

バブル崩壊直前の銀行の投資行動

奥山 聡子

■ 目 次

- 1 はじめに
- 2 モデル
 - 2.1 モデルの設定
 - 2.2 銀行の利潤最大化行動
 - 2.3 フランチャイズ価値と銀行の投資行動
 - 2.4 銀行の市場支配力と銀行の投資行動
 - 2.5 銀行の危険資産保有量と銀行の投資行動
- 3 まとめ

1 はじめに

2008年、アメリカのサブプライムローン証券の焦げ付きが発端となり、世界金融危機が発生した。サブプライムローンとは、アメリカの低所得者向け住宅ローンである。サブプライムローン証券は、アメリカの金融機関のみならず、欧州の多くの金融機関が保有していたため、広範囲に危機が拡大した。しかし、サブプライムローン問題は2008年に突如として降って湧いた問題ではない。数年前から、住宅バブルの崩壊とその危険性が指摘されていた。それにもかかわらず、多くの金融機関がサブプライム関連商品を保持しつづけ、また、その保有量を増やし続けていたのである。なぜ銀行はそのような危険な資産を保有し続けたのだろうか。その背景として、銀行が巨大投資家であるためのジレンマが存在すると考えられる。本稿は、銀行が、バブル崩壊直前にどのような投資行動を行うかについて、理論的分析を行った。

バブルの崩壊とともに金融機関の破綻が生じ、銀行危機へと発展するケースがしばしば観察される。1929年のアメリカでは、株式バブルが崩壊し、それに伴い金融危機が発生した。そしてその後、長期にわたる不況が続いた。80年代後半の日本でも土地と株式のバブルが発生し、その崩壊と共に金融危機が発生、90年代には金融不況に陥った。97年のアジア危機の際も、タイの不動産バブル崩壊による金融機関の経営悪化が、その後の通貨危機をもたらしたと考えられる。このような金融危機が発生するたび、銀行のバブル資産投資が金融危機の原因であると指摘されてきた。それでもなお、バブ

ルが発生するたび、同じ過ちが繰り返される。ゆえに、バブル崩壊の際、金融機関が、バブルが発生している資産に対してどのような投資行動をとるかについて分析することで、バブル崩壊が金融危機へ発展することを防ぐ可能性を探っていく。

本稿では、金融機関、特に銀行について分析を行っている。銀行の特徴の1つとして、豊富な資金量がある。銀行は豊富な資金量を保持しているため、バブルが発生している資産を売却しようとした時に、バブル崩壊の恐れがある。そのため銀行は、バブルに気づいていながら、その資産を売ろうとしないのではないかと考えられる。本稿のモデルでは、銀行の資産売買行動が、バブル崩壊確率に影響を与える状況下を考えた。そして、その状況下では、銀行はバブルに気づいていながら、その資産を買う可能性があることを示した。

本稿では、バブルが発生している資産に対する銀行の投資行動が、バブル崩壊確率に影響を与える状況を考え、その際、銀行がどのような投資行動を行うかについて分析を行った。分析の結果、銀行のフランチャイズ価値が高く、自己資本が多い場合、銀行はバブルが発生している資産を売却しようとし、反対の場合には、資産を購入しようとするのが示された。さらに、銀行が資産市場に与える影響度が大きい場合や、銀行がすでに保有している資産量が多い場合には、銀行はかえってその資産を購入しようとすることもある。

バブルが発生し、価格が急上昇を続けることが予想される資産（以下、バブル資産とよぶ）に対して、キャピタル・ゲインを得るために投資を行うことは、合理的な投資家としては当然の行動である。しかしその際、投資家はバブル崩壊のリスクも負っているのである。つまり、バブル資産に投資を行うことは、危険資産投資を行うことと非常に似ていると考えられる。Hellman, Murdock and Stiglitz (2000) は、無限期間の離散モデルを用いて、銀行のフランチャイズ価値が低下すると、銀行が危険資産に投資するインセンティブを持つことを証明した。ここで、銀行のフランチャイズ価値とは、銀行が安全資産に投資を行った場合、将来的に得られる期待収益の現在価値である。通常、銀行は、政府の規制の下に活動を行っている。そのため、不完全競争の状態にあり、長期的にも利潤がゼロにならないのである。しかし、政府の規制が緩和され、銀行業が競争的になるにつれ、銀行のフランチャイズ価値は小さくなり、銀行が短期的な利益追求のために危険資産に投資するインセンティブが高くなるのである。本稿のモデルは、Hellman, Murdock and Stiglitz (2000) のモデルをベースに構築されている。

ここで、銀行がハイ・リスクな実物資産に投資をする場合と、キャピタル・ゲインの獲得を目的としてバブル資産に投資をする場合の違いについて議論してみる。銀行が、ハイ・リスクな実物資産に投資を行っている場合、次の期から安全資産投資に切り替えることにしても、今期の投資が失敗するリスクは変わらない（投資は次の期には収益を得られるとする）。しかし、銀行がバブル資産に投資をしている場合、次の期にバブル資産投資をやめ、安全資産に投資をしようとしても、それは今期のバブル資産への需要を減らすことになり、価格の下落圧力が発生してしまう。つまり、銀行がバブル資産投資をやめることで、バブルが崩壊するリスクが上昇してしまうのである。これが、ハイ・リスクな実物資産投資とバブル資産投資の違いである。一般的に、個人投資家はプライス・テイカーであるため、自分の行動が価格に影響を与えることは考えない。しかし、銀行は、多額の資金を保有しているため、バブル資産に大量に投資することが可能となり、自分の行動が、バブル崩壊確率に影響を与えてしまうのである。銀行のバブル資産投資量の全体に対する割合が大きいほど、売却したときバブル資産価格に与える影響は大きい。よって、銀行のバブル資産売却がバブルの崩壊に与える影響を、銀行のバブル資産に対する市場支配力と呼ぶ。本稿のモデルは、この市場支配力をモデルに取り入れて分析を行っている。

銀行がバブル資産に投資を行うかという議論を行う前に、そもそも合理的な経済主体がバブル資産に投資を行うかという疑問が生じる。Brunnermeier (2008)によると、バブルの存在を証明する理論は、主に4つに分類されるという。1つ目は、すべての経済主体が合理的期待を持ち、同一の情報を持っているという状況で、バブルの存在を証明するもの。2つ目は、投資家が非対称情報を持つ状況で、バブルの存在を証明しているもの。3つ目は、合理的な投機家と行動主義的な投機家との相互関係に焦点をあてたもので、裁定取引に制限がある場合、合理的な投機家が存在してもバブルを消滅させることができないことを示したものである。最後は、投資家が、それぞれの心理的偏見からくる信念 (beliefs) を持つため、ファンダメンタルズ価値にゆらぎが生じ、バブルが存在するという理論である。

対称情報かつ合理的期待均衡モデルにおけるバブルの存在証明として先駆的な論文は、Samuelson (1958) や Blanchard and Watson (1982)、Tirole (1985) である。非対称情報下でのバブルの存在証明としては、Allen and Gorton (1993)、Allen, Morris and Postlewaite (1993) などがある。Allen and Gorton (1993) は、経済主体が合理的であっても、投資家と資金の運用を任せる管理者との間にエージェンシー問題が存在するため、バブルが発生しうることが証明している。

情報の非対称性とバブルに関する論文で、最近多く見られるのが、経済主体間の共通認識 (common knowledge) の欠如や、高次不確実性 (higher order uncertainty) とバブルの関係に関する論文である。Conlon (2004) は、有限期間の非対称情報モデルにおいて、バブルが共通認識ではないが、“*n*th order” でバブルが認識されている状態 (すべての経済主体がバブルを知っていることを、すべての経済主体が知っていることを…以下 *n* 回までこれが繰り返される) で、バブルが存在することを証明している。Allen *et al.* (2006) は、経済主体間が、資産価格に関する高次不確実性に直面するとき、資産価格は公的な情報 (public information) に対して過剰に反応することを示した。Abreu and Brunnermeier (2003) は、バブルに関する共通認識が成立しない状況では、バブルが存続することを示した。本稿のモデルの背景となっているのは、この Abreu and Brunnermeier (2003) のモデルである。

投資家が持つ信念の相違とバブルの発生に関する研究では、Scheinkman and Xiong (2003) や Hong *et al.* (2006) などがある。Scheinkman and Xiong (2003) は、資産のファンダメンタルズ価値に対して過剰な自信を持つ投資家達が存在し、かつ彼らの信念に違いがある場合、バブルの発生が、多額の取引をもたらす、価格の変動も大きくなることを示した。

本稿のモデルは、背景として Abreu and Brunnermeier (2003) モデルの状況を考えている。彼らのモデルでは、まず価格が急上昇を続けている資産が存在している。資産価格の上昇は、始めはファンダメンタルズ価値と等しいのであるが、ある時点から、ファンダメンタルズ価値から乖離し、バブルが発生する。しかし、バブルの発生に気づいているのは、一部の人々のみで、さらにどの程度の人々にバブルが認識されているのかが不明であるため、バブルが存続しうるのである。本稿のモデルも、バブル資産価格の上昇を所与としている。そして、銀行はバブル資産を認識していると仮定する。

以下2節では、2.1項でモデルの設定について説明し、2.2項で銀行の利潤最大化行動について分析を行い、2.3項で銀行のフランチャイズ価値と投資行動について分析を行う。2.4項では、銀行の市場支配力が銀行の投資行動に与える影響について分析を行い、2.5節では銀行の危険資産初期保有量が銀行の投資行動に与える影響について分析を行う。3節でまとめと今後の課題を提示する。

2 モデル

2.1 モデルの設定

$t = 1, 2$ の 2 期間モデルにおいて、代表的銀行を考える。銀行は利子率 r で預金 $D(r)$ を集め、それを安全資産と危険資産に投資する。銀行は初期時点で危険資産を $B_0 \geq 0$ 単位保有しており、自己資本は w_0 であるとする。銀行が保有する危険資産は、価格がファンダメンタルズを上回り、1 期から 2 期にかけて $P_2 - P_1$ だけ上昇する。すなわちバブルが発生している資産である。この資産は、Abreu and Brunnermeier (2003) らが考えたような情報の非対称性により、一部の人々がバブルに気づきながらもバブルが存続している状況にある。 t 期の危険資産の価格を P_t で表すことにする。安全資産の価格は 1 に標準化する。さらにこの資産のバブルは、1 期目に p の確率で崩壊し、2 期目の終わりには確率 1 で崩壊する。バブルが崩壊すると資産価格は \underline{P} に下落する。ただし、これを認識しているのも一部の人々だけである。

銀行は 1 期目の直前にバブルに気づく。このとき銀行は、2 期目の終わりに必ずバブルが崩壊することも予期している。バブルが崩壊しない場合の危険資産 1 単位当たりの収益を γ_B で表す。危険資産の収益は危険資産のキャピタル・ゲインからのみ得られる。すなわち

$$\gamma_B = 1 + \frac{P_2 - P_1}{P_1} \quad (1)$$

となる。安全資産の収益は γ_S で表され、 $\gamma_B > \gamma_S > 1$ を満たす。安全資産の供給は弾力的であるとする。

1 期目に銀行は、将来収益の現在価値を最大化するように、安全資産投資と危険資産投資のポートフォリオを決定する。銀行は 1 期目に安全資産に s_1 単位、危険資産に b_1 単位投資する。このとき $b_1 > 0$ は、銀行が危険資産を買ったことを意味し、 $b_1 < 0$ は危険資産を売ったことを意味する。銀行が選択できる危険資産投資量の最大値は $\bar{b}_1 > 0$ であるとする。また、最小値は $-B_0$ である。銀行は、危険資産への大口投資家であり、銀行の危険資産への投資量が危険資産のバブル崩壊確率に影響を与えると仮定する。具体的にはバブルが 1 期目に崩壊する確率 p は以下のように表される。

$$p(b_1) = \bar{p} + \theta C(b_1) \quad (2)$$

θ は $0 \leq \theta \leq 1$ を満たすパラメーターで、銀行の危険資産に対する影響力を表している。また $C(\cdot)$ に関して次の仮定が成り立つとする。

$$C(0) = 0, \lim_{b \rightarrow \infty} C(b) = -\bar{p}, \lim_{b \rightarrow -\infty} C(b) = 1 - \bar{p}, C'(\cdot) < 0, \lim_{b \rightarrow \pm\infty} C'(\cdot) = 0, \\ C(\cdot) < 0 \text{ (} b_1 > 0 \text{ の場合)}, C(\cdot) > 0 \text{ (} b_1 < 0 \text{ の場合)}$$

図 1 はバブル崩壊確率曲線 $p(b)$ を描いたものである。図から分かるように、 $\theta = 0$ の場合、銀行の売買はバブル崩壊の確率に影響を与えない。そのときの崩壊確率は $p = \bar{p}$ である。 θ の上昇に伴い、銀行の売買がバブル崩壊確率に与える影響が大きくなる。 $\theta = 1$ の場合、銀行が危険資産を大量に売却すると、バブルの崩壊確率は 1 に近づく。反対に危険資産を買うほど、崩壊確率は 0 に近づく。 θ が大きいほど、銀行の保有する危険資産のシェアが高く、そのため銀行の売買がバブル崩壊確率に影響を与える。

図 2 はこのモデルの時間の流れを描いたものである。銀行は 1 期目の初期に、預金利子率と投資ポートフォリオを決定する。その後、1 期目にバブルが崩壊したとする。このとき銀行が倒産すれ

図1 銀行の危険資産投資とバブル崩壊確率

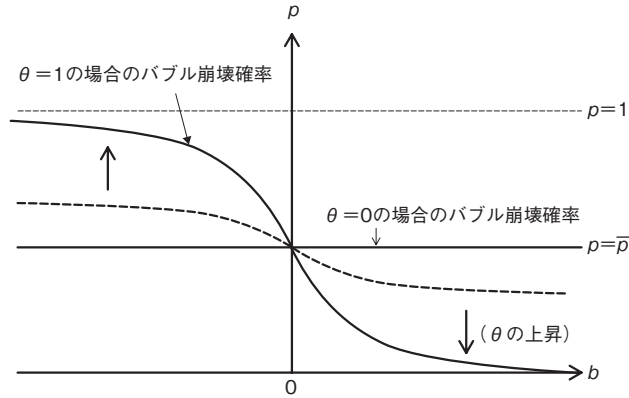


図2 モデルの時間の流れ

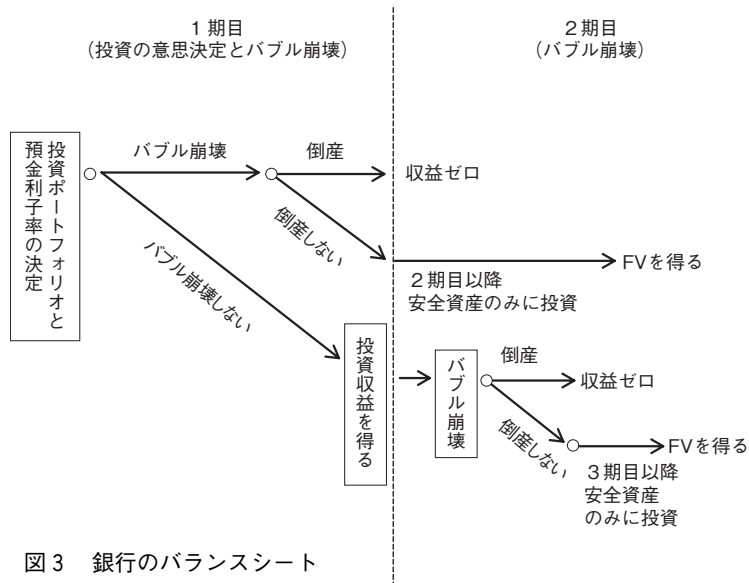


図3 銀行のバランスシート

1期目の銀行のバランスシート		2期目の銀行のバランスシート	
資産	負債	資産	負債
安全資産 (s_1)	預金 ($D(r)$)	安全資産 ($Y_s s_1$)	預金 ($rD(r)$)
危険資産 (新規) (Pb_1)		危険資産 (PB_1)	
危険資産残高 (PB_0)	自己資本 (w_0)		自己資本 (w_1)

ば、銀行の収益はゼロである。倒産しなければ、将来にわたって営業を続けることで得られる利益、すなわちフランチャイズ価値を手に入れる。バブルが崩壊しなければ、銀行は2期目の始めに投資収益を得る。銀行は2期目にはポートフォリオの変更を行わず、その後、バブルが崩壊する。そのとき銀行が倒産すれば、銀行が2期目以降に得られる期待収益はゼロである。倒産しなければ、2期目までに得られた利益と、2期目以降のファンダメンタルズ価値を得る。

銀行は債務超過に陥ると倒産する。2期末の時点で倒産していなければ、銀行はフランチャイズ価値を手に入れる。倒産すれば、その時点で営業停止となり、それ以降の利益はゼロになる。バブル崩壊以後、銀行が安全資産のみに投資するとすれば、銀行のフランチャイズ価値は以下ようになる。

$$V(r) = \frac{1}{1-\delta}(\gamma_S - r)D(r) \quad (3)$$

ただし $0 < \delta < 1$ は時間割引率を表す。(3)式は、バブル崩壊以後、銀行が每期 $(\gamma_S - r)D(r)$ の利益を得ることを示している。

図3は1期目の投資直後の銀行のバランスシートと、2期目の銀行のバランスシートである。銀行は1期目が始まる時点ですでに危険資産を B_0 単位保有している。銀行の初期時点における自己資本を (w_0) で表す。銀行は1期目の初めに預金を集め、預金と自己資本を危険資産と安全資産に投資する。2期目の初めには、安全資産収益を得られ、預金には利子率がつく。預金と自己資本はすべて投資に回されるため、以下の式が成り立つ。

$$s_1 + P_1 b_1 + P_1 B_0 = D(r) + w_0 \quad (4)$$

銀行が1期目のバブル崩壊時に債務超過に陥る条件は以下ようになる。

$$s_1 + \underline{P} B_1 - D(r) < 0 \quad (5)$$

1期目でバブルが崩壊する場合、バブル崩壊は銀行が資産の売買をした直後に起こる。そのため銀行は、安全資産の収益を得ておらず、預金の利子支払いも行っていない。 B_1 はバブル崩壊時点での銀行の危険資産保有量を表す。 B_1 は以下の式を満たす。

$$B_1 = b_1 + B_0 \quad (6)$$

同様に、銀行が2期目のバブル崩壊で債務超過に陥る条件は以下ようになる。

$$\gamma_S s_1 - \underline{P} B_1 - rD(r) < 0 \quad (7)$$

2期目のバブル崩壊時には、銀行は1期目の投資収益を得ており、預金に対する利子も発生している。(5)式の倒産条件に(4)式と(6)式を代入して b_1 について解くと1期目の倒産条件は以下ようになる。

$$b_1 > \frac{w_0}{P_1 - \underline{P}} - B_0 \equiv \hat{b}_1 \quad (8)$$

同様に、2期目の倒産条件も以下のように書き換えられる。

$$b_1 > \frac{(1-\delta)V(r) + \gamma_S w_0}{\gamma_S P_1 - \underline{P}} - B_0 \equiv \hat{\hat{b}}_1 \quad (9)$$

$\hat{b}_1 < \hat{\hat{b}}_1$ であるための条件は(3)式を用いると次のように書ける。

$$V(r) > \frac{(\gamma_S - 1)\underline{P}}{(1-\delta)(P_1 - \underline{P})} w_0 \quad (10)$$

本稿では分析を容易にするために、 w_0 の係数が十分低く、(10)式が常に成り立つものとして分析を行う。ただし、(10)式が成り立たないとしても、本稿の分析結果は変わらない。

2.2 銀行の利潤最大化行動

銀行は将来の期待収益の現在価値を最大化するように、1期目のポートフォリオと預金利率を決定する。 $-B_0 \leq b_1 \leq \hat{b}_1$ の範囲では、銀行は1期目、2期目ともバブルが崩壊しても倒産しないため、銀行の期待収益は以下ようになる。

$$F_1 \equiv (1 - p(b_1)) \{(\gamma_S s_1 + \gamma_B B_1 - rD(r)) - \delta(P_2 - \underline{P})B_1\} + p(b_1) \{(\gamma_S s_1 - (P_1 - \underline{P})B_1 - rD(r)) + \delta(\gamma_S - r)D(r)\} + \delta^2 V(r) \quad (11)$$

第1項は、バブルが崩壊しなかった場合に得られる収益を表している。中括弧の中の最初の項は安全資産収益であり、2つ目の項は危険資産収益である。そこから預金支払いを差し引いたものが1期目に得られる利益である。最後の項は、2期目にバブルが崩壊したときの損失を表している。第2項はバブルが崩壊した場合に得られる収益を表している。バブルが崩壊すると、危険資産価格が下落するため、キャピタル・ロスが発生する。しかし銀行は倒産しないため、2期目には安全資産投資を行い、収益を得る。第3項は、銀行のフランチャイズ価値を表している。(11)式に(2)式、(3)式、(4)式を代入すると以下のように書き換えられる。

$$F_1 = (1 - \bar{p} - \theta C(b_1)) (\gamma_B - \gamma_S - \delta \gamma_2) P_1 B_1 + (\bar{p} + \theta C(b_1)) \{ \delta (1 - \delta) V(r) - (\gamma_S + \gamma_1) P_1 B_1 \} + (1 - \delta + \delta^2) V(r) + \gamma_S w_0 = \{ \eta_2 - \eta_1 (\bar{p} + \theta C(b_1)) \} P_1 B_1 + \{ (\bar{p} + \theta C(b_1)) \delta (1 - \delta) + (1 - \delta + \delta^2) \} V(r) + \gamma_S w_0 \quad (12)$$

ただし $\gamma_1 \equiv \frac{P_1 - P}{P_1}$ 、 $\gamma_2 \equiv \frac{P_2 - P}{P_1}$ 、 $\eta_1 \equiv \gamma_B + \gamma_1 - \delta \gamma_2$ 、 $\eta_2 \equiv \gamma_B + \gamma_S - \delta \gamma_2$ である。定義より $\eta_1 > 0$ である。また、仮定として $\eta_2 > 0$ であるとする。この仮定は、第2期にバブルが崩壊したとしても危険資産の収益がプラスになることを意味している。

$\hat{b}_1 < b_1 \leq \hat{b}_1$ の範囲では、2期目にバブル崩壊した場合は倒産しないが、1期目に崩壊した場合は倒産してしまうため、銀行の期待収益は以下ようになる。

$$F_2 \equiv (1 - p(b_1)) \{(\gamma_S s_1 + \gamma_B P_1 B_1 - rD(r)) - \delta(P_2 - \underline{P})B_1 + \delta^2 V(r)\} + p(b_1) \times 0 = (1 - \bar{p} - \theta C(b_1)) \{ \eta_2 P_1 B_1 + (1 - \delta + \delta^2) V(r) + \gamma_S w_0 \} \quad (13)$$

$\hat{b}_1 < b_1$ の範囲では、1期目、2期目ともにバブルが崩壊した場合は倒産する。よって期待収益は以下ようになる。

$$F_3 \equiv (1 - p(b_1)) (\gamma_S s_1 + \gamma_B P_1 B_1 - rD(r)) + p(b_1) \times 0 = (1 - \bar{p} - \theta C(b_1)) \{ (\gamma_B - \gamma_S) P_1 B_1 + (1 - \delta) V(r) + \gamma_S w_0 \} \quad (14)$$

まず、銀行の期待収益を最大にする預金利率を求める。銀行は、毎期の期初に預金金利を設定できる。バブルが崩壊し、安全資産のみの投資が行われる場合の期待収益は $(\gamma_S - r)D(r)$ である。期待収益を最大化する利率は以下ようになる。

$$r^* \equiv \frac{\gamma_S \varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r} \quad (15)$$

銀行は、危険資産投資量に関わらず、すべてのケースにおいて、 r^* の利率を選択する (Appendix

参照)。

次に、銀行の期待収益を最大にする危険資産投資量を求める。はじめに $-B_0 < b_1 \leq \hat{b}_1$ における利潤最大化行動を求める。(4) 式と (6) 式を (12) 式に代入して b_1 で微分すると以下ようになる。

$$\frac{\partial F_1}{\partial b_1} = -\theta C'(b_1) \{ \eta_1 P_1 B_1 - \delta (1 - \delta) V(r^*) \} + \{ \eta_2 - (\bar{p} + \theta C(b_1)) \eta_1 \} P_1 \quad (16)$$

(16) 式の第 1 項は、危険資産投資量の増加に伴うバブル崩壊確率の低下の影響を示している。バブル崩壊確率の低下は、相反する 2 つの効果を持つ。1 つは崩壊確率の低下によって危険資産から得られる利益の増加である。もう 1 つは崩壊確率が低下することによって、2 期目から得られるフランチャイズ価値の期待値が減少することである。第 2 項は、危険資産投資の増加で得られる期待収益を表す。期待収益が正となるか負となるかは、バブル崩壊確率と崩壊したときの価格下落幅によって決まる。

$-B_0 < b_1 \leq \hat{b}_1$ における最適投資量を求める。初めに $-B_0 < b_1 \leq \hat{b}_1$ において極大値が存在しないことを示す。まず (16) 式の第 1 項を見ると、仮定より $-\theta C'(\cdot) > 0$ であり、括弧内は b_1 の増加関数である。よって第 1 項は負から正に変化しても、正から負には変化しない。第 2 項も b_1 の増加関数であるため、正から負に符号が変化することはない。よって、 $-B_0 < b_1 \leq \hat{b}_1$ においては極大値は存在せず、最適投資量は $b_1^* = -B_0$ か $b_1^* = \hat{b}_1$ のどちらかになる。

$b_1^* = -B_0$ が最適投資量となるための条件は $F_1(-B_0) > F_1(\hat{b}_1)$ である、(8) 式、(12) 式より

$$F_1(-B_0) = \{ (\bar{p} + \theta C(-B_0)) \delta (1 - \delta) + (1 - \delta + \delta^2) \} V(r^*) + \gamma_S w_0$$

$$F_1(\hat{b}_1) = \{ (\bar{p} + \theta C(\hat{b}_1)) \delta (1 - \delta) + (1 - \delta + \delta^2) \} V(r^*) + \left[\eta_2 - (\bar{p} + \theta C(\hat{b}_1)) \eta_1 \right] \frac{P_1}{P_1 - \underline{P}} + \gamma_S \Big] w_0$$

となるため、 $b_1^* = -B_0$ が最適投資量となるための条件は以下の式で表される。

$$V(r^*) > \frac{\eta_2 - (\bar{p} + \theta C(\hat{b}_1)) \eta_1}{\theta \delta (1 - \delta) (C(-B_0) - C(\hat{b}_1))} \cdot \frac{P_1}{P_1 - \underline{P}} w_0 \quad (17)$$

本論では、(17) 式の右辺が負であるとし、すべての $V(r^*)$ について (17) 式が成り立つケース、すなわち $b_1^* = -B_0$ が最適投資量となるケースを考える。

次に $\hat{b}_1 < b_1 \leq \bar{b}_1$ における最適投資量を求める。(13) 式より

$$\frac{\partial F_2}{\partial b_1} = -\theta C'(b_1) \{ \eta_2 P_1 B_1 + (1 - \delta + \delta^2) V(r^*) + \gamma_S w_0 \} + (1 - \bar{p} - \theta C(b_1)) \eta_2 P_1 > 0 \quad (18)$$

となり、 $b_1^* = \hat{b}_1$ が最適投資量となる。同様に $\hat{b}_1 < b_1 \leq \bar{b}_1$ においては (14) 式より

$$\frac{\partial F_3}{\partial b_1} = -\theta C'(b_1) \{ (\gamma_B - \gamma_S) P_1 B_1 + (1 - \delta) V(r^*) + \gamma_S w_0 \} > 0 \quad (19)$$

となり、 $b_1^* = \bar{b}_1$ が最適投資量となる。

2.3 フランチャイズ価値と銀行の投資行動

銀行は、危険資産のバブルが崩壊しても破綻しない水準の投資量を選択するか、バブルが崩壊した場合には破綻する水準まで危険資産に投資をするかを選択する。バブルが崩壊しても銀行が倒産しないための条件は $F_1(-B_0) \geq F_2(\hat{b}_1)$ かつ $F_1(-B_0) \geq F_3(\bar{b}_1)$ が成り立つことである。1 つ目の条件は、(9) 式、(12) 式、(13) 式より、以下の式で表される。

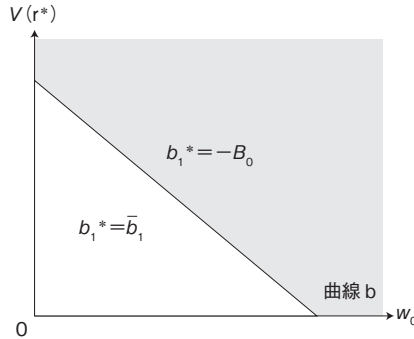
$$\begin{aligned}
& \{(\bar{p} + \theta C(-B_0))\delta(1-\delta) + 1 - \delta + \delta^2\} V(r^*) + \gamma_S w_0 \\
& \geq (1 - \bar{p} - \theta C(\hat{b}_1)) \left\{ \frac{\eta_2 P_1 (1-\delta)}{\gamma_S P_1 - \underline{P}} + 1 - \delta + \delta^2 \right\} V(r^*) \\
& \quad + (1 - \bar{p} - \theta C(\hat{b}_1)) \left\{ \frac{\eta_2 P_1}{\gamma_S P_1 - \underline{P}} + 1 \right\} \gamma_S w_0 \\
& \Leftrightarrow V(r^*) \geq \frac{X_3(\theta, \hat{b}_1) w_0}{X_1(\theta, \hat{b}_1)} \tag{20}
\end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}
X_1(\theta, B_0, \hat{b}_1) & \equiv \theta(C(-B_0) - C(\hat{b}_1))\delta(1-\delta) + (\bar{p} + \theta C(\hat{b}_1)) - (1 - \bar{p} - \theta C(\hat{b}_1)) \frac{\eta_2 P_1 (1-\delta)}{\gamma_S P_1 - \underline{P}} \\
X_3(\theta, \hat{b}_1) & \equiv \left\{ (1 - \bar{p} - \theta C(\hat{b}_1)) \frac{\eta_2 P_1}{\gamma_S P_1 - \underline{P}} - (\bar{p} + \theta C(\hat{b}_1)) \right\} \gamma_S
\end{aligned}$$

$X_1(\theta, B_0, \hat{b}_1)$ と $X_3(\theta, \hat{b}_1)$ の符号は不定である。ただし定義より、 $X_3(\cdot) < 0$ ならば $X_1(\cdot) > 0$ となり、(20) 式の右辺は負となる。 $X_3(\cdot) > 0$ の場合、 $X_1(\cdot)$ は正負どちらの符号も取りうる。よって(20) 式の右辺は正負どちらの値もとりうる。(20) 式の右辺が負である場合、銀行は正のフランチャイズ価値を持つ限り、 $F_1(-B_0) \geq F_2(\hat{b}_1)$ が成り立つこととなる。

図4 銀行のフランチャイズ価値と自己資本と最適投資量との関係①



同様に (14) 式より、 $F_1(-B_0) \geq F_3(\bar{b}_1)$ が成り立つための条件は次の式で表される。

$$V(r^*) \geq \frac{(1 - \bar{p} - \theta C(\bar{b}_1)) (\gamma_B - \gamma_S) P_1 (B_0 + \bar{b}_1) - (\bar{p} + \theta C(\bar{b}_1)) \gamma_S w_0}{X_4(\theta, B_0)} \tag{21}$$

ただし $X_4(\theta, B_0) \equiv (\bar{p} + \theta C(-B_0))\delta(1-\delta) + (\bar{p} + \theta C(\bar{b}_1))(1-\delta) + \delta^2 > 0$

図4は、縦軸に銀行のフランチャイズ価値 $V(r^*)$ をとり、横軸に初期の自己資本 w_0 をとったものである。図4は、(20) 式の右辺が負となり、任意の正のフランチャイズ価値に対して $F_1(-B_0) \geq F_2(\hat{b}_1)$ が成り立つケースを描いている。図4の曲線 b は、(21) 式を等号で満たす曲線である。傾きは右下がりになる。銀行のフランチャイズ価値が高く、自己資本が多い場合、 $F_1(-B_0) \geq F_2(\hat{b}_1)$ と $F_1(-B_0) \geq F_3(\bar{b}_1)$ の条件が満たされ、銀行は $b_1^* = -B_0$ を最適投資量として選択する (図4の影の部分)¹⁾。反対に、フランチャイズ価値と自己資本が少ない場合、銀行は危険資産を最大限購入する。

曲線 a の傾きが右上がりの場合、曲線 a と曲線 b の関係は図 5 のようになる。この場合、フランチャイズ価値は大きく、自己資本は少ない場合、銀行は $b_1^* = -B_0$ を最適投資量として選択する（図 5 の影の部分）。

図 5 銀行のフランチャイズ価値と自己資本と最適投資量との関係②（曲線 a が右上がりの場合）

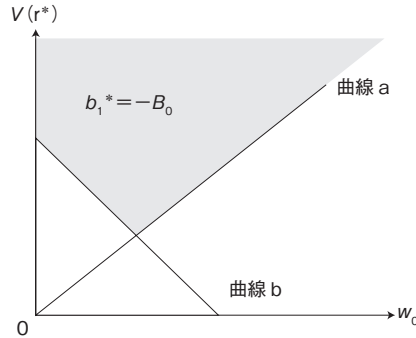


図 5 の曲線 a は (20) 式を等号で満たす曲線である。曲線 a が右上がりになるのは、危険資産を購入することでバブルが崩壊しない確率が高まり、かつ、バブル崩壊後の価格の下落があまり大きくない場合である。この場合、自己資本の増加がかえって危険資産への投資を促してしまう。これは、自己資本が多いほど、 \hat{b}_1 の境界値（第 1 期ではバブルが崩壊すれば破綻するが、第 2 期の崩壊では破綻しない値）が上昇し、危険資産を購入することでバブル崩壊の確率を下げ、危険資産から得られる期待収益を増加させるためである。

銀行のフランチャイズ価値は、預金の利率弾力性によって決まる。銀行間の競争が激しく、預金の利率弾力性が高い場合、銀行のフランチャイズ価値は低下し、銀行は危険資産への投資を行うようになる。

2.4 銀行の市場支配力と銀行の投資行動

本稿における銀行の市場支配力とは、銀行の危険資産の売買が、バブル崩壊確率に与える影響の大きさを意味する。危険資産の売買量に対する銀行のシェアが大きいほど、銀行の市場支配力が強まると考えられる。以下では、市場支配力が銀行の投資行動に与える影響について分析を行う。

(20) 式の右辺を関数 $\Phi_1(\theta, B_0)$ とし、 θ で微分すると以下ようになる。

$$\frac{\partial \Phi_1(\theta, B_0)}{\partial \theta} = \left\{ \frac{\partial X_3}{\partial \theta} w_0 X_1(\theta, \hat{b}_1) - X_3(\theta, \hat{b}_1) w_0 \frac{\partial X_1}{\partial \theta} \right\} / \left\{ X_1(\theta, \hat{b}_1) \right\}^2 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } \frac{\partial X_1}{\partial \theta} &= (C(-B_0) - C(\hat{b}_1)) \delta (1 - \delta) + C(\hat{b}_1) \left\{ 1 + \frac{\eta_2 P_1 (1 - \delta)}{\gamma_S P_1 - P} \right\} \\ \frac{\partial X_3}{\partial \theta} &= -C(\hat{b}_1) \left\{ 1 + \frac{\eta_2 P_1 (1 - \delta)}{\gamma_S P_1 - P} \right\} \gamma_S \end{aligned}$$

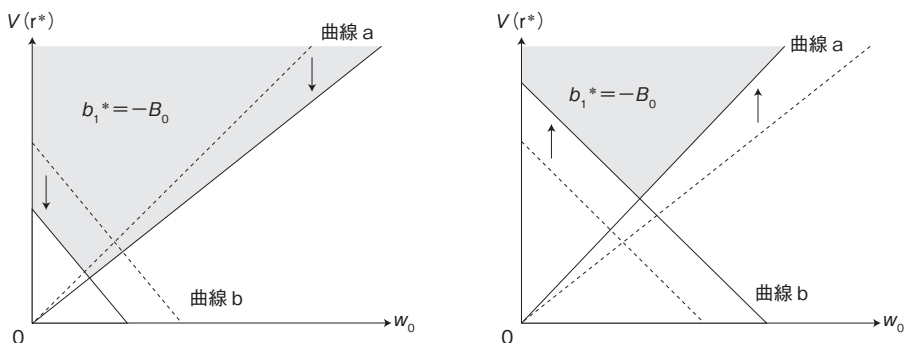
1) 曲線 a, b の切片と傾きの大小関係は、パラメータや $C(\cdot)$ の関数形に依存するが、この結論には影響を与えない。

仮定より、 $\hat{b}_1 > 0$ のとき $C(\cdot) < 0$ かつ、 $\hat{b}_1 < 0$ のとき $C(\cdot) > 0$ であるため、 \hat{b}_1 の正負によって $\partial \Phi_1(\theta, B_0) / \partial \theta$ も変わる。 $\hat{b}_1 < 0$ の場合、 $\partial X_1 / \partial \theta > 0$ 、 $\partial X_3 / \partial \theta < 0$ となる。曲線 a が右上がりになるケースでは $X_1(\cdot) > 0$ 、 $X_3(\cdot) < 0$ 、であることから、 $\partial \Phi_1(\theta, B_0) / \partial \theta < 0$ となる。このとき、曲線 a は下方にシフトし、 $F_2(\hat{b}_1) < F_1(-B_0)$ の領域が拡大する (図 6 (左))。これは、市場支配力の上昇により、銀行が危険資産を売った場合のバブル崩壊確率の上昇分がより大きくなるため、銀行が危険資産を売ろうとしなくなることを意味している。

反対に、 $\hat{b}_1 > 0$ の場合、 $\partial X_3 / \partial \theta < 0$ となるが、 $\partial X_1 / \partial \theta$ の符号は不定である。銀行が危険資産を売ることによるバブル崩壊確率の上昇分 ($C(-B_0)$) が、危険資産を買うことによる崩壊確率の減少分 ($C(\hat{b}_1)$) よりも十分小さい場合、パラメータに依存するが、 $\partial X_1 / \partial \theta < 0$ となり、 $\partial \Phi_1(\theta, B_0) / \partial \theta > 0$ となる。このとき、曲線 a は上方にシフトし、 $F_2(\hat{b}_1) > F_1(-B_0)$ の領域が拡大する (図 6 (右))。これは、市場支配力の上昇により、銀行が危険資産を買った場合のバブル崩壊確率の低下がより大きくなるため、銀行が危険資産を買うインセンティブが高まることを意味する。一方、 $C(-B_0)$ が $C(\hat{b}_1)$ よりも十分大きい場合、 $\partial X_1 / \partial \theta > 0$ となり、 $\partial \Phi_1(\theta, B_0) / \partial \theta < 0$ となる (図 6 (左) のケース)。危険資産収益が低い場合や、バブル崩壊による価格下落が大きい場合に、1 期目のうちにバブルが崩壊し、2 期目から安全資産投資に切り替えることで、より大きな利益が得られることがある。このとき銀行は、危険資産を売るインセンティブを持ちうる。

図 6 市場支配力の上昇が銀行行動に与える影響

(左： $\hat{b}_1 < 0$ 、かつ $C(-B_0)$ が十分大きい場合。右： $\hat{b}_1 > 0$ かつ $C(-B_0)$ が十分小さい場合。)



同様に、(21) 式の右辺を $\Phi_2(\theta, B_0)$ とおき、 θ で微分すると以下ようになる。

$$\frac{\partial \Phi_2(\theta, B_0)}{\partial \theta} = [-C(\bar{b}_1)(\gamma_B - \gamma_S)P_1(B_0 + \bar{b}_1) - C(\bar{b}_1)\gamma_S w_0] / X_4(\theta, \bar{b}_1) - [(1 - \bar{p} - \theta C(\bar{b}_1))(\gamma_B - \gamma_S)P_1(B_0 + \bar{b}_1) - (\bar{p} + \theta C(\bar{b}_1))\gamma_S w_0] \frac{\partial X_1}{\partial \theta} / \{X_1(\theta, \bar{b}_1)\}^2 \quad (23)$$

ただし $\frac{\partial X_1}{\partial \theta} = C(-B_0)\delta(1 - \delta) + C(\bar{b}_1)(1 - \delta)$

$C(\bar{b}_1) < 0$ であることから、(23) 式の第 1 項は正となる。第 2 項は、危険資産を最大限まで買った場合の崩壊確率の低下 ($C(\bar{b}_1)$) が、危険資産をすべて売った場合の崩壊確率の上昇 ($C(-B_0)$) よりも大きい場合、 $\partial X_1 / \partial \theta < 0$ となり、また、第 2 項の分子の括弧内が正であるため、 $\partial \Phi_2(\theta, B_0) / \partial \theta > 0$ となる。このとき、曲線 b は上方にシフトし、 $F_3(\bar{b}_1) > F_1(-B_0)$ の領域が拡大する (図 6 (右))。これは、市場支配力の上昇により、銀行が危険資産を買った場合のバブル崩壊確率の低下が

より大きくなるため、銀行が危険資産を買うインセンティブが高まることを意味する。

反対に、 $C(\bar{b}_1)$ が $C(-B_0)$ よりも十分小さい場合、 $\partial X_4/\partial \theta > 0$ となり、パラメータにも依存するが、 $\partial \Phi_2(\theta, B_0)/\partial \theta < 0$ となりうる。このとき、曲線 b は下方にシフトし、 $F_3(\bar{b}_1) < F_1(-B_0)$ の領域が拡大する（図 6（左））。これは、銀行が危険資産を売り、バブルを崩壊させることで、安全資産への投資に切り替えるインセンティブを持つケースである。

銀行の市場支配力の上昇は、銀行が危険資産を売買する際の、バブル崩壊確率への影響を増幅させる。よって、銀行が危険資産を売ることによるバブル崩壊確率の上昇と、危険資産を買うことによるバブル崩壊確率の低下のどちらの効果が大きいかによって、銀行の投資行動は変化する。銀行が危険資産を買うことによって、バブル崩壊確率が大きく低下することが予想される場合、銀行は危険資産の買い増しを行う。また、銀行が危険資産を売らなければ、2 期目のバブル崩壊による倒産を免れない場合（ $\hat{b}_1 < 0$ の場合）、銀行はすべての危険資産を売るインセンティブを持つようになる。

2.5 銀行の危険資産保有量と銀行の投資行動

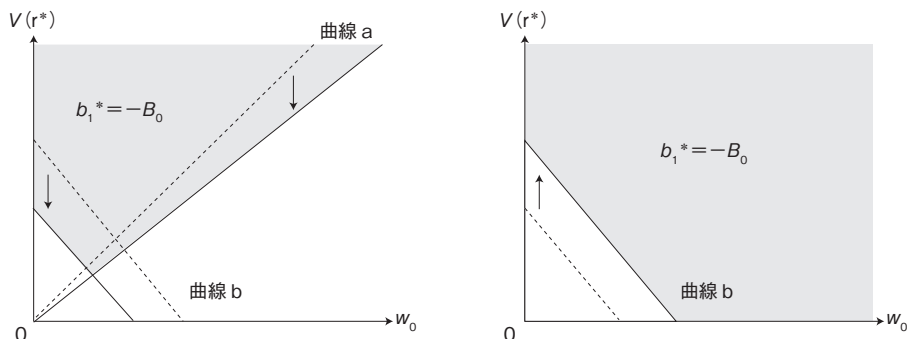
銀行の初期の危険資産保有量（ B_0 ）が、銀行の投資行動にどのような影響を与えるかを見ていく。 $\hat{b}_1 \equiv \{(1-\delta)V(r) + \gamma_S w_0\} / \{\gamma_S P_1 - \underline{P}\} - B_0$ であることに注意し、関数 $\Phi_1(\theta, B_0)$ を B_0 について微分する。

$$\frac{\partial \Phi_1(\theta, B_0)}{\partial B_0} = \left\{ \frac{\partial X_3}{\partial B_0} w_0 X_1(\cdot) - X_3(\cdot) w_0 \frac{\partial X_1}{\partial B_0} \right\} / \{X_1(\cdot)\}^2 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } \frac{\partial X_1}{\partial B_0} &\equiv -\theta C'(-B_0) - \theta C'(\hat{b}_1) \left\{ 1 - \delta(1-\delta) + \frac{\eta_2 P_1(1-\delta)}{\gamma_2 P_1 - \underline{P}} \right\} > 0 \\ \frac{\partial X_3}{\partial B_0} &\equiv \theta C'(\hat{b}_1) \left\{ \frac{\eta_2 P_1(1-\delta)}{\gamma_2 P_1 - \underline{P}} + 1 \right\} > 0 \end{aligned}$$

(24) 式の分子の第 1 項、第 2 項とも負であることから、 $\partial \Phi_1(\theta, B_0)/\partial B_0 < 0$ となることがわかる。このことから、銀行の危険資産初期保有量が大きいくほど、曲線 a は下方にシフトし、 $F_2(\hat{b}_1) < F_1(-B_0)$ の領域が拡大する（図 7（左））といえる。危険資産初期保有量が増加すると、銀行は大量の危険資産を売却することでバブルを崩壊させ、2 期目から安全資産投資に切り替えることができる。一方、 \hat{b}_1 の水準も低下するため、銀行が \hat{b}_1 を選択したときの期待収益も下がる。ゆえに銀行は、 \hat{b}_1 よりも $-B_0$ を選択するようになる。

図 7 銀行の危険資産初期保有量の増加が銀行行動に与える影響
（左： $C(\bar{b}_1) > \delta C(-B_0)$ の場合。右： $\delta C(-B_0)$ が十分大きい場合）



同様に、 $\Phi_2(\theta, B_0)$ を B_0 について微分する。

$$\frac{\partial \Phi_2(\theta, B_0)}{\partial B_0} = [(1 - \bar{p} - \theta C(\bar{b}_1))(\gamma_B - \gamma_S)P_1]/X_4(\cdot) - [(1 - \bar{p} - \theta C(\bar{b}_1))(\gamma_B - \gamma_S)P_1(B_0 + \bar{b}_1) - (\bar{p} + \theta C(\bar{b}_1))\gamma_S w_0] \frac{\partial X_4}{\partial B_0} / \{X_4(\cdot)\}^2 \quad (25)$$

$$\text{ただし } \frac{\partial X_4}{\partial B_0} = (1 - \delta) \{\delta C(-B_0) - C(\bar{b}_1)\}$$

(25) 式の第1項は正、第2項の分子の括弧内も正である。よって $C(\bar{b}_1) > \delta C(-B_0)$ ならば $\partial X_4 / \partial B_0 > 0$ となる。このとき曲線 b は上方にシフトし $F_3(\bar{b}_1) > F_1(-B_0)$ の領域が拡大する (図7 (右))。これは、銀行の危険資産保有量が増えることによって、危険資産から得られる収益が増加するからである。反対に $\delta C(-B_0)$ 十分大きければ、パラメータにも依存するが $\partial X_4 / \partial B_0 < 0$ となりうる。このとき曲線 b は下方にシフトし $F_3(\bar{b}_1) < F_1(-B_0)$ の領域が拡大する (図7 (左))。これは、銀行の危険資産保有量が多い場合、銀行が保有している危険資産をすべて売ること、バブル崩壊確率を大きく上げ、2期目から安全資産投資に切り替えることで長期的により大きな利益を得ることができるためである。

以上の分析から、危険資産初期保有量の増加は、銀行の危険資産投資を減らす効果と、増やす効果の両方の効果をもたらすことがわかった。銀行が、危険資産を保有し続けることで、バブル崩壊確率を大きく下げることができると予想した場合、銀行は危険資産投資を増やす。反対に銀行が、危険資産を売却することでバブルを高い確率で崩壊させられ、しかもバブルを崩壊させても倒産しない状況であれば、銀行は危険資産を売却する。

3 まとめ

本稿では、バブルが発生している資産に対する銀行の投資行動が、バブル崩壊確率に影響を与える状況を考え、その際、銀行がどのような投資行動を行うかについて分析を行った。その結果、銀行の投資行動は、フランチャイズ価値と自己資本量に依存することが示された。フランチャイズ価値が高く、自己資本量が多い場合、銀行はバブルが発生している資産を売却する。反対に、フランチャイズ価値が低く、自己資本量が少ない場合、銀行は資産をさらに購入しようとする。銀行間の競争が激しく、預金の利子弾力性が高い状況では、フランチャイズ価値が低下するため、銀行のバブルへの投資が増進される。そのため、銀行間の競争を緩和する政策の必要性も検討されるべきである。また、自己資本比率規制などによって銀行の自己資本を増やす政策も効果的である。また本論では、銀行の資産市場への影響度が大きい場合や、銀行の危険資産初期保有量が多い場合、銀行が資産を購入することで、バブル崩壊確率を大きく低下させられると予想したならば、銀行がその資産へ投資するインセンティブは強まることも示された。

今回の分析から、銀行の投資行動を決定する大きな要因として、銀行のフランチャイズ価値があることがわかった。規制緩和によって銀行間の競争が激化し、銀行のフランチャイズ価値は低下する傾向にある。規制緩和による効率化と引き換えに、金融システムの安定性が脅かされている。規制緩和を安易に促進するのではなく、いかに安定的な金融システムを構築するかをまず考えるべきであろう。

●参考文献

- [1] Abreu, D. and M. Brunnermeier (2003) “Bubbles and Crashes,” *Econometrica*, Vol.71, No.1, pp.173–204.
 [2] Allen, F. and G. Gorton (1993) “Churning Bubbles,” *Review of Economic Studies*, Vol.60, No.4, pp.813–836.
 [3] Allen, F., S. Morris and S. H. Shin (2006) “Beauty Contracts, Bubbles and Iterated Expectations in Asset Market,” *Review of Financial Studies*, Vol.19, No.3, pp.719–752.
 [4] Boyd, J. H., G. D. Nicoló, B. D. Smith (2004) “The Theory of Bank Risk Taking and Competition Revisited,” *Journal of Finance*, Vol.60, No.3, pp.1329–1343.
 [5] Brunnermeier, M. (2008) *Bubbles : The New Palgrave Dictionary of Economics*, Palgrave MacMillan.
 [6] Hong, H., J. Scheinkman and W. Xiong (2006) “Asset Float and Speculative Bubbles,” *Journal of Finance*, Vol.61, No.3, pp.1073–1117.
 [7] Samuelson, P. (1958) “An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money,” *Journal of Political Economy*, Vol.66, No.6, pp.467–482.
 [8] Scheinkman, J. A. and W. Xiong (2003) “Overconfidence and Speculative Bubbles,” *Journal of Political Economy*, Vol.111, No.6, pp.1183–1219.
 [9] Tirole, J. (1985) “Asset bubbles and Overlapping Generations,” *Econometrica*, Vol.53, No.6, pp.1499–1528.

Appendix

銀行の期待収益を最大化する預金利率を求め。本論 (11) 式より $b_1 \leq \hat{b}_1$ の範囲では銀行の期待収益は以下のようになる。

$$F_1 = (1 - p(b_1)) \{ \gamma_S s_1 + \gamma_B B_1 - rD(r) - \delta(P_2 - \underline{P})B_1 \} + p(b_1) \{ \gamma_S s_1 - (P_1 - \underline{P})B_1 - rD(r) + \delta(\gamma_S - r)D(r^*) \} + \delta^2(\gamma_S - r)D(r^*) \quad (\text{A.1})$$

このとき、バブル崩壊後の3期目以降、銀行は預金利率として r^* を選択していることに注意する。また、本論(4)式より、安全資産投資量と危険資産投資量、そして預金量には以下の関係がある。

$$s_1 + P_1 b_1 = D(r) \quad (\text{A.2})$$

(A.2) 式を (A.1) 式に代入し、期待収益の最大化条件を求めると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial r} &= (1 - p(b_1)) \left\{ \gamma_S \frac{\partial D}{\partial r} - \left(D(r) + r \frac{\partial D}{\partial r} \right) \right\} + p(b_1) \left(\gamma_S \frac{\partial D}{\partial r} - \left(D(r) + r \frac{\partial D}{\partial r} \right) \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \gamma_S \frac{\partial D}{\partial r} - \left(D(r) + r \frac{\partial D}{\partial r} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \gamma_S \frac{1}{r} \frac{\partial D / \partial r}{D(r) / r} - \left(1 + \frac{\partial D / \partial r}{D(r) / r} \right) = 0 \end{aligned}$$

預金量の利子弾性を $\varepsilon_r = \frac{\partial D / \partial r}{D / r}$ とすると、次のように書き換えられる。

$$r = \frac{\gamma_S \varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r} = r^* \quad (\text{A.3})$$

同様に $\hat{b}_1 < b_1 \leq \hat{\hat{b}}_1$ の範囲、 $\hat{\hat{b}}_1 < b_1$ の範囲でも $r^* = \gamma_S \varepsilon_r / (1 + \varepsilon_r)$ が最適預金利率となる。