1995年電子情報通信学会エレクトロニクスソサイエティ大会

C-102

平面回路方程式の差分方程式化による数値解析
－正方形平面回路の固有値問題への適用－

Numerical Analysis by Transfer of Planar Circuit Equations into Difference Equations

-Application to Eigen-value Problem of Sqare-shaped Planar Circuit-

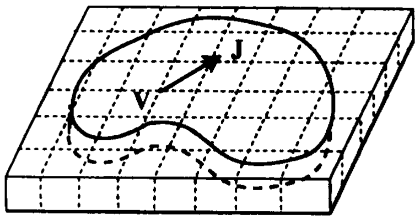
許　瑞邦　　高木　義信　　平岡　隆晴
Hsu,Jui-pang　　Yoshinobu Takagi　　Takaharu Hiraoka
神奈川大学工学部電気工学科
Department of Electrical Engineering,Kanagawa University

1．はじめに　任意形状平面回路を解析するためには、任意形状平面回路の固有値を精度よく求める必要がある。本報告では平面回路を第１図のように分割し、各分割点で１階の平面回路方程式を差分方程式に変換することによって直接的に固有値及び固有モードを計算した。

2．理論　第１図は平面回路を各等分割$(n\times n)$したものである。平面回路において、平面回路方程式が成り立つので、式（１）、式（２）が定義できる。

$$grad\mathbf{V}=-jX\mathbf{J} \quad (1) \qquad \Rightarrow \qquad -j\left(\frac{1}{n}a\right)X\mathbf{J}=\mathbf{BV} \quad (3)$$

$$div\mathbf{J}=-jB\mathbf{V} \quad (2) \qquad\qquad -j\left(\frac{1}{n}a\right)B\mathbf{V}=\mathbf{AJ} \quad (4)$$

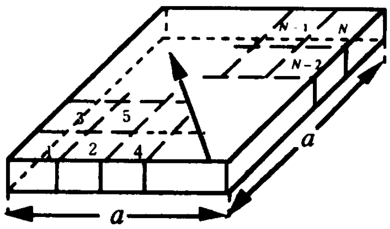


第１図　任意形状平面回路

第１図の各分割点で平面回路方程式を差分化した結果、式（３）、式（４）のように示される。ここで、$\mathbf{V}$は電圧成分、$\mathbf{J}$は電流成分、$\mathbf{A}$は電流要素の差分化した要素、$\mathbf{B}$は電圧要素の差分化した要素となる。

式（３）、式（４）より$\mathbf{J}$または$\mathbf{V}$を消去することにより、式（５）、式（６）のようになり電圧もしくは電流に関する固有値問題へと帰着する。この式が成り立つための必要十分条件は、カッコ内のマトリクスの行列式がゼロである。ここでkは、周波数の関数である。

$$\left[\mathbf{AB}+\frac{1}{n^2}(ak)^2\mathbf{I}\right]\mathbf{V}=0 \quad (5) \qquad \left[\mathbf{BA}+\frac{1}{n^2}(ak)^2\mathbf{I}\right]\mathbf{J}=0 \quad (6)$$



第２図　正方形平面回路

3．正方形回路の解　例として第２図のような正方形平面回路について解析した。ここでは、（５）式の電圧のついての固有値を計算しており、（５）式で定義したカッコ内のABマトリクス（３分割）を第３図に示してある。結果として、２、３、４、５、１０、１５、２０、２５分割の解を表１に示した。

4．むすび　上記で述べた方法により、分割数が増えて行くと固有値が真値に近づいていくことを示したが、精度が２５分割でもまだ足りないことが分かる。そして分割数の増加により行列式が収束しにくくなっている。今後として、行列式の収束性の問題の解明と任意形状平面回路についての解析をすすめていく予定である。

$$\begin{pmatrix}
-2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & -3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & -3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 1 & 1 & 0 & -4 & 0 & 1 & 1 & 0\\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -3 & 1\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2
\end{pmatrix}$$

第３図　３分割ABマトリクス

	真値	２分割	３分割	４分割	５分割	１０分割	１５分割	２０分割	２５分割
1	3.1415	2.8280	3.0000	3.0620	3.0899	3.1272	3.1356	3.1368	3.1424
2	4.4428	4.0000	4.2426	4.3285	4.3697	4.4237	4.4345	4.4362	4.4370
3	6.2831	——	5.1961	5.6568	5.8777	6.1798	6.2353	6.2577	6.2649
4	7.0248	——	6.0000	6.4324	6.6404	6.9267	6.9794	7.0000	7.0089
5	8.8857	——	7.3483	7.3908	8.0899	8.7395	8.8194	8.8475	8.8635
6	9.4247	——	——	8.0000	8.3123	9.0790	9.2697	9.3359	9.3674
7	9.9345			9.3072	8.6602	9.6031	9.7857	9.8488	9.8773
8	11.3271			10.4525	9.5103	10.9831	11.1727	11.2390	11.2694
9	12.5663			——	10.0000	11.7554	12.2008	12.3596	12.4323
10	12.9531			——	11.1803	12.1647	12.5973	12.7514	12.8233
11	13.3286			——	11.4411	12.8405	13.1093	13.2045	13.2476
12	14.0496			——	12.4859	13.2811	13.7026	13.8535	13.9216

1. π　(0,1),(1,0)
2. $\sqrt{2}\pi$　(1,1)
3. 2π　(0,2),(2,0)
4. $\sqrt{5}\pi$　(2,1),(1,2)
5. $2\sqrt{2}\pi$　(2,2)
6. 3π　(0,3),(3,0)
7. $\sqrt{10}\pi$　(3,1),(1,3)

表１．分割数による固有値の収束状況