

○寺尾道仁, 関根秀久, △小川雄史 (神奈川大・工)

1. はじめに

ヘルムホルツ型共鳴器の吸音力は、オリフィス壁面の空気粘性・熱伝導境界層（以下、音響境界層）散逸に依存する。しかし、とくに比較的薄板のオリフィスの場合、音響散逸上重要な部位は必ずしも明確でない。ここでは Fig. 1 に示すようなスリット型共鳴器のスリット近傍の音響散逸について、2次元境界要素数値解析により調べる。

2. 数値解析法

境界要素は、一定、2次および3次要素を採用して比較したが、ここでは3次要素の場合により述べる。

2.1 音場量の離散化

辺長 L の境界要素上の音圧 p およびその外向き法線方向の勾配 q を4節点の不連続3次要素により離散化する場合、要素に沿う実座標 s 、その正規座標を ξ （以下では、簡単のため辺長を2分する点を $\xi=0$ にとる）として節点を $-\xi_1 = \xi_4 = 3/4$ および $-\xi_2 = \xi_3 = 1/4$ にとり、第 $k(k=1,2,3,4)$ 節点の音場量を p_k および q_k と書けば、要素上の音場量は

$$\begin{Bmatrix} p(\xi) \\ q(\xi) \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^4 \psi_k(\xi) \begin{Bmatrix} p_k(\xi) \\ q_k(\xi) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

のように表される。ただし、

$$\begin{Bmatrix} \psi_1(\xi) \\ \psi_4(\xi) \end{Bmatrix} = \frac{-1}{48} (1-4\xi)(1+4\xi)(3\mp 4\xi)$$

$$\begin{Bmatrix} \psi_2(\xi) \\ \psi_3(\xi) \end{Bmatrix} = \frac{1}{16} (1\mp 4\xi)(3-4\xi)(3+4\xi) \quad (2)$$

2.2 境界積分方程式

境界要素数 N の部分領域における離散型 Kichhoff-Helmholtz 積分方程式は、

$$\sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^4 (H_{mn} p_m + G_{mn} q_m) = 0 \quad (3)$$

ただし、 $m=1,2,\dots,4N$, $n=k+4(l-1)$, また、

$$H_{mn} = -\alpha_m \delta_{mn} - \int_{-1}^1 q^*(\xi) \psi_k(\xi) A(\xi) d\xi, \quad (4a)$$

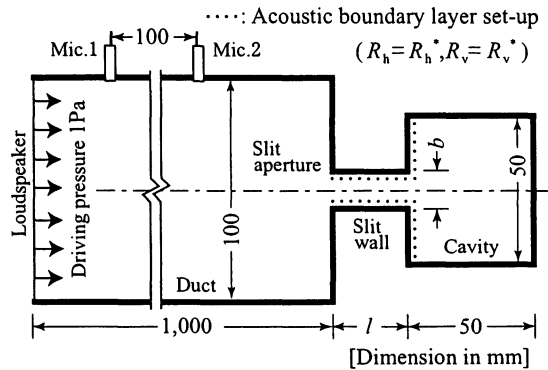


Fig.1 Acoustic test setup for slit resonators.

$$G_{mn} = \int_{-1}^1 p^*(\xi) \psi_k(\xi) A(\xi) d\xi \quad (4b)$$

ここで、 $p^* = -(j/4) H_0^{(2)}(r_{mn}\omega/c)$ は非同次 Helmholtz 方程式の非有界場における Green 関数 ($H_0^{(2)}$ は第2種0次の Hankel 関数)、 q^* は要素 s における p^* の外向き法線方向勾配、 ω は角周波数、 c は音速、 r_{mn} は2点 m と n との距離、点 m は滑らかな面上にとるものとして $\alpha_m = 1/2$ 、 $A(\xi) = ds/d\xi$ 、 δ_{mn} は Kronecker のデルタである。

2.3 音響境界層

剛壁面の粘性境界層および熱伝導境界層にたいする疎密波モードの壁面音圧 p_n と壁面向外音圧勾配 q_n との関係は、

$$q_n = -j\omega\rho \left\{ \frac{1+j}{\rho c} \left[R_h - \frac{c^2}{\omega^2} R_v \frac{\partial^2}{\partial s^2} \right] \right\} p_n \quad (5)$$

により与えられる[1]。ここで、 f を周波数として、粘性境界層および熱伝導境界層レジスタンスをそれぞれ R_v および R_h により表せば、その値は、

$$R_h \approx R_h^*, \quad R_h^* / \rho c = 0.96\sqrt{f} \times 10^{-5} \quad (6a)$$

$$R_v \approx R_v^*, \quad R_v^* / \rho c = 2.0\sqrt{f} \times 10^{-5} \quad (6b)$$

また、 $\partial^2 p / \partial s^2 \equiv p''$ は音圧の壁面の接線方向成分に関するラプラシアンで、要素が2次形状関数で表される（そのとき $A = L/2$ ）ものとするれば

$$p'' = \frac{\partial^2 p_n}{\partial s^2} = \frac{1}{(L/2)^2} \sum_{i=1}^4 \sigma_i p_{i+4(l-1)} \quad (7)$$

により表される。

*Distribution of sound dissipation by viscous boundary layer around a resonator orifice.

By Michihito Terao, Hidehisa Sekine and Yushi Ogawa.

ただし,

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_4 \end{matrix} \right\} = \mp 8\xi_n + 2, \quad \left. \begin{matrix} \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \pm 24\xi_n - 2 \quad (8)$$

3. 実験および解析結果

以下には, $l=1\text{cm}$, $b=4\text{mm}$ の場合を例にして結果を示す。音響境界層は任意の面に設定可能であるが, Fig. 2 は Fig. 1 の全壁面に音響境界層 ($R_v = R_v^*$, $R_h = R_h^*$) 条件を課したときの吸音率の数値解析結果を示す。近似関数, すなわち, 一定, 2次および3次要素による違いは小さい。数値解析値は実験値と良い一致を示しており, 本数値解析の有効性が確認される。なお, このときの音響境界層にたいする要素寸法は2次および3次要素では 0.1mm , 一定要素では 0.05mm としている。実験値との相違が比較的大きい一定要素は, 要素分割が高次要素に比べて粗い。

Fig. 3 にスリット周辺3領域の音響散逸パワーを示す。ネック長が数 cm の程度より短い場合には, キャビティ側エッジ部分の音響散逸が圧倒的に大きい。それは Ingard の経験式の形 [2] を否定する結果である。なお, 結果を省略するが, ネック長が長く 30cm の場合には, 音響散逸はダクト側エッジ周辺壁面において小さく, また, ネック内壁面が大きくなる傾向がある。

Fig. 4 は, それぞれダクト側エッジ周辺の壁面 ABC, キャビティ側エッジ周辺の壁面 DEF, およびその他の全壁面のみ音響境界層条件を設定したときの吸音率を示す。ネック長が短いスリットの場合, 壁面 DEF の寄与が大きい。

Fig. 5 は粘性境界層の音響散逸を決定づける音圧ラプラシアン p'' の分布を示す。ネック長が短いスリットの場合, p'' は両エッジ周辺壁面で大きいとその分布には大差がない。 p'' はネック内壁面では小さい。

4. まとめ

音響境界層を考慮した境界要素法解析コードを開発し, 実験によりその有効性を確認した。次にそれを応用して, ネック長が短いスリット型共鳴器における音響散逸は, スリットの共鳴器側エッジ近傍で支配的であることを明らかにした。

参考文献

- [1] A. Pierce, Acoustics, Acoustic Society of America, 1991.
- [2] U. Ingard, On the theory and Design of acoustic resonators, JASA, Vol. 25(6), eq.(11), p1045, 1953.

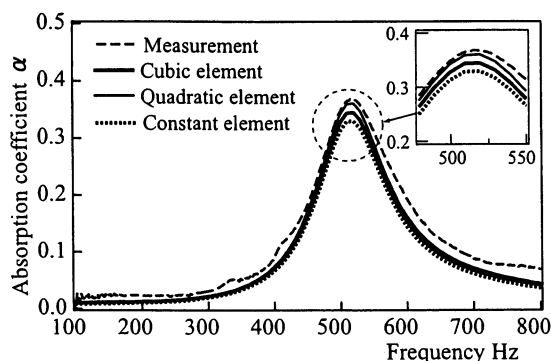


Fig.2 Comparison of numerical analyses and measurement for absorption coefficient of a slit resonator when $l=1\text{cm}$ and $b=4\text{mm}$.

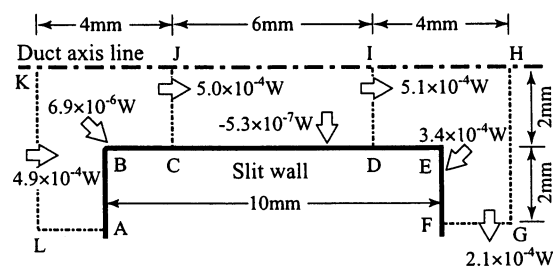


Fig.3 Acoustic dissipation of 3 zones around a slit when $l=1\text{cm}$ and $b=4\text{mm}$.

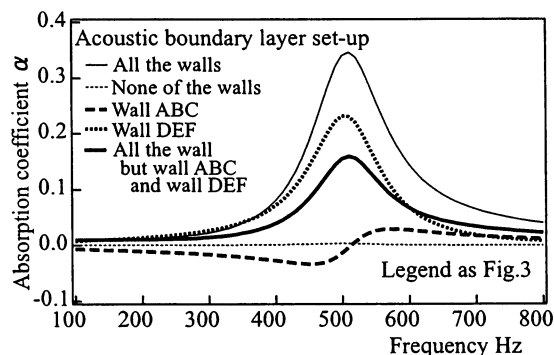


Fig.4 Contribution of slit walls on acoustic dissipation of a slit resonator.

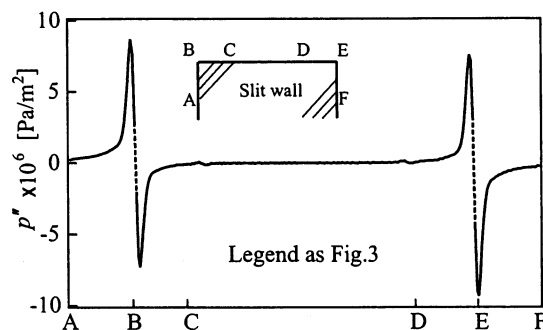


Fig.5 Laplacian of sound pressure on slit wall at resonant frequency.