＜論　説＞

ナイト流不確実性の下でのエージェンシー問題と労使間リスクシェアリング

玉 井 義 浩

1　序

不完全情報下でのプリンシパル・エージェント問題についての従来の分析の多くは，エージェントの隠れた努力と成果との間に，ある単一の確率測度が与えられる確率的関係があるという認識を，プリンシパルとエージェントが共有していることを前提にしていた。また，その確率的関係について単調尤度比の仮定が置かれる場合は，エージェントの努力がプリンシパルに観察不能な場合であっても，成果の良否に正相関した報酬支払契約による次善均衡が導き出されることも周知の事実である。

しかし，エージェント（たとえば勤労者）とプリンシパル（たとえば雇用者：企業）が直面する問題が，職場に於ける技能蓄積過程のような長期にわたるプロジェクトである場合，エージェントが自らの努力と将来の成果との間の確率的関係に単一の確率的関係に基づく確信を抱くのは困難であろう。特に今日の日本のように，労働市場の流動化が進みつつある状況下では，「この企業で努力すれば将来報われる確率も高くなる」というような単調尤度比に対する確信も揺らぐであろう。

本論説は，このように経済主体が，確率変数のしたがう確率分布そのものに確信が抱けない（確率変数がしたがう確率分布を単一の分布に絞り込めない）という類の不確実性（いわゆるナイト流の不確実性）に直面している場合に，標準的なエージェンシー問題におけるインセンティヴ契約がどのように変化するかを分析したものである。

通常，エージェントの努力水準が私的情報である場合，エージェントのモラルハザードを防止するための次善のインセンティヴ契約は，観察可能な成果の多寡に応じたものとなる（Holmstrom (1979)，Grossman and Hart (1983) など）。しかし，エージェント側がナイト流不確実性に直面している場合，下方に硬直的な報酬支払契約が次善契約として導き出されうる。

1.1　ナイト流不確実性とリスク

経済主体がある確率変数の分布に確信を抱けないとしても，確率分布の合成（たたみこみ）によって経済主体の直面する不確実性を通常の，単一の確率分布に基づく期待効用最大化で現実的に記述できるのではないか，という向きもあろう。

例えばエージェントの努力の成果を客観的に評価することが不可能で，プリンシパル・エージェント双方の主観に依らざるを得ない場合には，エージェントの努力と結果として得られる報酬との間に単純な相関関係が成立しない。このように，エージェントの達成した成果の評価が主観的にならざるを得ないケースにまでエージェンシー問題を拡張した研究として MacLeod and Malcomson (1989) や MacLeod (2003) があるが，これらの研究で行なわれている分析は，いずれも努力と報酬との間の確率的関係に，主観的評価の攪乱が更に加わる方向での不確実性の拡大であり，最終的には経済主体の行動は，単一の確率分布に基づく期待効用最大化に帰着する。

このように，恰も経済主体が単一の確率分布に基づく期待効用関数を最大化しているようにみなした経済主体の行動分析は，Savage (1954) によってそのような期待効用の大小関係に一対一で

引きなおすことのできる選好関係が満たすべき公理が与えられて以来，広範になされてきたものである。これらの分析に於いては，不確実性の大小は確率分布の比較（例えば分散の比較（Rothchild and Stiglitz（1971）））の問題，ひいてはリスクの大小という問題に帰着する。

しかしながらSavageの公理化については，比較的早い時期からその限界も指摘されてきた。たとえばEllsbergの逆説[1]と呼ばれるものがその例で，きわめて自然な選好順序で，単一の確率分布に基づく期待効用の大小関係としては記述不可能な選好順序の存在が明らかにされている。

EIlsbergの逆説のような問題は，基本的には通常の加法的確率測度の限定的な性質に起因する。すなわち，通常の加法的確率測度Pについては，事象AとBが排反事象である場合，それぞれの確率P（A）とP（B）の和は事象（$A \cup B$）の確率に一致する。ところが，「AまたはBである」という粗い（大雑把な）情報に関する確信は強く得られても，「Aである」「Bである」という細かい（精度の高い）情報を確度を以って断言することが困難である，ということは日常往々にして生じうる。このような場合をも許容するような，加法的確率測度の性質を緩めた測度が（凸の）非加法的測度であり，$P(A \cup B) \geq P(A)+P(B)-P(A \cap B)$という性質をもつ。

Gilboa（1987）とSchmeidler（1989）は，このような非加法的確率測度に基づくChoquet積分で評価されるような期待効用（Choquet Expected Utility: CEU）で表現されるような選好関係の公理化を行なった。この公理はEllsbergの逆説における自然な選好順序をも網羅している。また，Gilboa and Schmeidler（1989）はCEUを特殊ケースとして含むより一般的な表現として，複数の確率分布からなる集合によるMaxminの期待効用（Maxmin Expected Utility: MMEU）による，不確実性回避的な経済主体の選好関係の公理化を行なった。

この公理化の基本的な考え方は，確率分布を一つに絞りきれない経済主体は，ありとあらゆる確率分布を想定し，そのうち，自分にとって最悪の状況を与えるような確率分布によって慎重に利得を評価する，というものである。このとき経済主体が念頭におく確率分布の集合が，複数の確率分布から成る場合を，Frank Knight（1921）にちなんで「ナイト流の不確実性がある」と言う。

この確率分布の集合が大きければ大きいほど（経済主体がより多くの確率分布を想定するようになるほど）ナイト流の不確実性が大きい，ということになる。

すなわち，「リスクの大小」の問題が，単一の確率分布と単一の確率分布の間の比較であるのに対し，ナイト流の不確実性は，どれだけ多くの確率分布を念頭に置くか（効用の評価を行なう確率分布を単一に絞りきれない度合い）の問題であるため，両者は全く独立の，異なる概念である。

ナイト流不確実性の，経済学への応用　このナイト流不確実性に基づく経済主体の行動を経済モデルへ応用することにより，従来の単なるリスクの高低という意味での不確実性に基づく分析では必ずしも合理的に説明し得なかったような現象が説明できるようになりつつある。たとえばDow and Werlang（1992）は，投資家のポートフォリオ選択問題に関し，投資家が不確実性回避的な場合には証券を売るインセンティヴも買うインセンティヴももたないような証券価格の幅が生じることを明らかにしている。つまり，不確実性回避の要請から生じる，投資家の現状固執的な（Status Quoを好む）行動の合理性が明らかにされる。また，このDowとWerlangのモデルをLucasのTreeモデルと呼ばれる資産価格付けのモデルに応用したEpstein and Wang（1994）は，ナイト流不確実性のもとでの均衡価格経路の不決定性と均衡解としての複雑な価格経路を示している。

また，ナイト流不確実性を職探し（Job Search）理論に適用した例として，Nishimura and Ozaki（2001）がある。通常の職探し理論の文脈では，賃金オファーのリスクの増大は，失業給付を受けて職探しを続行する（より高いオファーを待つ）というオプションの価値を高めるため，職探しの長期化をもたらす。しかし，NishimuraとOzakiに

よれば，ナイト流の不確実性の増大は，逆に，職探しの機会費用の増大につながり，目前のオファーを受諾して不確実性を解消することの価値を高めるため，職探しの短期化という，より現実に近い結論につながる。

本論説は，Gilboa and Schmeidler の MMEU を具体化した，Nishimura and Ozaki (2002) による，ε-contamination と呼ばれる確率分布の集合を用いたナイト流不確実性の定式化をエージェンシー問題へ応用することによって，ナイト流不確実性がエージェントの側にあるとした場合のインセンティヴ契約の性質を分析したものである。

主要な結論は以下のとおりである。まず，エージェントの努力水準が観察可能な場合の（完全情報の場合の）最善契約の性質を検討すると，通常のリスクシェアリング契約とは異なり，リスク回避的なプリンシパルがリスク中立的なエージェントのナイト流不確実性を除去するような，エージェントの所得変動リスクを完全にゼロにするような契約が最善契約となり得る。エージェントの努力水準が私的情報の場合の次善契約については，報酬は観察可能な成果に正相関したものになるが，成果の多寡に対する報酬の弾力性は，ナイト流不確実性の無い場合に比べて低くなる。

本論説の以下の構成は次の通りである。まず第2節で，本論説で用いるナイト流不確実性の厳密な定式化を行なった上で，第3節でモデルの基本的枠組みを示す。第4節で最善契約の，第5節で次善契約の性質を検討する。第6節ではエージェントの努力の成果が有限の n 個に及ぶ一般的なケースを分析し，第7節で結論を述べる。

2　ナイト流不確実性と ε-Contamination

2.1　Maxmin 期待効用

X を有限個の要素からなる賞品（生産量，利潤など）の集合とし，Y を X 上の確率分布の集合とする。S を状態の集合とし，Σ を S の部分集合からなる代数とする。

X も S も非空であるとする。L_0 で以って S から Y へのすべての Σ 可測関数の集合とする。

L_0 の要素は，くじの行動（または賭け）と呼ばれる。

Gilboa and Schmeidler (1989) は，L_0 の要素 f と g に関する選好順序が，以下の Maxmin 期待効用の大小関係として記述できる場合の公理を明らかにした。すなわち，あるアフィン関数 $u: Y \to R$ と Σ 上の有限加法的確率測度の凸集合 C について，

$$f \succeq g \quad iff$$

$$\min_{P \in C} \int u(f(s))\,dP \geq \min_{P \in C} \int u(g(s))\,dP 。\quad (1)$$

不確実性回避的な選好順序は，結局，当該経済主体が念頭に置く確率分布の集合 C によって特徴付けられることになる。これを，ある確率測度と，Σ 上のありとあらゆる確率測度の凸結合となるような確率測度の集合に特定化したのが，Nishimura and Ozaki (2002) で公理化された ε-contamination である。

2.2　ε-contamination による不確実性の定式化

Nishimura and Ozaki (2002) は，次のような選好順序の公理化を行なった。

$$f \succeq g \quad iff$$

$$\min_{P \in \{\mu\}^{\varepsilon}} \int u(f(s))\,dP(s) \geq \min_{P \in \{\mu\}^{\varepsilon}} \int u(g(s))\,dP(s) \quad (2)$$

ただし，

$$\{\mu\}^{\varepsilon} = \{(1-\varepsilon)\mu + \varepsilon q \mid q \in \mathcal{M}\}$$

（$\mathcal{M}$ は Σ 上のすべての有限加法的確率測度の集合）。

(2) が含意するところは以下のとおりである。つまり，経済主体は $(1-\varepsilon)*100$ パーセントの度合いだけ，状態 s の確率分布が μ であるとの確

信をもっているものの，ε の度合い，真の確率分布が何であるかが全くわからず，その部分についてはありとあらゆる確率分布を念頭に置いて賭け $f(s)$，$g(s)$ の価値を評価する。その際は，$f(s)$，$g(s)$ のそれぞれについて，最悪の事態を想定して悲観的に評価を行なうのである。この ε の値が大きければ大きいほど，経済主体はより大きな不確実性に直面している，という。

3　ナイト流不確実性の下でのエージェンシー問題

本節ではエージェント（勤労者）の側が，努力と成果との間の確率的な関係についての単一の確率分布に依拠した期待効用最大化を行ない，ナイト流不確実性に直面している場合に，標準的なエージェンシー問題に於ける契約の性質がどのようになるかを分析する。モデルの基本的な枠組みは，Holmstrom（1979）を二つの状態についての離散分布にしたものである。

3.1　モデルの基本設定

企業が各勤労者と個別に賃金契約を結ぶ状況を考える。勤労者は努力 a を投入して企業で生産活動を行い，その結果得られた成果 x の中から，勤労者が報酬として s を，企業が $(x-s)$ を受け取る。a が観察可能かつ立証可能なので，企業は望ましい努力水準 a を勤労者に強制できる。

企業と勤労者が直面している状態空間は h,l の二つの要素からなり，状態 h と l はそれぞれ確率変数たる成果 x の高い値 x_h と低い値 x_l の生起に対応する。x_l が生起する確率は $p(a)$，x_h が生起する確率は $1-p(a)$ である。ここで $p(a)$ は勤労者の努力水準 a の関数であり，p: $[0, 1] \to [0, 1]$，$p(0)=1, p'<0$ で，二階微分が定義できるものとする。つまり，勤労者は努力によって悪い結果が出る確率を下げることができる。

勤労者の成果が x_l と x_h のいずれかなのかは客観的に評価でき，その客観性については労使双方共納得できるものとする。

G と U をそれぞれ企業と勤労者の所得についての効用関数とする。企業はリスク中立的あるいはリスク回避的であり，勤労者はリスク回避的である（$G'>0, G''\leq 0$ and $U'>0, U''<0$）。勤労者の努力の供給には，$V(a)$ で表される不効用が伴う。$V(0)=0, V'>0, V''>0$ である。努力 a の取りうる値の範囲は，区間 $[0,1)$ であり，$\lim_{a\to 1}V(a)=\infty$ とする。

3.2　勤労者の直面するナイト流不確実性

勤労者と企業双方とも，状態空間 S が $\{l,h\}$ であることについて同意している。また，状態 l,h に対応して x_l, x_h が生起し，それらが客観的に検証可能となるであろうことについても同意している。しかし，努力 a と l,h の生起確率との関係については，企業が l,h が生じる確率がそれぞれ $p(a), (1-p(a))$ であると確信しているのに対し，勤労者の側はそのような確信を $(1-\varepsilon)$ の度合いでしか抱けない。勤労者は残りの ε の度合い，(S,Σ) 上のありとあらゆる確率測度を念頭に置いたような，確率測度の束（ε－contamination）を用いて賃金契約の価値を評価する（Σ は S の部分集合からなる有限加法族）。勤労者の ε の値を企業は知っており[2]，ε の値も各勤労者間で共通とする。

$\mathcal{M}$ を (S,Σ) 上の有限加法確率測度の集合とする。f を，「賭け」で，状態 l が生起した場合に確率１で $U(s_l)-V(a)$ に賭け，状態 h が生起した場合に確率１で $U(s_h)-V(a)$ に賭ける，というものとする。確率測度 $\mu(a)$ を，l,h のそれぞれに確率 $p(a), (1-p(a))$ を付与するものとする。

確率測度の集合 $\{\mu(a)\}^{\varepsilon}$ を以下のように定義する。

$$\{\mu(a)\}^{\varepsilon}=\{(1-\varepsilon)\mu(a)+\varepsilon q | q\in\mathcal{M}\}$$

単一の確率分布に確信を抱いて依拠することができず，このような確率分布の“束”によって契約の価値を評価する，ナイト流の不確実性に直面した勤労者にとっての，Maxmin の期待効用は，

$$
\begin{aligned}
& EU^{\varepsilon} \\
\equiv\ & \min\left\{\int f(s)\,dp(s) \mid p\in\{\mu(a)\}^{\varepsilon}\right\} \\
=\ & (1-\varepsilon)[p(a)U(s_l)+(1-p(a))U(s_h)- \\
& V(a)]+\varepsilon[\min[U(s_l),U(s_h)]-V(a)] \qquad (3)
\end{aligned}
$$

となる。

4 ナイト流不確実性の下での最善契約

4.1 最善契約

ここでは，勤労者の側にナイト流不確実性があるものの，努力水準 a が観察かつ立証可能な場合の，最善契約を確認する。一つのパレート最適な最善契約は，以下の問題の解となる。

$$
\begin{aligned}
& \max_{a,\,sl,\,sh}\ p(a)G(x_l-s_l) \\
& +(1-p(a))G(x_h-s_h) \qquad (4) \\
& s.t. \\
& EU^{\varepsilon}-\underline{u}\geq 0 \qquad (5)
\end{aligned}
$$

ただし，$\underline{u}$ はこの勤労者がこの企業と契約を結ばない場合に他から得ることのできる効用を表す。制約条件(5)は，勤労者がこの企業と契約に参加することが合理的となるための条件(Individual Rationality 制約: IR 制約）である。

(3)における min の存在によって，このIR制約(5)は $s_l=s_h$ において微分不可能となる。すなわち，不確実性回避的な勤労者は，ε の度合いで確率分布に確信がもてない部分については，自分にとって最悪の事態をもたらす事象が確率1で起こるような，自分にとって最悪の状態をもたらす確率分布を念頭において利得を慎重に評価するので，たとえば s_h を所与とした場合，l が起きた場合の賃金 s_l を追加することの限界効用が，$s_l<s_h$ の状態から s_l を追加する場合と，$s_l=s_h$ の状態から追加する場合とで，全く異なるのである。

$s_l<s_h$ の場合は，勤労者にとっての最悪の事態は l が生じることであり，その状態から s を少々追加する事は，最悪の事態の改善を意味するので，その限界効用は大きい。しかし，$s_l\geqq s_h$ の場合，勤労者にとっての最悪の事態はhが生起することに転じるから，そこから s_l を改善することは最悪の事態の改善ではなく，限界効用(3)は小さくなる。

そこで，s_l と s_h の間の限界代替率が，$s_l=s_h$ を境に異なる。

$$
\begin{aligned}
MRS^{Worker}_{sl<sh} &\equiv -\frac{ds_h}{ds_l}\Big|_{dEU^{\varepsilon}=0,\ sl<sh} \\
&= \frac{p(a)+\dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}}{1-p(a)}\,\frac{U'(s_l)}{U'(s_h)} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
MRS^{Worker}_{sl>sh} &\equiv -\frac{ds_h}{ds_l}\Big|_{dEU^{\varepsilon}=0,\ sl>sh} \\
&= \frac{p(a)}{1-p(a)+\dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}}\,\frac{U'(s_l)}{U'(s_h)} \qquad (7)
\end{aligned}
$$

一方企業の側の限界代替率は

$$
MRS^{Firm} = \frac{p(a)}{1-p(a)}\,\frac{G'(x_l-s_l)}{G'(x_h-s_h)} \qquad (8)
$$

特に企業がリスク中立的である場合は，
$MRS^{Firm}=p(a)/(1-p(a))$ であるので

$$
\begin{aligned}
\lim_{sl\to sh+} MRS^{Worker}_{sl>sh} &< MRS^{Firm} \\
&< \lim_{sl\to sh-} MRS^{Worker}_{sl<sh} \qquad (9)
\end{aligned}
$$

が成立する。

この場合，ある努力水準 a を所与とした場合に $s_l=s_h$ なる契約がパレート最適となる。

$s_l<s_h$ である限り，(9)の右側の不等号が成立する。これは，Knight 流不確実性に直面する勤労者が，s_l の上昇（すなわち最悪の状況の緩和）に大きな限界便益を感じるために，勤労者が s_l の上昇と引き換えに企業が要求する以上の s_h の下落に

応じる事を示す。したがって $s_l<s_h$ である限り，s_l の上昇がパレート改善となる。一方，$s_l>s_h$ の範囲では，(9)の右側の不等号が成立する。$s_l<s_h$ であるので，勤労者にとって最悪の状況は h が生起することである。したがって，s_l を限界的に追加しても，それは最悪の状況の緩和ではなく，勤労者にとっての限界便益は低い。これは反面，s_l が限界的に減少することの機会損失が低く，その補償として勤労者が要求する s_h の追加額が，企業が s_l の負担を免れる代わりに追加してもよいと思っている s_h の増額よりも少なくて済む，ということを意味している。よって，s_l の低下と s_h の増額がパレート改善となる。

4.2　Knight 流不確実性とリスクシェアリング

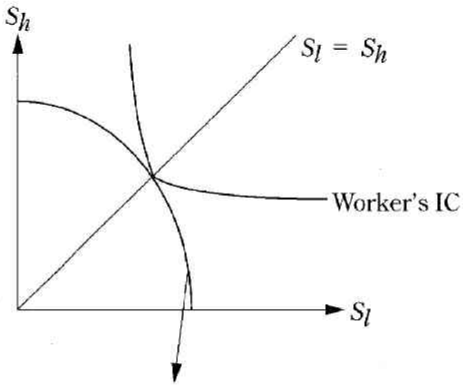
以上，企業（プリンシパル）がリスク中立的である場合の最善契約が $s_l=s_h$ となることを確認したが，この結果だけを見る限り，通常のプリンシパル・エージェント間の最善契約の結論―エージェントの努力水準が観察可能で最善契約が締結可能な状況下では，リスク中立的なプリンシパルがリスク回避的なエージェントの所得変動リスクを全て負担する，すなわち，報酬支払を状態に関わらず一定とする（$s_l=s_h$）のが最善契約である―と変わりない。

しかし，企業が勤労者の所得変動リスクをすべて負担するという $s_l=s_h$ なる契約が最善となる場合であっても，その結果がもつ含意は，Knight 流不確実性が有る場合と無い場合とで，大きく異なる。

Knight 流不確実性が存在しない状況下，つまり，不確実性がリスクにのみ帰着できる場合には，勤労者の所得変動リスクを消滅させる（$s_l=s_h$）のがパレート最適な最善契約となるのは，企業がリスク中立的である場合に限られる。つまり，企業が少しでもリスク回避的であれば，勤労者はリスク回避的であるとはいえ，多少なりとも企業の利得変動リスクを分担（シェア）する，すなわち $s_l<s_h$ とするのがパレート最適となる。

ところが，勤労者の側に Knight 流の不確実性が存在する場合には，様相が一変する。勤労者に Knight 流の不確実性が存在する場合（$\varepsilon>0$）は，仮にその選好が von-Neumann=Morgenstern 型の期待効用関数の意味でリスク中立的であったとしても，また企業がリスク回避的であったとしても，**リスク中立的な勤労者の Knight 流の不確実性をリスク回避的な企業が負担することが，パレート最適な最善契約となるケース**が存在するのである。これは，(9) における企業がリスク中立的である場合の $s_l=s_h$ に於ける限界代替率が，正の幅をもった区間内に入っているために，多少企業のリスク回避度が上昇しても，(9) が成立し続けるからである。

これは，企業が少しでもリスク回避的であれば勤労者もリスクを負担すべきとする通常の（Knight 流不確実性の無い）リスクシェアリング契約の含意と大きく異なり，厚生経済学的な観点からは，Knight 流不確実性の緩和は，リスクの緩和に優先する性質をもつ。



内点解としての最善契約　企業がリスク中立的，あるいは企業のリスク回避度が比較的低い場合には最善契約は端点解となるが，企業のリスク回避度が高くなると，最善契約は内点解となり，$s_l<s_h$ という性質を満たす（$s_l>s_h$ なる範囲に最適解は存在しない。補論1を参照）。その契約が満たす1階条件は，ある努力水準 a を所与とした場合

$$\frac{G\ (x_l-s_l)}{(1-\varepsilon)\,U'\,(s_l)} \;=\; \lambda+\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\frac{1}{p\ (a)} \tag{10}$$

$$\frac{G\,(x_h - s_h)}{(1-\varepsilon)\,U'(s_h)} = \lambda \tag{11}$$

ただし，λ はIR制約へのラグランジュ乗数で，最大化の目的関数 G が報酬支払の減少関数であることと制約条件の範囲から，正の値をとる。(10) からわかるとおり，勤労者はKnight流の不確実性に直面して最悪の状況が悪くなることについて強い限界不効用を感じるため，共同利得の最大化を図る企業の側も l が生起した場合の賃金 s_l を下げるインセンティヴは，Knight流不確実性の無い場合に比べて弱い。

5　Knight流不確実性の下での次善契約

前節で，勤労者にKnight流不確実性があるもののその努力水準 a が観察可能である場合，企業が自らのリスク回避を超えて勤労者の不確実性を解消することが最善契約となり得ることが示された。このように，勤労者の側のKnight流不確実性は，賃金の成果に対する弾力性を，最低賃金を上昇させる形で低下させる。

この基本的な性質は，勤労者の努力水準が私的情報となる場合の次善契約についてもあてはまる。すなわち，勤労者の努力水準が私的情報となる場合，勤労者の努力供給のインセンティヴを引き出すために賃金契約は賃金を成果 x の値に正相関させたインセンティヴ契約となるが，勤労者のKnight流不確実性の影響で，インセンティヴ契約における賃金の成果に対する弾力性は，最善契約の場合と同様，低下する。

努力水準が勤労者の私的情報（隠れた行動: Hidden Action）で観察・立証不能の場合，企業は契約の中に a を指定してもそれを強制することができない。a は契約の外で，賃金支払い契約（s_l, s_h）を所与とした勤労者の私的な意思決定の結果として決まる。そこで，次善契約は，IR制約の他に，以下の誘因整合性条件（Incentive Compatibility (IC) 制約）が制約条件として加わった共同利得最大化の解となる。

$$a \in \arg\max_a EU^{\varepsilon}$$

これは以下と同値である。

$$-(1-\varepsilon)\,p'(a)\,[U(s_h) - U(s_l)] - V'(a) = 0 \tag{12}$$

これより，企業は勤労者から正の努力水準を引き出すためには，$s_l < s_h$ という契約を示す必要がある。企業が (4) をIR制約(5)およびIC制約 (12) の下で最大化したものが次善契約となる。$s_l < s_h$ なる内点解の満たす1階条件は

$$\frac{G'(x_l - s_l)}{(1-\varepsilon)\,U'(s_l)} = \lambda\left\{1 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\frac{1}{p(a)}\right\} - \mu\frac{-p'(a)}{p(a)} \tag{13}$$

$$\frac{G'(x_h - s_h)}{(1-\varepsilon)\,U'(s_h)} = \lambda + \mu\frac{-p'(a)}{1-p(a)} \tag{14}$$

となる。ここで，μ はIC制約に関するラグランジュ乗数である。Holmstrom (1979) は努力と成果の確率分布の間に尤度比単調増加が成立する場合は μ の符号が正であることを証明している。本論文においても $p'<0$ より尤度比単調増加のケースに相当するが，Knight流不確実性($\varepsilon>0$) あるため，Holmstromの証明はそのままの形ではあてはまらない。しかし依然として $\mu>0$ であることが容易に証明可能である（補論2参照）。そこで，(13) と (14) から，Knight流不確実性が存在する場合（$\varepsilon>0$ の場合）のインセンテイヴ契約は，存在しない場合のそれに比べ，低い成果が出た場合の賃金下落が緩い（s_l が比較的大きい）ものになる。

5.1　数値例

以下，企業と勤労者の効用関数を特定化して計算した，次善契約の数値例を紹介する。

$U(w) = \sqrt{w}$, $G(w) = w$, $V(a) = \frac{a^2}{1-a}$, $p(a) = 1-a$, $a \in [0,1)$ とする。このような効用関数につ

いて，Knight 流不確実性に直面する勤労者が (s_l, s_h)，$(s_l<s_h)$ に応じて選択する努力水準は

$$a^* = 1-\sqrt{\frac{1}{(1-\varepsilon)(\sqrt{s_h}-\sqrt{s_l})+1}}$$

となる。

以下の表は，上記の効用関数について，$x_l=2, x_h=4$，勤労者の他の就業機会から得られる効用 $\underline{u}$ を 1 とした場合についての次善契約の解である。不確実性の増大（ε の増加）に伴い，次善契約に於ける勤労者の所得変動は小さくなる。

また，IC 条件に対するラグランジュ乗数 μ の値は，不確実性の増大と共に，上昇している。これは，不確実性の上昇に伴い，報酬の下限 s_l を企業はある程度上昇させることで勤労者を契約につなぎとめる必要があるものの，そのような報酬の下限の上昇は，同時に勤労者の側にモラルハザードが発生する素因にもなるため，IC 制約がよりきつくなることを示している。

ε	s_l	s_h	a	λ	μ
0.00	0.88411	2.2167	0.19641	2.0960	0.17317
0.01	0.88723	2.2124	0.19419	2.0957	0.17655
0.02	0.89030	2.2082	0.19197	2.0954	0.17993
0.03	0.89330	2.2040	0.18976	2.0950	0.18331
0.04	0.89624	2.1999	0.18757	2.0947	0.18670
0.05	0.89910	2.1958	0.18539	2.0943	0.19009
0.1	0.91429	2.1759	0.17462	2.0920	0.20709

6　状態が n 個の要素からなる場合

以上の議論は，状態が 2 個の場合に限らず，有限の n 個の要素からなる場合に拡張できる。生起しうる状態には $1,2,\ldots,n$ という n 種類があり（集合 $\{1,2,\ldots n\}$ を S とおく），それぞれの状態に対応した成果はそれぞれ $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \mathbb{R}_+$ で $x_1 < x_2 < \cdots < x_n$ である。

状態 i の生起する確率の企業の主観的分布は，勤労者の努力水準 $a\in[0,1)$ の関数 $\Gamma_i(a)$ $(\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i(a)=1)$ で，$\Gamma_i>0\ \ \forall i\in S$ という性質，および尤度比単調増加 $\frac{\Gamma_i'}{\Gamma_i}<\frac{\Gamma_{i+1}'}{\Gamma_{i+1}}\ \ \forall i\in S\backslash\{n\}$ を満たすとする。

企業は勤労者が a の努力を供給した際の，状態 i の生起確率が $\Gamma_i(a)$ であると確信しているが，勤労者はその確信を $(1-\varepsilon)$ の度合いでしか抱けず，残りの ε の度合いについて，関数 $\Gamma_i(a)$ で描けるような確率分布を含め，努力水準 a を所与とした確率分布として可測空間 (S, Σ) 上のありとあらゆる分布を想定しながら，不確実回避的に利得を評価する。その想定の中には，当然，努力の追加が高い成果の生起確率の上昇に全く寄与しなかったり，逆に下落に寄与するような想定も含まれる。

最善契約に於ける報酬支払体系 $\{s_i\}$ は

$$\max_{s_i, a} EG \equiv \sum_{i\in S} G(x_i-s_i)\Gamma_i(a) \tag{15}$$

s.t.

$$EU^{\varepsilon} \equiv (1-\varepsilon)\sum_{i\in S} U(s_i)\Gamma_i(a) + \varepsilon \min U(s_i) - V(a) \tag{16}$$

の解であり，a が勤労者の私的情報である場合の次善契約は，企業が a を直接には操作できないことから

$$\max_{s_i} EG \equiv \sum_{i\in S} G(x_i-s_i)\Gamma_i(a) \tag{17}$$

s.t.

(16)

and

$$(1-\varepsilon)\sum_{i\in S} U(s_i)\quad \Gamma_i'(a)-V'(a)=0 \tag{18}$$

の解である。

これらの 2 つの最適化問題は，いずれも IR 条件に min が存在し，しかもそれが操作変数 s_i 相互の相対的な min であるため，1 階条件の導出については若干の注意を要する（詳細は補論 1 参照）が，最善契約と次善契約について，以下が成立する。

命題 1　最善契約，次善契約のいずれも，$i=1$ を含む S の部分集合 I_{min}，その補集合 $I_{min}^c \equiv S\backslash I_{min}$ について，$\forall j\in I_{min}$，$s_j=\underline{s}$，$\forall i\in I_{min}^c$，$s_i>\underline{s}$ は i

ついて単調増加，という性質を有する。$m \in S$ で，$\forall j \leq m$，$j \in I_{min}$，$\forall i > m$，$i \in I^c_{min}$ となる閾値としての m が存在する。

つまり，最善契約にせよ次善契約にせよ，最適解としての条件に適う報酬支払契約としては，すべての状態について一定の報酬を支払うような契約か，ある閾値 $m \in S$ 以下のすべての状態については成果の多寡に拘わらず一定の最低賃金を支払い，m を超えた状態が生起した場合にはその最低賃金を超える賃金を，成果の多寡に応じて支払う，という契約かの，いずれかである。この結論の基となる，上記の問題の最適化の1階条件は，以下のとおりである。

最善契約の1階条件

$$\forall j \in I_{min},$$
$$\frac{G'(x_j - \underline{s})}{U'(\underline{s})} = \lambda \left\{ (1-\varepsilon) + \varepsilon \frac{\theta_j}{\Gamma_j} \right\} \tag{19}$$

（ただし，$\theta_j \geq 0$）

$$\sum_{j \in I_{min}} \theta_j = 1 \tag{20}$$

$$\forall i \in I^c_{min},$$
$$\frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)} = \lambda (1-\varepsilon) \tag{21}$$

$$\sum_{i \in S} G(x_i - s_i) \Gamma'_i(a) + \lambda \left\{ (1-\varepsilon) + \sum_{i \in S} U(s_i) \Gamma'_i(a) - V'(a) \right\} = 0 \tag{22}$$

前節と同様，λはIR制約に関するラグランジュ乗数で，符号は正である。条件（19）から（21）までが，企業が勤労者へ指定する努力水準を所与とした場合の，それぞれの状態が生起した場合の最適な報酬支払額を画し，これらから直ちに命題が導かれる。条件（22）が最適な努力水準が満たすべき条件である。条件（20）は，企業が I_{min} の各要素に条件づけられた報酬支払 $\underline{s}$ を単独で改変したり，または I_{min} の複数の部分集合について一斉に改善・改悪するインセンティヴをもたないために必要な条件である。企業がリスク中立的である場合は，G' が定数となるから，$I_{min} = S$，つまり，成果の多寡に関わらず一定の報酬を支払うという，企業による勤労者の所得変動リスクの完全負担が，（19）から（21）までの条件と整合的な契約となる。

次善契約の1階条件　次善契約の1階条件は

$$\forall j \in I_{min},$$
$$\frac{G'(x_j - \underline{s})}{U'(\underline{s})} = (1-\varepsilon) \left\{ \lambda \left(1 + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{\theta_j}{\Gamma_j} \right) + \mu \frac{\Gamma'_j}{\Gamma_j} \right\} \tag{23}$$

$$\forall i \in I^c_{min},$$
$$\frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)} = (1-\varepsilon) \left\{ \lambda + \mu \frac{\Gamma'_i}{\Gamma_i} \right\} \tag{24}$$

$$\sum_{i \in S} G(x_i - s_i) \Gamma'_i(a) + \mu \left\{ (1-\varepsilon) \sum_{i \in S} U(s_i) \Gamma''_i(a) - V''(a) \right\} = 0 \tag{25}$$

および前出（20）である。μ は誘因整合性条件に関するラグランジュ乗数である。この μ の符号について，以下が成立する。

補題1　$\mu > 0$ である。

証明　補論2参照。

Holmstrom（1979）は，ナイト流不確実性の無い，連続分布についての通常の期待効用最大化問題について，μ の符号が正であることの証明を与えている。本論説の場合においては，ε-contamination の存在によって，Holmstrom の証明がそのままの形では適用できないが，ε-contamination が存在してもなお μ の符号が正となることが証明可能である（補論2）。したがって，条件（23）と（24），および尤度比単調増加の仮定から，ただちに命題の結論が得られる[3]。

（19）および（23）それぞれの右辺に於ける

項，$\varepsilon\frac{\theta_j}{\Gamma_j}$ の存在から，勤労者が ε-contamination の意味でのナイト流不確実性に直面している場合は，その分，支払報酬の下限を上昇させることが望ましく，その基本的な性質は，最善契約，次善契約の双方について成立することがわかる。次善契約は，勤労者のモラルハザードを防止しなければならないという制約から，報酬支払額の成果の多寡に対する弾力性を高めたものとなるが，その場合でも，報酬の下限を上昇させて勤労者のナイト流不確実性を緩和することがパレート改善となるという性質は維持される。

7　結語

勤労者（エージェント）の確率的ショックの分布についての確信度が ε の度合いだけ侵食されている場合（勤労者がナイト流不確実性に直面している場合），パレート最適な最善契約は，ある場合に於いては端点解の性質をもち，企業（プリンシパル）がたとえリスク回避的であっても，勤労者の所得変動リスクおよび不確実性を全て解消するような契約が最善契約となり得る。これは，通常のリスクシェアリングの文脈とは本質的に異なる。更に，エージェントの努力が私的情報となってエージェントにモラルハザードが発生しうる状況下での次善契約も，ナイト流不確実性が存在しない場合に比べて，賃金の変動が小さくなるようなものになる。

ナイト流不確実性の下にある勤労者は，努力と成果の間の確率分布が尤度比単調増加の性質をもつことに疑念を抱く結果，努力の限界便益がナイト流不確実性の無い場合に比べて低い。
そこで，s_h と s_l の差を拡大することは最適ではなくなる。両者の乖離は ε の増大と共に縮小する。確率分布が漠然としかわからない状況下に置かれる勤労者は，最悪の事態についてより敏感となる。そこで，s_l が上昇することの限界便益は，s_h の上昇のそれよりも大きくなるのである。そして，比較的低い成果しか得られなかった場合の報酬の下限を高めることがパレート改善となる。

このような報酬の下限の上昇は，努力水準が勤労者の私的情報の場合には，勤労者の側にモラルハザードを生み出す原因となるが，モラルハザードの危険があったとしても，ナイト流不確実性の緩和がパレート改善となるという，最善契約に於ける基本的な性質は，次善契約においても維持される。

この論説の分析は，プリンシパル（企業）とエージェント（勤労者）の間の，個別の１対１の契約に限定されているが，分析を団体交渉やチーム契約に拡張することも可能であろう。また，企業の側にも不確実性がある場合や，ε の値の観察可能性，それが観察不能な場合にスクリーニングが可能か否かについての問題も，今後の検討課題である[4]。

参考文献

[1] Aumann, Robert J.(1990), "Agreeing to Disagree" *Game theory in economics* pp. 115–18, International Library of Critical Writings in Economics, no. 5 Aldershot, U.K. and Brookfield

[2] Dow, J. and S.R.C. Werlang(1992), "Uncertainty Aversion, Risk Aversion, and the Optimal Choice of Portfolio" ***Econometrica*** 60, No. 1, pp. 197–204

[3] Epstein, L.G., and T. Wang(1994), "Intertemporal Asset Pricing Under Knightian Uncertainty" ***Econometrica***, v. 62 pp. 283–322

[4] Gilboa, I. (1987) "Expected Utility with Purely Subjective Non-Additive Probabilities." *Journal of Mathematical Economics* 16, pp. 65–88

[5] Gilboa, I. and D. Schmeidler(1989) ; "Maxmin Expected Utility with Non-Unique Prior", *Journal of Mathematical Economics* 18, pp. 141–153

[6] Ghirardato,P.(1994) ; "Agency Theory with

Non-Additive Uncertainty", *mimeo*

[7] Grossman. S.J. and O.D.Hart(1983) "An Analysis of the Principal-Agent Problem" *Econometrica* 51, No. 1, pp. 7–45

[8] Holmstrom. B.(1979) "Moral Hazard and Observability" *Rand Journal of Economics* 1983, pp. 74–91

[9] Holmstrom, B. and P. Milgrom(1987) "Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives" *Econometrica* 55, No. 2, pp. 303–328

[10] Knight, F. (1921) "Risk, Uncertainty and Profit" Boston: Houghton Mifflin

[11] MacLeod, W.B. (2003) "Optimal Contracting with Subjective Evaluation" *American Economic Review* 93, No. 1, pp. 216–240

[12] Nishimura, K. G. and H. Ozaki (2001), "Search under the Knightian Uncertainty" *Discussion Paper Series, University of Tokyo* 2001-CF-112

[13] Nishimura, K. G. and H. Ozaki(2002) "An Axiomatic Approach to ε-contamination", *Discussion Paper Series, University of Tokyo* 2002-CF-183

[14] Rothchild, M. and J. Stiglitz (1971);"Increasing Risk II: Its Economic Consequences", *Journal of Economic Theory* 3, 66–84

[15] Savage, L. (1954) *The Foundations of Statistics*. John Wiley, New York.

[16] Schmeidler, D.(1989) "Subjective Probability and Expected Utility without Additivity", *Econometrica* 57, No. 3 pp. 571–587

補論1：状態集合が n 個の要素からなる場合の，最善契約・次善契約の1階条件

最善契約の1階条件

まず，勤労者の側の Maxmin 期待効用の全微分は，

$$dEU^{\varepsilon} = (1-\varepsilon)\sum_{i\in S} U'(s_i)\Gamma_i(a)ds_i + \varepsilon U'(\underline{s})\min_{j\in I_{min}}(ds_j) + \left\{(1-\varepsilon)\sum_{i\in S} U(s_i)\Gamma_i'(a) - V'(a)\right\}da \tag{26}$$

である。ここで注意を要するのは，$j\in I_{min}$ が複数の要素から成る場合，それらの ds_j のうちの最小値のみが，s の最小値（下限）$\underline{s}$ の変化に寄与する，ということである。そこで，$j\in I_{min}$ なる j の一部についてだけ s を改善しても，$j\in I_{min}$ なる j のすべてについて改善しない限り，$\min U(s_j)$ の改善にならない一方で，下限 $\underline{s}$ の下方への変化については，$j\in I_{min}$ なる j の一部について改悪しただけで，$\min U(s_j)$ の改悪となりうる。

また，$i\in I_{min}^c$ なる i についての変分 ds_i も s の最小値に影響を及ぼしうるが，$i\in I_{min}^c$ なるすべての i について $s_i > \underline{s}$ であるので，微小な契約の変更のインセンティヴの有無を議論する限り，考慮の対象外として除外して差し支えない。

一方，企業の期待効用の全微分は

$$dEG = -\sum_{i\in S} G'(x_i - s_i)\Gamma_i(a)ds_i + \sum_{i\in S} G(x_i - s_i)\Gamma_i'(a)da \tag{27}$$

となる。

$(n+1)$ 次元ユークリッド空間上のベクトル $\mathbf{d}, \mathbf{f}, \mathbf{g}$ を，それぞれ以下のように定義する。

$$\mathbf{d} \equiv (ds_1, ds_2, \ldots ds_n, da)^\top$$

$$\mathbf{f} \equiv (1-\varepsilon) \times \left(U'(s_1)\Gamma_1, U'(s_2)\Gamma_2, \ldots, U'(s_n)\Gamma_n, \sum_{i \in S} U(s_i)\Gamma_i'(a) - \frac{V'(a)}{1-\varepsilon} \right)^\top$$

$$\mathbf{g} \equiv \left(-G'(x_1 - s_1)\Gamma_1(a), \ldots, -G'(x_n - s_n)\Gamma_n(a), \sum_{i \in S} G(x_i - s_i)\Gamma_i'(a) \right)^\top$$

（⊤は転置を表す)。また，$(n+1)$ 次元単位ベクトル $\mathbf{e}_j (j \in I_{min})$ を，$\mathbf{e}_j$ の各要素のうち，第 j 要素のみ 1, 他の要素は全て 0 の値をとるものとして定義する。また，$\mathbf{d}$ のうち，第 k 要素（ただし $k \in I_{min}$）が，$ds_j, j \in I_{min}$ の中の最小値となっているようなベクトルを，特に $\mathbf{d}_k$ と表す。

これらを用いて，$dEU^\varepsilon = (\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_k)^\top \mathbf{d}_k$ と表せる。

実は，

$$dEU^\varepsilon (= (\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_k)^\top \mathbf{d}_k) \geq 0$$
$$\Rightarrow \quad (\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j)^\top \mathbf{d}_k) \geq 0, \quad \forall j \in I_{min} \tag{28}$$

である。なぜなら，

$$\begin{aligned} & (\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j)^\top \mathbf{d}_k \\ = \; & (\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_k)^\top \mathbf{d}_k - \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_k^\top \mathbf{d}_k + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j^\top \mathbf{d}_k \\ = \; & dEU^\varepsilon + \varepsilon U'(\underline{s})(ds_j - ds_k) \end{aligned}$$

であるが，仮定より最右辺第 1 項は非負，また第 2 項も，ds_j，ds_k が $\mathbf{d}_k$ の要素であることから $\mathbf{d}_k$ の定義上，非負であるからである。

そこで，$\mathbf{d}_k$ のうち，IR 制約 $dEU^\varepsilon \geq 0$ を満たすものの集合を $\mathbf{D}_k^*$ とし，一方で $(\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j)^\top \mathbf{d} \geq 0$ を満たす $\mathbf{d}$ の集合を $\mathbf{X}_j$ とおくと，$\mathbf{D}_k^* \subset \mathbf{X}_j \; \forall k, \forall j \in I_{min}$ となることが言えるから，$\mathbf{D}^* \subset (\cap_{j \in Imin} \mathbf{X}_j)$ が成立する。

一方，$\cap_{j \in Imin} \mathbf{X}_j$ の要素たる $\mathbf{d}$ のうち，第 l 要素が最小値であるようなベクトル $\mathbf{d}_l$ を考える $(l \in I_{min})$。$\mathbf{d}_l \in \cap_{j \in Imin} \mathbf{X}_j$ は当然 $\mathbf{d}_l \in \mathbf{X}_l$ を含意するから，$(\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_l)^\top \mathbf{d}_l \geq 0$，すなわち $dEU^\varepsilon \geq 0$ である。これは任意の $l \in I_{min}$ について成立する。よって，$\mathbf{D}^* \supset (\cap_{j \in Imin} \mathbf{X}_j)$

以上あわせて，結局，

補題 2

$$\mathbf{D}^* = (\cap_{j \in Imin} \mathbf{X}_j)$$

つまり，IR 制約を満たす変分 $\mathbf{d}$ の集合は，凸錘 $(\cap_{j \in Imin} \mathbf{X}_j)$ に一致し，その境界は $(\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j)(j \in I_{min})$ と直交する分離超平面からなる。よって $\forall \mathbf{d} \in \mathbf{D}^*, \mathbf{g}^\top \mathbf{d} \leq 0$ なる最善契約の満たすべき Kuhn-Tucker 条件は，

$$\mathbf{g} = -\sum_{j \in I_{min}} a_j (\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j)$$

（ただし，$a_j \geq 0$，かつ，ある $k \in I_{min}$ について，$a_k > 0$）

となる。これは，$\lambda \equiv \sum_{j \in I_{min}} a_j$ と定義すると

$$\mathbf{g} = -\lambda\,(\mathbf{f} + \varepsilon U'(\underline{s}) \sum_{i \in I_{min}} \theta_j \mathbf{e}_j)$$

$$（ただし，\theta_j \geq 0,\ \sum_{i \in I_{min}} \theta_j = 1）$$

と書き表すことができる。これが，条件（19）～（22）である。

次善契約の1階条件

努力水準 a が勤労者の私的情報の場合，a は報酬$\{s_i\}$を所与とした勤労者の効用最大化によって決定するので，IC 制約（18）が恒等的に成立し，$dEU^{\varepsilon} = (\mathbf{f}_2 + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j)^{\top}\mathbf{d}_j$, $j \in I_{min}$（ただし，$\mathbf{f}_2$ は，f のうちの第（$n+1$）要素を 0 においたもの）となる。また，変分 $\mathbf{d}$ は IC 制約をも満たさなければならないので，$\mathbf{m}^{\top}\mathbf{d} = 0$（ただし $\mathbf{m} \equiv ((1-\varepsilon)U'(s_1)\Gamma_1'(a), \ldots, (1-\varepsilon)U'(s_n)\Gamma_n'(a), (1-\varepsilon)\sum_{i \in S} U(s_i)\Gamma_i'(a) - V''(a))^{\top}$）を満たさなければならない。

前節と同様の理由により，$dEU^{\varepsilon} \geq 0$ を満たすすべての $\mathbf{d}_j$ について $(\mathbf{f}_2 + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_k)^{\top}\mathbf{d}_j \geq 0$, $\forall j, \forall k \in I_{min}$ も成立するため，$\mathbf{f}_2$ について $dEU^{\varepsilon} \geq 0$ を満たす d の集合を $\mathbf{D}^{**}$ とおき，ある $j \in I_{min}$ について $(\mathbf{f}_2 + \varepsilon U'(\underline{s})\mathbf{e}_j)^{\top}\mathbf{d} \geq 0$ となる $\mathbf{d}$ の集合を $\mathbf{X}_j^{**}$ とおくと，$\mathbf{D}^{**} = \cap_{j \in I_{min}} \mathbf{X}_j^{**}$ である。

以上より，次善契約の Kuhn-Tucker 条件は，$\mathbf{g} = -\left\{\lambda\,(\mathbf{f}_2 + \varepsilon U'(\underline{s}) \sum_{j \in I_{min}} \theta_j \mathbf{e}_j) + \mu \mathbf{m}\right\}$ である。これが，(20)，(23) ～ (25) である。

補論2：　補題1　(μ>0) の証明

証明　$\underline{s}$ は報酬の下限であるから，任意の $i \in S$ について，

$$\frac{G'(x_i - \underline{s})}{U'(\underline{s})} < \frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)} \tag{29}$$

が成立する。(20)，(23)，(24) より，

$$(1-\varepsilon)\left(\lambda + \mu\frac{\Gamma_i'}{\Gamma_i}\right) \leq ((29)\ の左辺) \quad if \quad i \in I_{min}$$

$$((29)\ の右辺) = (1-\varepsilon)\left(\lambda + \mu\frac{\Gamma_i'}{\Gamma_i}\right) \ if \quad i \in I_{min}^{c}$$

である。

そこで，もし$\{s_i\}$が次善契約であるならば，$s_i = \underline{s}$（つまり $i \in I_{min}$）であるにせよ $s_i > \underline{s}$（つまり

$i \in I^c_{min}$} であるにせよ，

$$\frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)} = \max\left\{\frac{G'(x_i - \underline{s})}{U'(\underline{s})}, (1-\varepsilon)\left(\lambda + \mu\frac{\Gamma_i'}{\Gamma_i}\right)\right\} \tag{30}$$

が成立する。

$\mu \leq 0$ を仮定する。すると，尤度比単調増加の性質から，$(1-\varepsilon)\left(\lambda + \mu\frac{\Gamma_i'}{\Gamma_i}\right)$ は非増加列となる。$\frac{G'(x_i - \underline{s})}{U'(\underline{s})}$ は強減少列であるから，(30) とあわせて，$\frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)}$ は非増加列となる。

確率分布関数の性質より，$\sum_{i \in S} \Gamma_i' = 0$ である。更に，尤度比単調増加の仮定より，$\forall i \leq l, \Gamma_i' \leq 0, \forall i > l, \Gamma_i' > 0$ なる閾値 l が必ず存在する。集合 $\{1,2,\ldots,l\}$ を $I_-, S \backslash I_-$ を I_+ とおく。

次善契約 s_i について $\frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)}$ は非増加列であるから，ある実数 $\Lambda \in \left[\frac{G'(x_n - s_n)}{U'(s_n)}, \frac{G'(x_1 - s_1)}{U'(s_1)}\right]$ で，

$$\frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)} \geq \Lambda \quad \forall i \in I_- \tag{31}$$

$$\frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)} \leq \Lambda \quad \forall i \in I_+ \tag{32}$$

となるものが必ず存在する。

このような Λ について，$\frac{G'(x_i - s_i^\Lambda)}{U'(s_i^\Lambda)} \equiv \Lambda$ となるような数列 $\{s_i^\Lambda\}$ を考える。

すると G，U についての仮定より，明らかに，$G(x_i - s_i^\Lambda)$ は強増加列となる。この $G(x_i - s_i^\Lambda)$ について，(31)，(32) より

$$\forall i \in I_-, \quad G(x_i - s_i) \leq G(x_i - s_i^\Lambda)$$
$$\forall i \in I_+, \quad G(x_i - s_i) \geq G(x_i - s_i^\Lambda)$$

が成立するので，

$$\sum_{i \in S} G(x_i - s_i^\Lambda)\Gamma_i'(a) \leq \sum_{i \in S} G(x_i - s_i)\Gamma_i'(a)$$

が成立する。尤度比単調増加の仮定より，左辺は厳密に正である。したがって，$\mu \leq 0$ を仮定した場合の次善契約 $\{s_i\}$ について，

$$\sum_{i \in S} G(x_i - s_i)\Gamma_i'(a) > 0 \tag{33}$$

が成立する。

ところで，エージェントの努力水準の私的選択が2階条件を満たすためには，(25) の左辺の{ }内が負である必要がある。更に，今，$\mu \leq 0$ を仮定しているので，(25) および2階条件と整合的なのは，

$$\sum_{i \in S} G(x_i - s_i)\Gamma_i'(a) \leq 0 \tag{34}$$

である。明らかに（33）と（34）は矛盾する。よって，$\mu > 0$ である。

注

1　中身が見えない二つの箱1と2について，1には赤玉と白玉が50個ずつ入っていることがあらかじめわかっているが，2には赤玉と白玉が合計100個入っていることがわかっているものの，その構成比がわからない，という状況に直面している個人にとって，「1から赤を取り出す」という賭け（1赤）と「1から白を取り出す」（1白）という賭けは無差別，（2赤）と（2白）が無差別で，（1赤）ないし（1白）を（2赤）ないし（2白）よりも好む，という選好順序はもっともらしい選好順序であるにもかかわらず，それを単一の確率分布に基づく期待効用関数で記述することは不可能である。

2　このような設定の妥当性については議論の余地がある（たとえばAumann（1990））。また，勤労者が戦略的に自分のナイト流不確実性について虚偽申告するような設定も可能であろう。

3　条件（23）と（24）より，

$$\frac{G'(x_j - \underline{s})}{U'(\underline{s})} - \frac{G'(x_i - s_i)}{U'(s_i)} = \lambda \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\frac{\theta_j}{\Gamma_j} + \mu\left(\frac{\Gamma_j'}{\Gamma_j} - \frac{\Gamma_i'}{\Gamma_i}\right)$$

であるが，右辺第1項は非負，$\mu > 0$ であるので，仮にある $j \in I_{min}, i \in I_{min}^c$ について $j > i$ が成立するとすると，尤度比単調増加の仮定より，右辺は強い意味で正である。しかし，$\underline{s}$ が報酬 s の最小値であるという仮定より，左辺が正であるためには $x_j < x_i\ (j < i)$ でなければならず，当初の仮定 $j > i$ と矛盾する。よって，（23），（24）と整合的なのは，$\forall j \in I_{min}, \forall i \in I_{min}^c, j < i$ のケースのみである。よって，I_{min}^c が非空であれば，I_{min} と I_{min}^c の境界となる閾値 m が存在する。

また，（24）に於いて，$i \in I_{min}^c$ なる i について，尤度比単調増加と $\mu > 0$ の仮定に加え $s_i \geq s_{i+1}$ を仮定すると，$x_{i+1} - x_i \leq 0$ となり，矛盾が生じる。よって，$i \in I_{min}^c$ なる i については，報酬 s_i は成果の強増加関数となる。

4　ナイト流不確実性の下でのエージェンシー問題を分析した研究には，本論説の他にもGhirardato（1994）がある。これは本論説と同様，単一のプリンシパル（P）と単一のエージェント（A）の間の個別の契約の分析であるが，P，A，双方とも同一の非加法的確率測度によるChoquet積分で利得を評価する（P，A，双方とも不確実性に直面している）という定式化で分析を行なっている。そして，興味深い数値例として，エージェントが取りうる行動（努力）が2種類，その結果が成功・失敗の2種類，という場合について，「失敗」という結果に，より高い報酬を支払うような契約が，次善のインセンティヴ契約となる，という例が示されている。

この数値例は，そこで用いられている非加法的測度が，エージェントの努力によってP，A，双方にとっての不確実性が下がる（測度が，加法的なものに近づく）と同時に「失敗」の確率が上昇する，という性質をもつことに依存している。

これに対し，本論説の分析は，不確実性がエージェントの努力からは完全に独立であり（エージェントは努力によっても不確実性のパラメータ ε を下げることができない），不確実性に直面しているのはエージェントの側のみ，という状況を対象としたものである。また，本論説は，エージェントの努力水準（行動）の集合が有限集合ではなく，コンパクト集合であり，結果が集合も多数に及ぶ場合についての，インセンティヴ契約の性質を具体的に論じたものである。