

C-2-48 角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算（第2報） —平面回路方程式の差分方程式化—

Calculation of eigenmode for square-shaped planar circuit with slanting cut (2nd report)
based on difference equations of planar circuit equation

手塚 忠志 平岡 隆晴 許 瑞邦
Tadashi Tezuka Takaharu Hiraoka Hsu, Jui-Pang

神奈川大学 工学部 電気工学科

Department of Electrical Engineering, Kanagawa University

1. はじめに 平面回路を微小の要素に等分割し、その分割要素毎で1階の平面回路方程式を差分方程式化し直接解く方法は、任意形状の平面回路の解析を行うのに有效な手法と考えられる。前回は角斜め切断正方形平面回路の解析に階段近似を用いたが、今回は斜め部分に三角形の要素を用いてなめらかに近似して対応した回路の固有モード（固有値・固有関数）を計算したので報告する。

2. 平面回路方程式の差分方程式化 平面回路の電磁界分布は、式(1)で示す平面回路方程式で計算することができる。但し、 B は平面回路のサセプタンス、 X はリアクタンス。この式(1)を図2に示す方法で M 個の微小な要素に等分割し隣接する要素との電圧、電流分布の関係式で差分方程式化すると、式(2)のようになる。

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{J} = -jBV & \left(B = \frac{\omega\epsilon}{d} \right) \\ \operatorname{grad} V = -jX\mathbf{J} & \left(X = \omega\mu d \right) \end{cases} \quad (1) \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{J} = -j\left(\frac{a}{m}\right)\mathbf{BV} \\ \mathbf{BV} = -j\left(\frac{a}{m}\right)\mathbf{XJ} \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{A} は電流密度に関する差分化要素、 \mathbf{B} は電圧の差分化要素であり、行列で表される。式(2)の \mathbf{J} もしくは \mathbf{V} を消去することにより式(3), (4)の電圧、電流に関する固有値方程式となり、行列の $\det=0$ より固有値が、固有ベクトル \mathbf{V} から固有モードの電圧分布が得られる。

$$\left[AB + \frac{1}{m^2}(ka)^2 I \right] V = 0 \quad (3) \quad \left[BA + \frac{1}{m^2}(ka)^2 I \right] J = 0 \quad (4) \quad (k^2 = XB = \omega^2 \epsilon \mu)$$

前回の報告では斜めカット部を階段状に近似したが、今回の報告では図2に示す方法で斜めカット部に三角形の要素を用いることにより解析を行った。

3. 角斜め切断正方形回路の固有モード 図1に一辺 a を m 分割した正方形平面回路 ($m \times m$) の一角をカット率 $C=c/a$ で切断した角斜め切断正方形平面回路を示す。図3は $m=100$ 分割、カット率 C を 0 から 1 までとしたときの(3)式に基づく固有値 ka の計算結果である。図4は分割数 m に対する固有値の収束性を示し、図5は各固有値に対応した低次の固有モードの電圧分布を示す。

4. むすび 平面回路方程式を差分方程式化し直接解く手法を示し、その適用例として分割数 $m=100$ としたときの角斜め切断正方形平面回路の固有モードを計算した。

参考文献 [1] 平岡, 手塚, 許 角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算—差分方程式化・階段状近似による— 1999 年電子情報通信学会総合大会 c-2-75

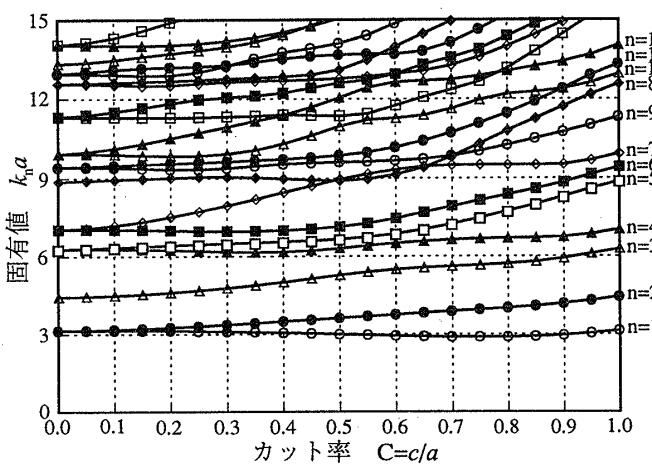


図3 カット率を変化させたときの固有値の推移

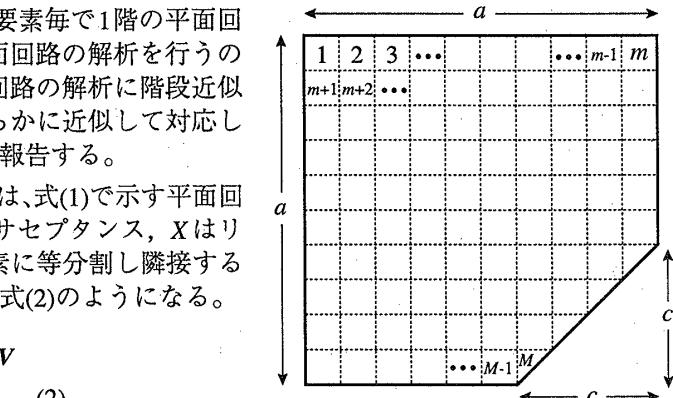


図1 角斜め切断正方形回路

内部分割点

$$\begin{aligned} V_x & \downarrow \\ J_{x+} & \downarrow \quad J_{x-} \\ V_y & \rightarrow \quad J_{y+} \\ J_{y-} & \downarrow \\ J_{x-} & \downarrow \quad J_{y-} \\ dx & \quad dy \\ V^i - V_{x-}^i & = -jX\left(\frac{a}{m}\right)J_{x-}^i \\ V^i - V_{y-}^i & = -jX\left(\frac{a}{m}\right)J_{y-}^i \\ -J_{x-}^i + J_{x+}^i - J_{y-}^i + J_{y+}^i & = -jB\left(\frac{a}{m}\right)V^i \end{aligned}$$

三角形要素

$$\begin{aligned} V^i - V_{x-}^i & = -jX\left(\frac{a}{m}\right)J_{x-}^i \\ V^i - V_{y-}^i & = -jX\left(\frac{a}{m}\right)J_{y-}^i \\ -J_{x-}^i - J_{y-}^i & = -j\frac{B}{2}\left(\frac{a}{m}\right)V^i \\ dx = dy = a/m & \end{aligned}$$

図2 分割要素内の電圧、電流密度

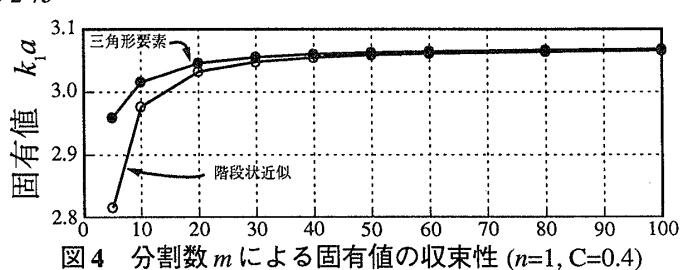


図4 分割数 m による固有値の収束性 ($n=1, C=0.4$)

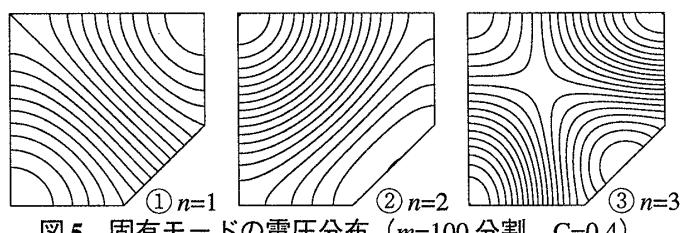


図5 固有モードの電圧分布 ($m=100$ 分割, $C=0.4$)