<論　説>

公共財の配分メカニズムと私的インセンティヴ

吉　岡　忠　昭

1 序

理論経済学では，すべての経済主体の間で同じ量だけ消費される（等量消費とよばれる）性質を持つ財を公共財と定義する。つまり，ひとりの経済主体がこの公共財をある数量だけ消費すると，他のすべての経済主体もその数量だけ消費することになる。このように，ある主体が公共財を消費すれば，他の主体をその消費から排除することができない。この性質を公共財の非排除性とよぶ。

等量消費という性質を持つ公共財の例としては，国防，警察，消防，放送，公園，灯台などがあげられることが多い。これらの公共財の持つ等量消費の性質には程度の差が存在していることに気付かれるだろう。例えば，警察や消防のサービスは一時に利用が集中してしまうと等量消費は実現しそうにもない。また，放送や公園などについては，料金を払う人だけに消費を限定するようなしくみをつくることもできる。しかしながら，警察のようにその存在自体がサービスとなりうるので等量消費の性質は保持されていると考えることもできる。また，放送のように通信衛星による受信者管理といった料金徴収のしくみがコストを理由に実現しなければやはり等量消費の性質が保持されるといえよう。このように程度の差はあってもある種の財は等量消費の性質を持つ。理論経済学では，この性質を公共財として純粋化して理論モデルの中で取り扱う。

完全競争の条件がすべて満たされているとしても，公共財が存在すると厚生経済学の第一基本定理が成立しないということはすでに広く知られている。公共財のもつ等量消費という性質から，ひとたび誰かが公共財を消費すると，その他のすべての個人は対価を払うことなくその公共財を同じ量だけ消費できる。そこで，他人の公共財消費をあてにして自分では公共財を購入しようとしない個人があらわれる。この個人をフリー・ライダーと呼ぶ。完全競争の条件が成立していて個人が財の価格を所与として行動する場合にも，公共財が存在するとフリー・ライダーの出現によって，社会的に望ましい水準よりも公共財の供給量は少なくなってしまう。

この公共財の過少供給の問題に対してさまざまな解が提案されてきた。最も代表的なものにLindahl (1919) による公共財の個人別市場という方法がある。私的財については価格がすべての個人で共通であり消費量を個人別に決定するという完全競争市場の方法でその最適供給を達成できることから，公共財の場合には，すべての個人で共通であるのは公共財の消費量であるので公共財の価格を個人別に設定すればその最適供給が達成されるという発想である。彼の方法で均衡配分を計算すれば確かにパレートの意味で最適でかつ個人合理的な配分が得られる。しかしながら，このLindahlによる方法は，Samuelson (1954) がつぎのように指摘するように，問題点がある。

> However no decentralized pricing system can serve to determine optimally these levels of collective con-

sumption. ...... it is in the selfish interest of each person to give false signals, to pretend to have less interest in a given collective consumption activity than he really has ......

— Samuelson (1954) より引用。

個人別市場においては消費者がひとりしか参加しないので，各消費者は個人別価格を所与とみなすとは考えにくく，Lindahl の個人別市場はうまく機能しないといえる。そこでは各個人にはフリー・ライダーとなるべく戦略的な行動をとるインセンティヴが働くことになるだろう。

この Samuelson の問いかけには久しく解答が寄せられなかったが，1970 年代になって一つの解決の方向が示された。それは Groves and Ledyard (1977) となって報告されたものである。彼らは，各消費者が公共財の個別価格と数量に関する数値情報をメッセージとして表明し，それらを集めて公共財の供給量と個別の費用負担額をあらかじめ定められたルールによって決定しようとするものである。彼らの提案したルールのもとで，各消費者がある種の非協力的な行動をとる（すなわち私的なインセンティヴが働く）とき，結果として得られる配分はパレート最適であることが示された。

ルールをさらに改善することによって，パレート最適だけでなく，どの個人も初期状態より効用水準が下がることがないという個人合理性をも満たす配分（例えば先述の Lindahl 配分）が得られないだろうか。この問題に最初に答えたのが Walker (1981) である。そこでは，3 人以上の経済主体が存在するときに Lindahl 配分が遂行（インプリメント）されるようなルール，すなわち資源配分メカニズムが示されている。

本稿では，フリー・ライダーの存在を考慮して，Walker が扱わなかった 2 人の場合について，Lindahl 配分をインプリメントするための資源配分メカニズムを考案する。まず，完全競争下で厚生経済学の基本定理が成立しないことを簡単なモデルを作って説明し，次に Lindahl による方法とその問題点についてのべ，最後に筆者による方法についてできるだけ平易に解説する。

2 モデル

問題の本質をそこなわずに最も簡単なモデルで議論するため，以下に述べるような 2 人経済を考えよう。

経済に存在する 2 人の消費者を 1，2 という番号で呼び，この番号を代表する記号として i を用いる。以下で $i=1$，2 のような記号を用いるが，これは消費者 i が 1，2 それぞれについてという意味である。私的財は 1 種類とし，消費者 i の消費量を $x_i \in R_+$ でしめす（$i=1,2$）。公共財も 1 種類とし，等量消費であるからその量を $z \in R_+$ で示す。ここで，消費者 $i=1,2$ の効用関数 $u_i(x_i, z)$ は，

$$u_i : R_+ \times R_+ \to R_+ ; (x_i, z) \mapsto u_i(x_i, z) \tag{1}$$

のように定義される。この効用関数について次のような標準的な仮定[1]を置く。

仮定 1　各消費者 $i=1,2$ について，効用関数 $u_i(x_i, z)$ は連続関数である。

仮定 2　各消費者 $i=1,2$ について，効用関数 $u_i(x_i, z)$ は 2 回連続微分可能である。

仮定 3　各消費者 $i=1,2$ について，効用関数 $u_i(x_i, z)$ は狭義の準凹関数である。すなわち，実数 $t \in (0,1)$ と相異なる (x_i, z)，$(x_i', z') \in R_+^2$ に対して

$$u_i(x_i, z) \geq u_i(x_i', z') \Longrightarrow u_i(t(x_i, z) + (1-t)(x_i', z')) > u_i(x_i', z')$$

である。

仮定 4　各消費者 $i=1,2$ について，効用関数 $u_i(x_i, z)$ は x_i, z のそれぞれについて強い単調増加関数である。すなわち，$(x_i, z) \geq (x_i', z')$ と (x_i, z)

1　これらの仮定に関する議論は標準的なミクロ経済学のテキストに譲る。

$\neq (x_i', z')$ を満たすような (x_i, z), $(x_i', z') \in R_+^2$ に対して

$$u_i(x_i, z) > u_i(x_i', z')$$

である。

仮定5 各消費者 $i=1,2$ について，効用関数 $u_i(x_i, z)$ は (x_i, z)-平面上の無差別曲線は x_i-軸と z-軸のどちらとも交わらない。すなわち，$i=1,2$ について，$(x_i, z) \in R_{++}^2$ と少なくとも一つの要素がゼロであるような $(x_i', z') \in R_+^2$ に対して

$$u_i(x_i, z) > u_i(x_i', z')$$

である。

さらに，消費者 $i=1,2$ は私的財に限って初期保有を ω_i だけ持っているものとする。議論の単純化のために，公共財については初期保有量がゼロであるとする。これは，x_i が消費者 i＝1,2 の最終的な消費量を示しているのに対して，z は公共財の最終的な消費量から初期保有量をのぞいた純取引量を示していると考えればよい。

つぎに，公共財の生産技術について

仮定6

$$x + \alpha z = 0, \qquad \alpha > 0 \tag{2}$$

という線形の生産関数を仮定する。ただし，x は負の値をとるとき私的財の投入量を示し，z は正の値をとるとき公共財の生産量を示す。この生産技術に

$$F(x, z) = x + \alpha z = 0$$

のような F という記号を与えれば，この生産技術に関する限界転形率は，

$$\frac{\dfrac{\partial F}{\partial z}}{\dfrac{\partial F}{\partial x}} = \alpha \tag{3}$$

と計算される。また，この式(2)を変形すれば，

$$z = \frac{1}{\alpha}\ (-x) \tag{4}$$

なので，投入物としての私的財の限界生産力は $1/\alpha$ である。変形後の(4)式より，1単位の私的財から $1/\alpha$ 単位の公共財が生産されることがわかる。つまり，私的財1単位は常に公共財 $1/\alpha$ 単位と交換され，私的財の価格を1とするときの公共財の相対価格は α である[2]。

3 公共財の存在による市場の失敗

3.1 パレート最適条件

以下の分析で重要となる公共財が存在する場合のパレート最適条件を求めておく。本稿のモデルでは，各種最大化問題の解はすべて内点解であり，最適のための一階条件や消費者の効用最大化のための一階条件は，効用関数と生産技術に関する仮定によって，いずれも必要十分条件である。したがって，一階条件だけに集中して検討すればよいことになる。

ここでもとめるパレート最適条件と完全競争市場での条件，Lindahl の方法による均衡における条件，本稿で提案する私的インセンティヴを考慮にいれた資源配分メカニズムでの均衡における条件をそれぞれ比較するという方法で検討していく。

パレート最適な資源配分の定義はある一人の効用水準を上げるためには他の個人の効用水準を下げなければならないような資源配分というものである。この定義によれば，一方の個人の効用水準を一定水準にとめて資源の制約のもとで他方の効用水準を最大にするように資源配分を決めればよいことになる。消費者2の効用水準を $\bar{u}_2$ に固定するというのは，

$$u_2(x_2, z) = \bar{u}_2 \tag{5}$$

と表現できる。この経済には私的財がその初期保有量の合計である $\omega_1 + \omega_2$ だけ存在し，それは消費者1の消費に x_1，消費者2の消費に x_2，公共財を z だけつくるための投入に使用される。生産技術の仮定から公共財 z をつくるには αz だけの私的財が必要なので資源の制約は，

$$x_1 + x_2 + \alpha z = \omega_1 + \omega_2 \tag{6}$$

と書ける。これら(5)，(6)の制約の下に，消費者1の効用関数 $u_1(x_1, z)$ の値を最大にするように資

2 このような線形の生産関数をもつ生産者の利潤は常にゼロであるが，これを言い換えれば，この生産者は黒字を出すことも赤字を出すことも絶対にないということなので，この生産者は常に操業可能である。

源配分 (x_1, x_2, z) を決めればパレート最適な資源配分が求められる。すなわち，つぎの最大化問題から得られる条件が公共財の存在する経済でのパレート最適条件である。

$$\max_{x_1, x_2, z} \ u_1(x_1, z) \quad \text{subject to} \quad u_2 \ (x_2, z) = \bar{u}_2, \quad x_1 + x_2 + \alpha z = \omega_1 + \omega_2$$

この問題を解くためにラグランジュ関数 L^0 を

$$\begin{aligned} L^0 = & u_1(x_1, z) \\ & + \lambda^0 (u_2(x_2, z) - \bar{u}_2) \\ & + \mu^0 (x_1 + x_2 + \alpha z - \omega_1 - \omega_2) \end{aligned}$$

のように定義する。ただし，λ^0，μ^0 はラグランジュ乗数である。このラグランジュ関数 L^0 を変数 x_1，x_2，z を動かすことで最大化すればよい。そのための条件は，

$$\frac{\partial L^0}{\partial x_1} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \mu^0 = 0$$

$$\frac{\partial L^0}{\partial x_2} = \lambda^0 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \mu^0 = 0$$

$$\frac{\partial L^0}{\partial z} = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \lambda^0 \frac{\partial u_2}{\partial z} + \mu^0 \alpha = 0$$

ということになる。これらの3条件からラグランジュ乗数 λ^0, μ^0 を消去すると，つぎのひとつの条件にまとめることができる。

$$\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}} + \frac{\dfrac{\partial u_2}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}} = \alpha \tag{7}$$

資源の制約式(6)とこの条件式(7)を満たす配分 (x_1^0, x_1^0, z^0) がパレート最適配分である。この式(7)が意味するのは，各消費者の限界代替率の合計が限界転形率に等しいということである。このパレート最適条件は，有名な公共財の最適供給のための Samuelson 条件と呼ばれているものである。

公共財が存在するときのパレート最適条件はパレート最適な資源配分の定義から求められたが，その過程での最大化問題を解く経済主体は存在しない。最大化問題の定式化からもわかるように，この問題を解ける経済主体は他人の効用関数という情報を知っていなければならない。しかしながら，個人の嗜好という情報をあらわす効用関数を知っている他人が存在することを仮定するのは納得的でない。さらに，他人の効用水準を気使いながら自分の効用を最大化する個人というのがいつでも存在するというのも考えられない。したがって，このパレート最適な資源配分というのはなんらかのメカニズムによらなくては達成されないのである。そこで以下では特定の資源配分メカニズムについて検討する。

3.2　完全競争市場による資源配分

完全競争市場が機能しているとしても，公共財が存在すると資源配分がパレート最適とならない，つまり市場の失敗が起こることを示す。完全競争市場においてはすべての消費者は同一の価格に直面するので，私的財の価格を1とするとき公共財の価格が α という価格比は消費者間で共通になる。したがって，消費者1の予算制約式は

$$x_1 + \alpha z_1 = \omega_1 \tag{8}$$

であり，消費者2の予算制約式は

$$x_2 + \alpha z_2 = \omega_2 \tag{9}$$

である。

消費者1の公共財購入量を z_1，消費者2の公共財購入量を z_2 と書くと，公共財の等量消費の性質から公共財の消費量はどちらの消費者も

$$z = z_1 + z_2$$

となる。

以上のことから，消費者の効用最大化問題は，消費者1については

$$\max_{x_1, z_1} \ u_1(x_1, z_1 + z_2) \quad \text{subject to} \quad x_1 + \alpha z_1 = \omega_1$$

のように表現され，消費者2については

$$\max_{x_2, z_2} \ u_2(x_2, z_2 + z_2) \quad \text{subject to} \quad x_2 + \alpha z_2 = \omega_2$$

のように表現されることになる。

消費者1の効用最大化問題を解くために，ラグランジュ関数 $\hat{L}_1$を

$$\begin{aligned} \hat{L}_1 = & u_1(x_1, z_1 + z_2) \\ & + \hat{\lambda}_1 (x_1 + \alpha z_1 - \omega_1) \end{aligned}$$

のように定義する。消費者1はこの関数を最大にするように変数 x_1，z_1 を決めればよい。その条件

を求めると，

$$\frac{\partial \hat{L}_1}{\partial x_1}=\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\hat{\lambda}_1=0$$

$$\frac{\partial \hat{L}_1}{\partial z_1}=\frac{\partial u_1}{\partial z}+\hat{\lambda}_1\alpha=0$$

のようになる。この2つの条件式からラグランジュ乗数$\hat{\lambda}_1$を消去してまとめると，つぎのような効用最大化の条件が導かれる。

$$\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}}=\alpha \tag{10}$$

他方，消費者2についても効用最大化の条件を求める。ラグランジュ関数$\hat{L}_2$を

$$\hat{L}_2=u_2(x_2, z_1+z_2)+\hat{\lambda}_2(x_2+\alpha z_2-\omega_2)$$

のように定義する。消費者1のときと同様にして，

$$\frac{\partial \hat{L}_2}{\partial x_2}=\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\hat{\lambda}_2=0$$

$$\frac{\partial \hat{L}_2}{\partial z_2}=\frac{\partial u_2}{\partial z}+\hat{\lambda}_2\alpha=0$$

から

$$\frac{\dfrac{\partial u_2}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}}=\alpha \tag{11}$$

という条件が導かれる。

完全競争市場が機能している場合の配分（$\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$, $\hat{z}$）は，予算制約式(8)，(9)と各消費者の効用最大化条件(10)，(11)を満たすものである。これらの最大化条件より，各消費者は自らの限界代替率が限界転形率に等しくなるように行動することがわかる。

ところで，これらの効用最大化条件(10)，(11)をパレート最適条件である(7)式

$$\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}}+\frac{\dfrac{\partial u_2}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}}=\alpha$$

と比較してみる。明らかに，完全競争市場が機能している場合の効用最大化の条件式(10)と(11)が成立していれば，パレート最適の条件式(7)は一般には成り立たない。前者が各消費者の限界代替率が限界転形率に等しいことを要求しているのに対し，後者は各消費者の限界代替率の合計が限界転形率に等しいことを要求しているという違いがある。つまり，完全競争市場が機能している場合の資源配分（$\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{z}$）は，パレート最適ではない，ということが明らかになった。これが公共財が存在する場合の市場の失敗である。

4 Lindahl による方法

4.1 Lindahl 均衡の条件

完全競争市場という資源配分メカニズムがうまく機能していても公共財が存在するとパレート最適な資源配分が達成されないことがわかれば，それを達成できる別の資源配分メカニズムを探さなくてはならない。私的財のみの経済では各個人に共通なのは財の価格であって，その消費量が個人別に異なっていた。その場合は，周知のように，アダム・スミスの“見えざる手”が働いて各個人が自らの効用を最大にするように行動すると結果としてパレート最適な状態に落ち着く。公共財には消費量が個人間で共通であるという性質があるので，その価格を個人別に設定し私的財とは逆の関係になるような資源配分メカニズムを採用すればパレート最適な状態が達成できることが予想されよう。この方法を提案したのが Lindahl (1919) である。

各個人についてそれぞれ公共財の価格が異なるものとし，消費者$i=1, 2$の公共財価格を$r_i \in R$とかく。消費者$i=1, 2$は1単位の公共財を価格r_iで手に入れることができるので，その予算制約式はそれぞれ

$$x_1+r_1z=\omega_1 \tag{12}$$

$$x_2+r_2z=\omega_2 \tag{13}$$

となる。したがって，各消費者の効用最大化問題は

$$\max_{x_1, z}\ u_1(x_1, z) \quad \text{subject to} \quad x_1+r_1z=\omega_1$$

$$\max_{x_2, z}\ u_2(x_2, z)$$

$$\text{subject to}\quad x_2 + r_2 z = \omega_2$$

のように表現される。パレート最適の条件を求めたときと同様にしてラグランジュ関数を

$$\tilde{L}_1 = u_1(x_1, z) + \tilde{\lambda}_1(x_1 + r_1 z - \omega_1)$$

$$\tilde{L}_2 = u_2(x_2, z) + \tilde{\lambda}_2(x_2 + r_2 z - \omega_2)$$

と定義し，効用最大化の条件をもとめる。ここで消費者 $i = 1, 2$ は公共財の価格 r_i を所与にして私的財の量 x_i と公共財の量 z を変化させることで自らの効用を最大にするように行動するので，以下の条件

$$\frac{\partial \tilde{L}_1}{\partial x_1} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \tilde{\lambda}_1 = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{L}_1}{\partial z} = \frac{\partial u_1}{\partial z} + \tilde{\lambda}_1 r_1 = 0$$

と

$$\frac{\partial \tilde{L}_2}{\partial x_2} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \tilde{\lambda}_2 = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{L}_2}{\partial z} = \frac{\partial u_2}{\partial z} + \tilde{\lambda}_2 r_2 = 0$$

が導かれる。それぞれラグランジュ乗数 $\tilde{\lambda}_1$，$\tilde{\lambda}_2$ を消去して整理すると，

$$\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}} = r_1 \tag{14}$$

$$\frac{\dfrac{\partial u_2}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}} = r_2 \tag{15}$$

のようになる。

私的財だけの経済では均衡においては財の需要と供給が等しいとされた。公共財の場合は，とくに Lindahl の方法では価格と量の役割を交換しているので，その均衡条件も，個人別の公共財価格 r_1，r_2 の合計が生産者にとっての公共財価格 α に等しいというものになる。すなわち，

$$r_1 + r_2 = \alpha \tag{16}$$

である。この均衡条件(16)を使って，Lindahl 配分 $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{z})$ は，予算制約式(12)，(13)と効用最大化条件(14)，(15)さらに均衡条件(16)を満たすものと定義される。この Lindahl 配分では，効用最大化条件(14)，(15)と均衡条件(16)より，

$$\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}} + \frac{\dfrac{\partial u_2}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}} = \alpha$$

であることがわかる。これはパレート最適条件(7)と同じ条件である。したがって，Lindahl 配分 $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{z})$ はパレート最適であることがわかる。

4.2　Lindahl のメカニズムの問題点

このように，Lindahl の方法によればパレート最適な資源配分が達成されるが，**1 序**でも述べたように問題点がある。

ここでの消費者の効用最大化問題に注目してみよう。各消費者 $i = 1, 2$ は個人別の価格 r_i を所与にしていた。個人別に価格を設定するということは，個人ひとりひとりに公共財の市場をつくらなければならない。この個人別の市場にはもちろん一人しか買い手がいない。すると，この買い手は買手独占という現象を引き起こすだろうとみるのは自然である。この独占者は価格支配力を行使するので，各消費者が個人別価格を所与にして行動する[3]という Lindahl のシナリオは崩れるのである。

私的財の完全競争市場では，各個人が所与とする私的財価格はすべての個人について共通であった。したがって，私的財の場合は公共財の個人別市場よりも価格支配力を行使できる個人が存在するとは考えにくい。しかしながら，これも程度問題であって，その可能性が全くないわけではない。これは Hurwicz (1979a, b) が指摘しているが本稿ではもっぱら公共財に注意を集中しよう。

5　Lindahl 配分のナッシュ・インプリメンテイション

こうして Lindahl の提案した個別市場による

3　この点の他に(16)のような均衡条件式を誰が成り立たせるのかという問題もあるが，ここではこれ以上言及しない。

公共財の最適供給はうまく機能しない可能性があることがわかった。そこで，また別の資源配分メカニズムを探すことになる。

筆者が提案する公共財の最適供給のための資源配分メカニズムを定義する。各消費者 $i = 1,2$ に対して次のような集合 M_i を割り当てる。

$$M_i := R^2 \tag{17}$$

消費者 i はこの集合の中からひとつの要素 $m_i = (m_i^r, m_i^z) \in M_i$ を表明することができる。この集合 M_i を消費者 i のメッセージ集合，表明されたその要素 $m_i = (m_i^r, m_i^z)$ を消費者 i のメッセージと呼ぶ。各消費者のメッセージ集合をまとめて，

$$M := M_1 \times M_2$$

のような記号を用いることもある。また，消費者のメッセージをまとめて m とかくときは，

$$m = (m_1, m_2) = (m_1^r, m_1^z, m_2^r, m_2^z)$$

ということである。このメッセージがある規則のもとに公共財の供給量をきめるために使用される。その規則 $g(\mathrm{m}) = (g_1^x(m), g_2^x(m), g^z(m))$ は，

$$g_1^x(m) := \omega_1 - \left(\frac{a}{2} + m_2^r\right)(m_1^z + m_2^z) - (m_1^r + m_2^r)^2 \tag{18}$$

$$g_2^x(m) := \omega_2 - \left(\frac{a}{2} + m_1^r\right)(m_1^z + m_2^z) - (m_1^r + m_2^r)^2 \tag{19}$$

$$g^z(m) := m_1^z + m_2^z \tag{20}$$

のように定義される。消費者のメッセージはこの規則によって計算され，$g_1^x(m)$ は消費者1の私的財の量 x_1，$g_2^x(m)$ は消費者2の私的財の量 x_2，$g^z(m)$ は公共財の量 z に指定される。このような規則を結果関数と呼ぶこともある。メッセージ集合と結果関数のペア $\langle M, g(m)\rangle$ がここでの資源配分メカニズムである。これは法律の条文のようなものでだれもが受け入れているとしておこう。

この資源配分メカニズムのもとで各消費者は相手の表明するメッセージを所与として自らの効用を最大にするように行動するという，ナッシュ均衡の考え方で表現されるような行動仮説を導入する。各消費者が所与とするのは相手のメッセージであるので，これに対する支配力はこのメッセージを表明する消費者にのみあると考えるのは自然である。ここが Lindahl のメカニズムの個人別価格との違いである。また，ナッシュ均衡で想定する行動仮説にはある種の非協力的な行動が表現されていて，それを公共財が存在する経済でのフリー・ライダーの非協力的な行動と解釈すれば，ナッシュ均衡をここで採用することは適切であると思われる。一般に，このナッシュ均衡の行動仮説のもとに，資源配分メカニズム $\langle M, g(m)\rangle$ がある特定の資源配分をもたらすとき，この資源配分メカニズムはその資源配分をナッシュ遂行（ナッシュ・インプリメント）するという。

さて，Lindahl の方法によって得られた配分である Lindahl 配分はパレート最適であり，パレートの意味での“望ましい”資源配分である。このパレート最適性には，その定義からもわかるように，最も弱い価値判断しか含まれておらず，厚生経済学ではしばしば採用されてきた基準である。本稿では，その基準を満たす配分の中でもとくに Lindahl 配分をえらぶことにして，(17)，(18)，(19)と(20)で定義された資源配分メカニズム $\langle M, g(m)\rangle$ がパレートの意味で望ましい Lindahl 配分をナッシュ・インプリメントすることを示そう。

資源配分メカニズム $\langle M, g(m)\rangle$ のもとで，各消費者の効用最大化問題は次のように定式化される。

$$\max_{m_1} \quad u_1(g_1^x(m),\ g^z(m)) \quad \text{subject to} \quad m_1 \in M_1$$

$$\max_{m_2} \quad u_2(g_2^x(m),\ g^z(m)) \quad \text{subject to} \quad m_2 \in M_2$$

ここではラグランジュ関数を使用することなく，メカニズムの定義(17)，(18)，(19)と(20)に十分注意して効用最大化の条件をもとめることができる。消費者 $i = 1,2$ は他人のメッセージを所与にして自らの効用を最大にするように自らのメッセージ m_i を決定するので，以下の条件

$$\frac{\partial u_1}{\partial m_1^r} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\{-2(m_1^r + m_2^r)\} = 0$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial m_1^z} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\left\{-\left(\frac{\alpha}{2}+m_2^r\right)\right\} + \frac{\partial u_1}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial m_2^r} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\{-2(m_1^r + m_2^r)\} = 0$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial m_2^z} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\left\{-\left(\frac{\alpha}{2}+m_1^r\right)\right\} + \frac{\partial u_2}{\partial z} = 0$$

が導かれる。限界効用 $\partial u_1/\partial x_1$, $\partial u_1/\partial z$, $\partial u_2/\partial x_2$, $\partial u_2/\partial z$ はすべてゼロでないことに注意して整理すると，

$$m_1^r + m_2^r = 0 \tag{21}$$

$$\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}} = \frac{\alpha}{2} + m_2^r \tag{22}$$

$$\frac{\dfrac{\partial u_2}{\partial z}}{\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}} = \frac{\alpha}{2} + m_1^r \tag{23}$$

の3式になる。ナッシュ均衡でのメッセージ m^* はこれら(21), (22), (23)を満たすものである。これらより $m_1^{r*}, m_2^{r*}, m_1^{z*}+m_2^{z*}$ の値が確定するが，結果関数の公共財の供給量をきめる式(20)に注意すれば，ナッシュ均衡メッセージ m^* における資源配分 $(x_1^*, x_2^*, z^*) = g(m^*) = (g_1^x(m^*),\ g_2^x(m^*),\ g^z(m^*))$ は確定することがわかる。

ここでメッセージの各要素がこの資源配分メカニズム $\langle M, g(m)\rangle$ でどのような働きを持っているのかを検討してみる。結果関数の定義より，あきらかに，m_1^z と m_2^z は公共財の供給量を各消費者が増減させるためのメッセージである。つぎに，m_1^r と m_2^r は公共財の1単位の生産費用 α の負担，つまりLindahlの場合の公共財の個人価格を決めるのに使われているとみなせる。式(18)と(19)での2乗の項は，式(21)が満たされないならばそのまま2人の消費者にとって私的財の消費量の減少につながる。この項は式(21)を満たさない行動をとる消費者が現れた場合の罰則（パニッシュメント）と解釈できる。ナッシュ均衡では式(21)が満たされ罰金はゼロであるが，消費者1，2の個人価格と解釈される $(\alpha/2)+m_2^{r*}$, $(\alpha/2)+m_1^{r*}$ はLindahl均衡のときと同様に各消費者の限界代替率に等しく，それらの値を公共財の供給量に掛け合わせた量を消費者1,2の私的財の初期保有から支払っているとみることができよう。

こうして考えてみると，この資源配分メカニズムによる資源配分（$g_1^x(m^*)$, $g_2^x(m^*)$, $g^z(m^*)$）はLindahl配分に等しいことに気が付く。すなわち，$(\alpha/2)+m_2^{r*}=r_1$, $(\alpha/2)+m_1^{r*}=r_2$ とみなせば，条件式(22)と(23)はそれぞれLindahl均衡の条件式の(14)と(15)に同じであり，

$$\left(\frac{\alpha}{2}+m_2^{r*}\right) + \left(\frac{\alpha}{2}+m_1^{r*}\right) = \alpha$$

はLindahl均衡の均衡条件式の(16)に同じである。さらに，結果関数の私的財に関する規則より，

$$g_1^x(m^*) + \left(\frac{\alpha}{2}+m_2^{r*}\right)(m_1^{z*}+m_2^{z*}) = \omega_1$$

$$g_2^x(m^*) + \left(\frac{\alpha}{2}+m_1^{r*}\right)(m_1^{z*}+m_2^{z*}) = \omega_2$$

であり，これらはそれぞれLindahl均衡のときの予算制約式(12)と(13)に等しい。このように，かなり大まかではあるが，本稿の資源配分メカニズム $\langle M, g(m)\rangle$ がナッシュ均衡においてLindahl配分をもたらすこと，つまりLindahl配分をナッシュ・インプリメントしていることがわかる。もちろん，パレート最適条件(7)が満たされることは明らかであり，それは(21), (22), (23)から容易に計算できる。

6　結　　語

本稿での資源配分メカニズムの方法に問題点があるとすれば次のようなことになるだろう。

- 資源配分メカニズムが経済主体に受け入れられるとしている。
- ナッシュ均衡に表現された非協力的行動だけを考えている。
- 消費者が2人で私的財と公共財も1種類ずつというモデルで一般性にかける。

これらにたいしてそれぞれ次のように答えることができよう。

- 資源配分メカニズムがどのようにして経済主体に受け入れられるかという問題は資源配分メカニズムの設計を意図した本稿の範囲外で

ある。この問題はもっと広い観点から捉えるのが適切と思われる。

- ナッシュ均衡以外の非協力的行動を考察することは大きな課題である。しかしながら，他の研究をみてもナッシュ均衡のなかからある性質を持った解をとりだして研究しているものが多く，現状ではまずナッシュ均衡で考えることからはじめるのが一つの方法であろう。
- 問題点を明確にするために最も簡単なかたちで議論した。とくに本稿の扱った問題は3人以上の場合ならWalker (1981) が示したようなインプリメントのしかたがあるが，2人だけのケースでは一見問題が簡単になったようで実は解くことが難しくなっている。さらに，この2人での方法は2人以上で私的財も公共財もその種類が複数を許すようなモデルへ拡張可能である。これについてはYoshioka (1993) を参照されたい。

本稿ではLindahlの方法を私的なインセンティヴという点からその問題について説明し，その私的インセンティヴを考慮に入れた公共財の配分メカニズムを設計して解説を加えた。問題の要点を伝えるために概略を説明して細かな部分に言及していない上に，未解決の点やまだ論じられていない点もあろうが，それらは今後の課題としてその検討は別の機会に譲る。

＜引用文献・参考文献＞

Groves, T. and J.O. Ledyard (1977) "Optimal Allocation of Public Goods: A Solution to the 'Free Rider' Problem", *Econometrica.*

Hurwicz, L. (1979a) "Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points", *Review of Economic Studies.*

Hurwicz, L. (1979b) "Balanced Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points for Two or More Agents", in J. Green and J.A. Scheinkman eds. *General Equilibrium, Growth, and Trade,* Academic Press, New York.

Lindahl, E. (1919) *Die Gerechtigkeit der Besteuerung,* Lund.

Samuelson, P.A. (1954) "The Pure Theory of Public Expenditure", *Review of Economics and Statistics.*

Tian, G. (1989) "Implementation of the Lindahl Correspondence by a Single-Valued, Feasible, and Continuous Mechanism", *Review of Economic Studies.*

Vega-Redondo, F. (1985) "Nash Implementation of the Lindahl Performance in Economies with Just Two Consumers —An Impossibility Result—", *Economics Letters.*

Walker, M. (1981) "A Simple Incentive Compatible Scheme for Attaining Lindahl Allocations", *Econometrica.*

Yoshioka, T. (1993) "An Incentive Compatible Tax Rule for Attaining Lindahl Allocations", *Economic Studies Quarterly.*