n} &= a_n \\ \alpha_{s,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t) \sin(\Omega \Delta t) \\ \beta_{s,n} &= \exp(-\zeta_n \omega_n \Delta t / 2) \sin(\Omega \Delta t / 2) \Delta t / 2 \\ \gamma_{s,n} &= (b_n - a_n \zeta_n \omega_n) / \Omega \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

[7]時間応答の計算:

(i)全ての境界(総数: K)の入力変数が既知の時間関数で与えられる場合には、式(3)で表される出力変数の時間応答は、 $G_{j,k}(j\omega)$ の諸モーダル係数を決定すれば、式(11)の線形結合として、次式の入力変数に対する漸化式形の代数計算により求めることができる。

$$y_j(t + \Delta t) = \sum_{k=1}^K \{h_{j,k}(t) + h_{0j,k} \cdot x_k(t + \Delta t)\} \quad (14)$$

ここで、 $h_{0j,k}$ と $h_{j,k}(t)$ は、入力 $x_k(t)$ 、出力 $y_j(t)$ の場合の、式(12)中の h_0 と $h(t)$ に相当するものである。

なお、出力の初期定常状態の値を y_{0j} とすると、出力の絶対量 $\bar{y}_j(t)$ は次式で与えられる。

$$\bar{y}_j(t) = y_{0j} + y_j(t) \quad (15)$$

ここで、出力の初期値 y_{0j} は、入力 x_{0k} の初期定常状態の値を x_{0k} とすると、式(3)より次式で算出することができる。

$$y_{0j} = \sum_{k=1}^K \{ \text{Real}(G_{j,k}(0)) \cdot x_{0k} \} \quad (16)$$

(ii)管路系の幾つかの境界 k' ($k'=1 \sim K' \in K$)において、圧力および流量ともに既知量ではなく、両者の関係が境界条件式で与えられる場合には、以下のような方法で任意の出力の時間応答を求める。

境界 k' においては、前述の計算手順[1]でその境界の圧力が流量のいずれか一方が変数 x_k 、他方は出力変数 y_k に指定され、 y_k を求める式は式(14)から次のように記述できる。

$$y_k(t + \Delta t) = \sum_{k=1}^K \{h_{k',k}(t) + h_{0k',k} \cdot x_k(t + \Delta t)\} \quad (17)$$

ここで、 x_k 以外の x_k ($k=K'+1 \sim K$)は既知である。また、境界 k' において、時間 $t + \Delta t$ での変数 x_k と出力 y_k の関係が下記の境界条件式 $\Phi_k(\cdot)$ で与えられるとする。

$$\Phi_k \cdot \{x_k(t + \Delta t), y_k(t + \Delta t)\} = 0 \quad (18)$$

式(17)と式(18)で与えられる x_k と y_k に関する K 組の連立方程式を解くことにより、境界における K' 個の未知の入力変数 $x_k(t + \Delta t)$ (および $y_k(t + \Delta t)$)が定まり、次いで、式(14)から任意の点の出力変数 y_j が算出できる。なお、境界条件式 $\Phi_k(\cdot)$ は常微分方程式で与えられてもよい。その場合にも、式(18)の解法にルンゲ・クッタ法などを適用することにより、境界における未知の入力変数 x_k を求めることができる。

3. SMA法のシミュレーション精度の検討

SMA法のシミュレーション精度を調べるために、全ての構成要素が剛体壁円管であり、かつ特性曲線法の適用が可能な幾つかの試験用複合管路系を想定し、この系に発生する流体過渡現象をSMA法と特性曲線法により解析して、両者の比較検討を行った。数値解析のために想定した複合管路系はFig. 1(a)~(c)に示す分岐や合流を含む複数個の管路要素から構成される3種類(No. 1~No. 3)である。対象にする流体過渡現象は、いずれの系においても、一定圧力 p_s の上流端加圧タンクから一定流量 q_m が管路系内に流入し、下流端切替弁から負荷弁を介して流出している初期定常状態から、切替弁を瞬間閉鎖する時に生起する流体過渡現象である。

想定した複合管路系を構成する管路要素の諸元(長さ l と内半径 r)、流体の物性値(管内流体中の音速 c 、密度 ρ 、動粘度 ν)および初期条件(初期流量 q_m)は次のとおりである。
 $c = 1350 \text{m/s}$, $q_m = 0.35 \text{L/s}$, $\nu = 70 \text{mm}^2/\text{s}$, $\rho = 867 \text{kg/m}^3$, $l_1 = 1.6 \text{m}$, $l_2 = 2.1 \text{m}$, $l_3 = 0.5 \text{m}$, $r_1 = 9.2 \text{mm}$, $r_2 = 3.9 \text{mm}$, $r_3 = 7.5 \text{mm}$ は共通の値であり、No. 2では、 $l_4 = 1.1 \text{m}$, $l_5 = 2.0 \text{m}$, $r_4 = 9.2 \text{mm}$, $r_5 = 3.9 \text{mm}$ 、No. 3では、 $l_4 = 1.5 \text{m}$, $l_5 = 1.2 \text{m}$, $r_4 =$

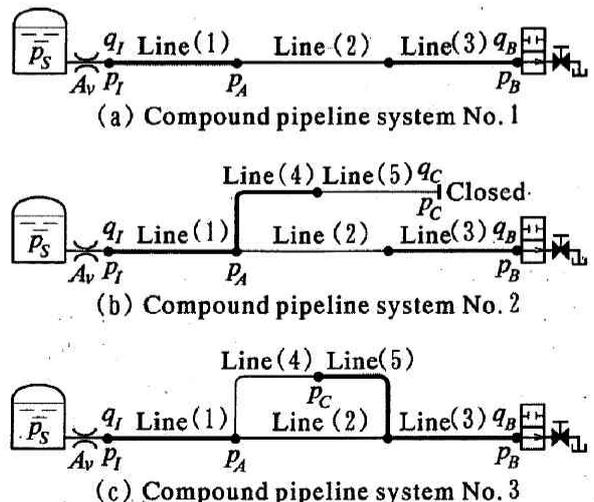


Fig. 1 Compound pipeline systems used for analysis

3.9mm, $r_3=9.2\text{mm}$ である。ここで、添え字 i は Fig. 1 中の管路要素番号を示す。なお、各管路要素の長さの比は、特性曲線法の適用において適切な格子分割ができるように選んでいる。

SMA法の計算手順[1]の諸設定は次のように行った。(i)解析周波数域 f_c は 2000Hz とし、(ii) 入力変数は Fig. 1 中の p_i および q_b (および No. 2 の q_c) と指定し、(iii) 各管路要素の式(1)中の四端子周波数応答伝達行列の係数 $A_i \sim D_i$ の数値データは、角周波数刻み $\Delta\omega$ を 0.4π rad/s として、次の理論モデルから算出した値を用いた。

$$\left. \begin{aligned} A_i &= \cosh \Gamma, B_i = Z_c \sinh \Gamma, C_i = \sinh \Gamma / Z_c, \\ D_i &= A_i, \Gamma = (j\omega l_i / c) \xi^{-1/2}, Z_c = Z_{0i} \xi^{-1/2}, \\ Z_{0i} &= \frac{\rho c}{\pi r_i^2}, \xi = 1 - \frac{2J_1(\sigma)}{\sigma J_0(\sigma)}, \sigma = j r_i \sqrt{\frac{j\omega}{\nu}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで、 J_0 と J_1 は 0 次および 1 次の第 1 種ベッセル関数である。

3.1 伝達関数のモード近似の計算法の精度

前章の計算手順[4]と[5]の妥当性を調べるために、各複合管路系の出力/入力伝達関数の原関数(厳密解) $G(j\omega)$ と本 SMA 法でモード近似された関数 $G^*(j\omega)$ の周波数特性を比較した。Fig. 2(a)~(c) はその結果の代表的な例である。図から、本 SMA 法は周波数応答関数の因果律に関わらず、モード間の連成がきわめて強く振幅のピークが明瞭に現れない一部の振動モードを除き、解析対象の広い周波数域にわたって極めて良好な近似を示すことがわかる。このことは、モード近似式の設定およびモード係数の探索法は妥当なものであり、また、探索精度も極めて高いことを示唆している。

3.2 時間応答の計算法の精度

前章の計算手順[7]の妥当性を調べるために、下記(i)~(iii)の3種類の境界条件で発生する流体過渡現象を解析した。

(i)境界の入力変数が全て既知の場合:対象にした系は、Fig. 1 において管路要素(1)が絞りを介さずに直接に加圧タンクに接続されている複合管路系であり、この場合の各境界の入力変数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p_i &= 0 \\ q_B &= -q_{in} \\ q_C &= 0 \quad (\text{case of No.2}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

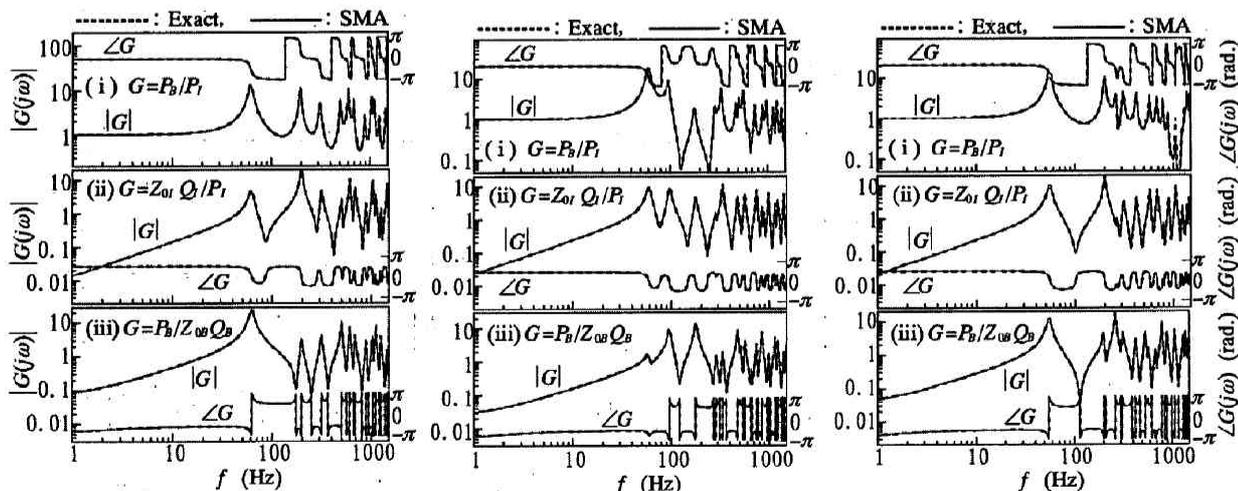
(ii)境界に絞りが有る場合:対象にした系は、Fig. 1 において管路要素(1)が絞りを介して加圧タンクに接続されている複合管路系であり、この場合、系の上流端の境界における圧力 p_i と流量 q_i はともに既知でなく(他の境界の入力は既知であり、式(20)で与えられる)、次に示すオリフィスの式(式(18)に対応する式)によって両者の関係は与えられる。

$$\left. \begin{aligned} q_i &= \text{sign}(\Delta p - p_i) A_v \sqrt{2|\Delta p - p_i| \rho - q_{in}} \\ \Delta p &= \bar{p}_s - p_{0i} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここで、 A_v は絞りの有効開口面積であり、本解析では $A_v = 5\text{mm}^2$ としている。

(iii)境界で液柱分離が発生する場合:境界の入力変数が未知となる場合の特別な例として、管路の弁(切換弁)端で液柱分離が発生する場合の流体過渡現象も解析した。対象にした系は、上記(i)と同じ複合管路系であり、加圧タンクの圧力 \bar{p}_s が比較的低い系を想定している。

この場合、切換弁端の境界では、圧力 p_b または流量 q_b のど



(a) Compound pipeline system No. 1 (b) Compound pipeline system No. 2 (c) Compound pipeline system No. 3

Fig. 2 Comparisons of SMA simulations with exact solutions for frequency response functions

ちらかが次式の条件に対応して交互に既知の量となる。

$$\left. \begin{aligned} q_B &= 0 \quad (\text{when } p_B > -p_{0B}) \\ p_B &= -p_{0B} \quad (\text{when } p_B \leq -p_{0B}) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここで、 p_{0B} は絶対圧力を表す。ただし、上式の判定条件には

液柱分離の分離空洞体積の算出とその評価が関与するが、詳細の記述は省略する。なお、No. 2の管路系では、初期条件によっては、分岐閉鎖端でも液柱分離が発生することがあるが、その場合には閉鎖端の境界条件(圧力 p_c と流量 q_c の関係)を式(22)と同じように取扱えばよい。

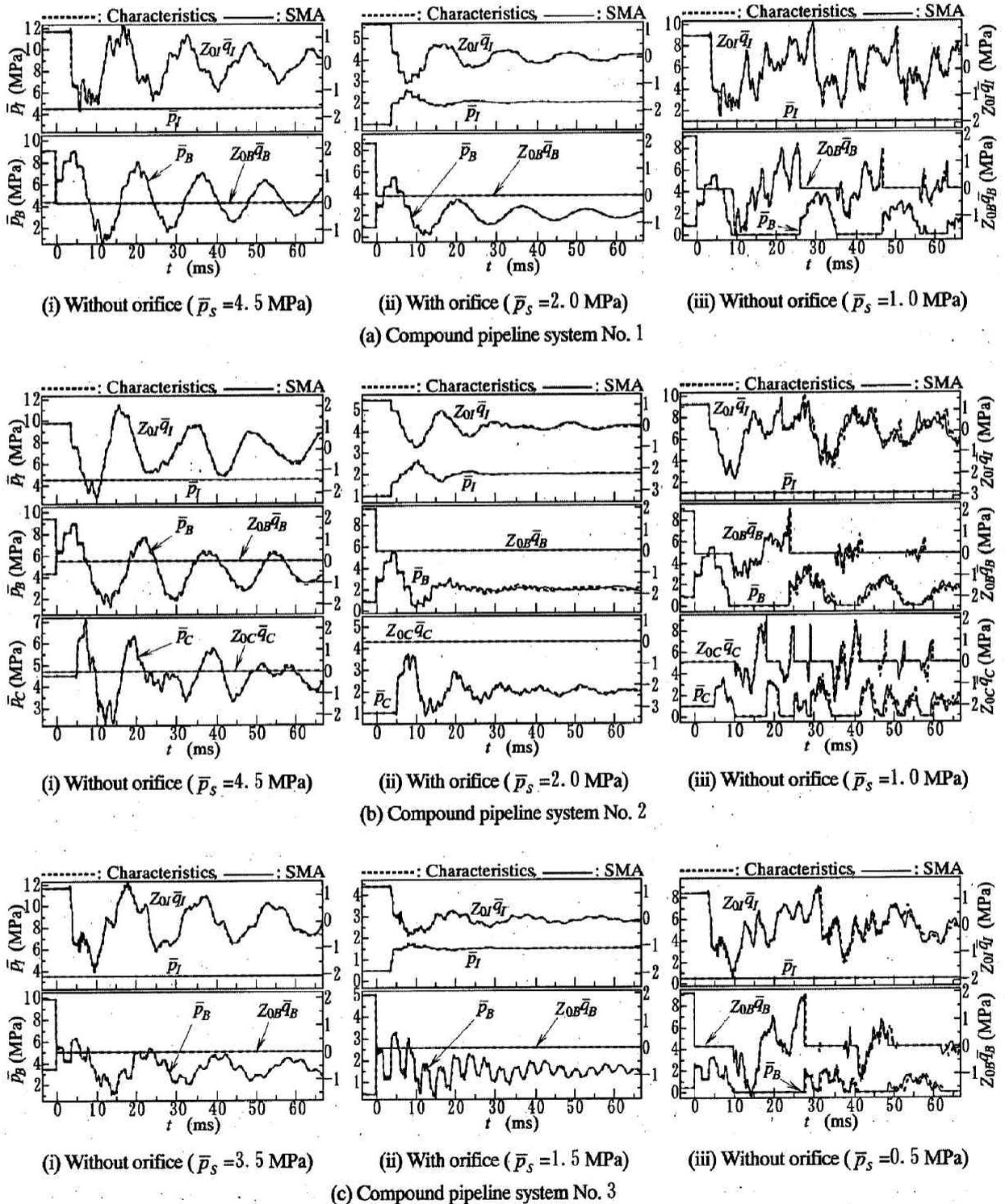


Fig. 3 Comparisons of SMA simulations with solutions from method of characteristics for fluid transients

Fig. 3(a)~(c)は、それぞれ、No. 1~No. 3の複合管路系において上記(i)~(iii)の境界条件下で発生する流体過渡現象の計算結果であり、特性曲線法による解とSMA法によるシミュレーション結果を比較したものである。図から、両者は極めて良く一致していることが分かる。これより、式(11)の漸化式による時間応答の計算精度や、境界の入力変数が未知の

場合に対する計算法(手順[7]の(ii))の精度は極めて高いものであり、また、液柱分離を伴う流体過渡現象の解析にもSMA法で精度の高いシミュレーションが実現できることが分かる。

3.3 SMA法シミュレーション結果と実測値の比較

最後に、実験用の油圧複合管路系を用いて、3.2節の妥当

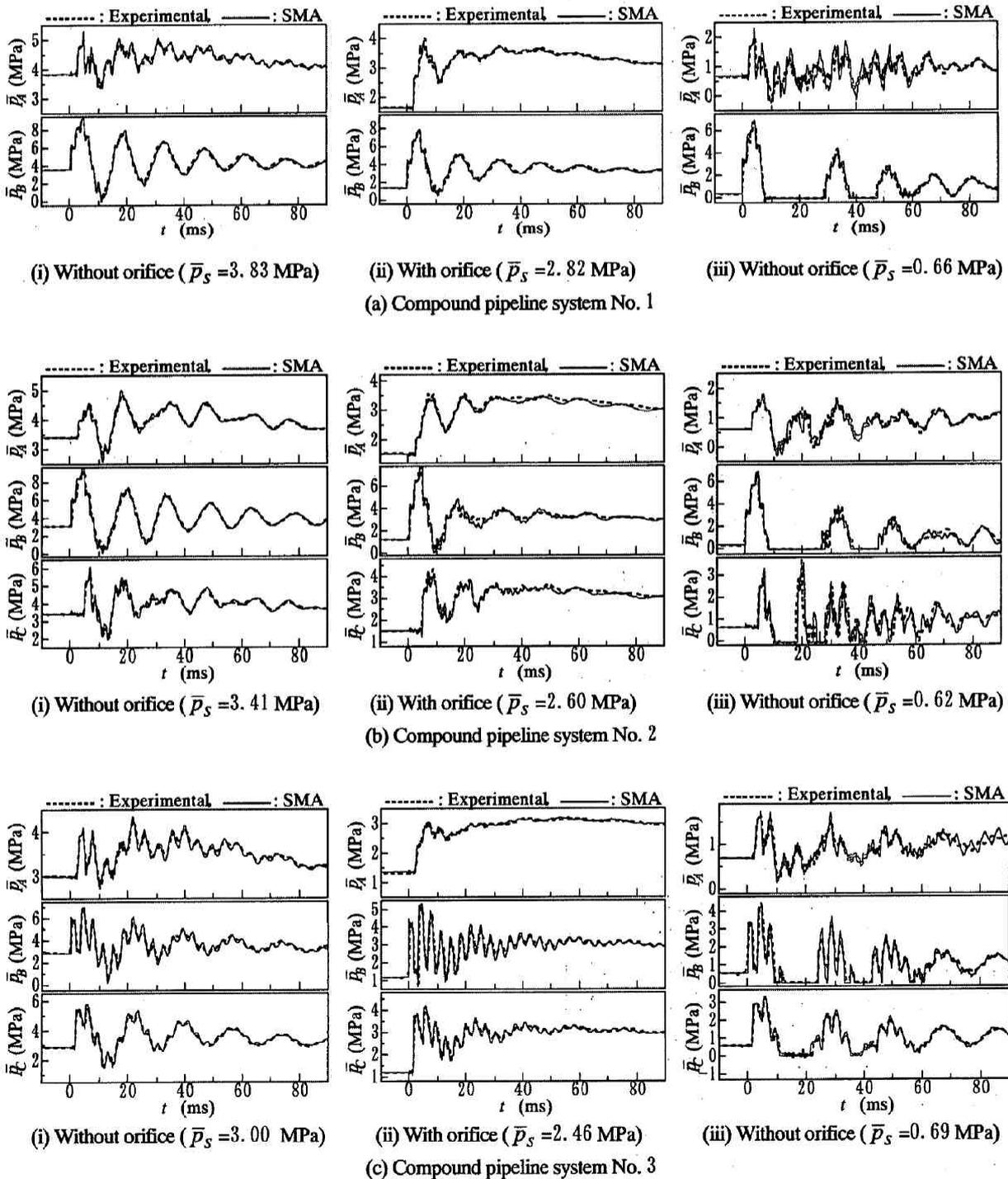


Fig. 4 Comparisons of SMA simulations with experimental results for pressure transients

性を調べるための実験を行い、SMA法の実機への適用の有用性を検討した。実験で使用した複合管路系は、Fig. 1のNo. 1~No. 3と同じ構成で、各管路要素の寸法もほぼ同一であるが、これらに圧力測定用ブロック部や管継手部も全て管路要素として追加されているものであり、特性曲線法の適用が困難な管路系である(各部の寸法の詳細は省略する)。試験管路系の上流には、油圧ポンプ、リリーフ弁、加圧容器(および固定絞り)を装着し、下流には、流体過渡を生起させるためのスプール形方向切換弁、初期流量調節用の絞り弁および容積式流量計を装着した。実験は、初期に切換弁を開放し、リリーフ弁で加圧容器内の圧力 p_s を、絞り弁で初期流量 q_m を設定値に調整した後、切換弁を急閉鎖して行った。このときの、系内各位置の圧力 p_s 、 p_A 、 p_B および p_C を半導体圧力変換器で検出した。なお、加圧容器内圧力 p_s は実際には一定にならないため、本シミュレーション解析では、圧力 p_s には実測した $p_s(t)$ の値を使用した。

Fig. 4(a)~(c)は、それぞれ、No. 1~No. 3の複合管路系において3.2節(i)~(iii)と同じ境界条件下で発生する圧力過渡の実測値とSMA法によるシミュレーション結果を比較したものである。構成が比較的複雑な複合管路系で、しかも複雑な境界条件にもかかわらず、実測値とシミュレーション結果は実用上十分な精度で一致していることがわかる。ただし、Fig. 4(c)の(iii)のシミュレーションでは、管路系の内点(C点)でも強い液柱分離が発生するため、C点も境界として取扱い、これに式(22)に相当する境界条件式を適用している。

以上の考察結果から、本開発のSMA法は多様な境界条件を有する複合管路系内に発生する流体過渡現象を精度良くシミュレートできる汎用的で実用性の高いものであることが分かる。なお、ここでの数値計算はPentium III (800MHz)搭載の汎用パーソナルコンピュータでフォートランを使用して実行したものであるが、いずれの場合でのSMA法の計算時間は僅か2~3秒という短さであることも付記しておく。

4. おわりに

本研究は、多くの配管機器要素で複雑な回路網を構成する複合管路系が対象であっても系内に発生する流体過渡現象を高速・高精度でシミュレーション解析できる“SMA法”と呼ぶ新しい計算法を開発したもので、回路構成の異なる3種類の油圧複合管路系内の流体過渡現象を対象に、SMA法によるシミュレーション結果と厳密解との周波数領域での比較、および特性曲線法による計算結果または実測結果との時間領域での比較を行なった結果から、SMA法は精度の面でも利便性の面でも極めて有用性の高いものであることを検証したものである。今後は、SMA法を乱流域流れの液体管路系および気体管路系へ適用するための基礎的検討も行いな

がら、SMA法を用いて様々な実際の流体輸送管路系内に発生する流体過渡現象について事例研究を行いたいと考えている。

参考文献

- 1) Wylie, E. B. and Streeter, V. L., "Fluid Transients", McGraw-Hill (1978), p.205
- 2) Hullender, D. A. and Healey, A. J., "Rational polynomial approximations for fluid transmission line models", Fluid Transmission Line Dynamics, Special Publication for the ASME Winter Annual Meeting, Washington D. C. (1981), p.33
- 3) Hsue, C. Y. and Hullender, D. A., "Modal approximations for the fluid dynamics of hydraulic and pneumatic transmission lines", Fluid Transmission Line Dynamics, Special Publication for the ASME Winter Annual Meeting, Boston, Massachusetts (1983), p.51
- 4) Zhao, T., Peng G. and Xu Y., "A study on basic methods of time domain simulation of fluid transmission lines", First JHPS International Symposium on Fluid Power Tokyo (1989), p.61
- 5) Yang, Y. C. and Tobler, W. E., "Dissipative modal approximation of fluid transmission lines using linear friction model", Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, 113-1(1991), p.152
- 6) 武藤高義, 粥川浩宣, 加藤弘毅, "油圧管路系の動特性シミュレーションにおける高速演算化の一手法について", 日本機械学会論文集(C編), 59-568(1993), p.3773
- 7) 真田一志, 北川能, "最適化交互格子系を用いた管路動特性の有限要素モデル", 日本機械学会論文集(C編), 60-578 (1994), p.3314
- 8) 品田正昭, 小嶋英一, "複合管路系内流体過渡現象の数値的モード近似法に基づく実用的で高精度なシミュレーション法の開発(第1報, 基本的な計算アルゴリズムの確立)", 日本フルードパワーシステム学会論文集, 33-2(2002), p.48
- 9) 品田正昭, 小嶋英一, 中道秀夫, "複合管路系内流体過渡現象の数値的モード近似法に基づく実用的で高精度なシミュレーション法の開発(第2報, 多様な境界条件に適用できる汎用SMA法の開発)", 日本フルードパワーシステム学会論文集, 34-2(2003), p.46