

○寺尾道仁, 関根秀久 (神奈川大)

1. はじめに ヘルムホルツ共鳴器の特性とくに抵抗の数値予測法として, 壁面の空気粘性および熱伝導境界層における散逸を考慮した境界要素法の適用を試み, その有効性をFig.1に示すようなスリット開口の共鳴器の場合について実験[1]と比較して検討した.

2. ヘルムホルツ共鳴器の特性

ある角周波数 ω について共鳴器の単位面積音響インピーダンス z_{HR} はPFをその前面音圧, u_0 を開口断面内速度として

$$z_{HR} \equiv PF/u_0 = R + jX \quad (1)$$

ここでRおよびXはそれぞれ共鳴器の抵抗およびリアクタンスである. 吸音率 α は $\hat{R} \equiv R/(\rho c \sigma)$, $\hat{X} \equiv X/(\rho c \sigma)$ として

$$\alpha = 4\hat{R}/\{(1+\hat{R})^2 + \hat{X}^2\} \quad (2)$$

ただし, ρ : 空気の密度, c : 空気の音速, $\sigma = A_0/A_D$, A_0 : 開口断面積, A_D : ダクト断面積である.

3. 音響境界層連成数値解法

数値解析は音響(疎密波)モード場のHelmholtz-Kirchhoff積分定理に基づく2次元部分領域型境界要素法[2]により, 開口部およびその近傍壁面では寸法1mmの一定要素で離散化している. その境界条件, すなわち, 壁面における疎密波モードの音圧 p とその外向きノーマル勾配 q との関係は疎密波, 粘性および熱伝導モードの合成速度と壁面速度の整合条件から与えられ[3],

$$\frac{q}{-j\omega\rho} = \left[\frac{1}{z_w} + (1+j) \left\{ \frac{R_h}{\rho^2 c^2} - \frac{R_v \nabla_{\tan}^2}{\rho^2 \omega^2} \right\} \right] p \quad (3)$$

ここで, z_w : 壁面のインピーダンス, また, 粘性および熱伝導境界層厚をそれぞれ $d_v = \sqrt{2\mu/\omega\rho}$, $d_h = \sqrt{2\kappa/\omega\rho c_p}$ として

$$\begin{aligned} R_h/\rho c &\equiv \omega(\gamma-1)d_h/2c \approx 0.96\sqrt{f} \times 10^{-5}, \\ R_v/\rho c &\equiv \omega d_v/2c \approx 2.0\sqrt{f} \times 10^{-5} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし, μ および κ : それぞれ空気の粘性係数および熱伝導率, c_p : 定圧比熱, γ : 比熱比, f : 周波数である.

∇_{\tan}^2 は壁面の接線方向成分に関するラプラシアンで, 固体境界面を各々滑らかな境界面に分割し, その面素の $\nabla_{\tan}^2 P$ はこれと隣接する面素間の差分表現に変換し, その端部面素にたいしては音圧がこれに一致し面積0の仮想面素を境界面周辺に付加して処理している.

4. 吸音率の観測法
吸音率 α は(2)により求める. そのRおよびXは以下のように与える.

4.1 測定および音響境界層連成解法

R, Xは(1)によりPF/ u_0 の実虚部として求める. 前面音圧PFおよび粒子速度 u_0 の観測はダクト音源側P1とP2の2点音圧観測法により求める[4]. なお, この段階では音源側ダクトでの散逸 α_D は無視し共鳴器の散逸に含めている.

4.2 疎密波モード場解法

Xは疎密波モード場解析により, また, Rは次式(5)により求める.

$$R = W_{\text{diss}} / (|u_0 \sqrt{Z}|^2 A_0) \quad (5)$$

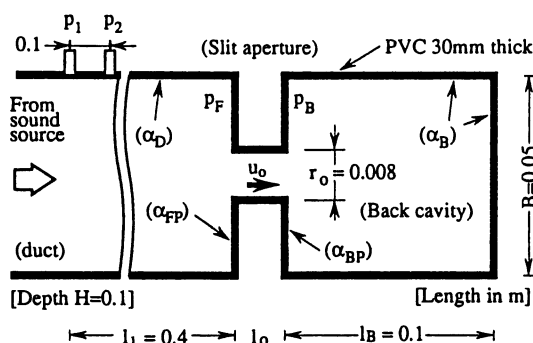


Fig.1 Slit resonator tested.

*Boundary element approach to determine acoustical resistance of a Helmholtz resonator.
By M.Terao and H.Sekine (Kanagawa University)

ただし、 W_{diss} は共鳴器における散逸パワーで、次式(6)による壁面方向への散逸インテンシティ I_n の共鳴器内壁面についての総和として求める[5].

$$I_n = R_v |u_{tan}/\sqrt{2}|^2 + R_h |p/\sqrt{2}\rho c|^2 \quad (6)$$

4.3 略算法

X は次式(7)により与える.

$$X \equiv \omega M - K_B/\omega \quad (7)$$

ここで M は開口部単位面積等価質量で

$$M = \rho (l_o + \Delta l_M) \quad (8)$$

また、 K_B は共鳴器のステイフネスで、

$$K_B = \rho c \omega \cot(\omega l_B/c) \quad (9)$$

ただし、 r_o : 開口断面半径 (スリットのときはその幅), l_o : 開口長 (板厚), l_B : 背後空間の奥行き, Δl_M : 開口部両端補正長で、Fig.1 のスリットの場合の解析解として $\Delta l_M/r_o \approx 0.95 \sim 1.0$ がある [6]. 抵抗 R は(6)から近似的に

$$R = 2R_v (l_o + \Delta l_R)/r_o \quad (10)$$

Δl_R : 付加抵抗補正長で、Ingard[7]による経験式 $\Delta l_R/r_o \approx 2$ がある.

5. 測定および解析結果 開口部両端補正長 Δl_M の結果をFig.2 に示す. u_o の誤差が比較的少ない共鳴周波数付近で評価すれば、 Δl_M の各手法による違いは僅かで抵抗の Δl_M への影響は少ない.

各手法による吸音率をFig.3 に、また、音響境界層連成解法による吸音率への共鳴器各壁面別寄与をFig.4 に示す. 開口部以外の壁面による損失は無視できない. α_D を含まないIngardの実験式と音響境界層連成解法とはほぼ一致する. 吸音率も共鳴周波数付近で評価すれば両数値解析は実験値に比べやや小さい. 実験における(3)での剛壁条件($\rho c/z_w \ll R_h/(\rho c) \approx 2 \times 10^{-5}$)の達成の困難およびFig.1 のダクト上下壁面のほか2次元数値解析では含まれない左右の壁面による損失を考慮すれば、両数値解析結果、とくに近似が少ない音響境界層連成解法は妥当とみられる.

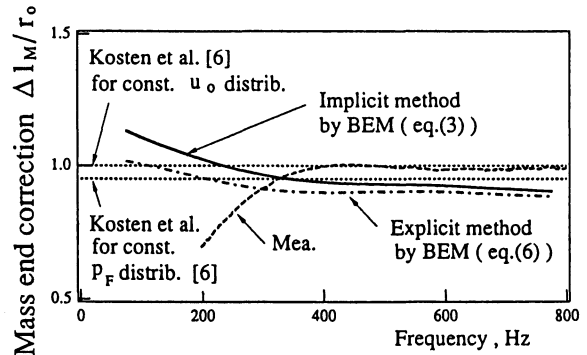


Fig.2 Difference in mass end correction by the methods.

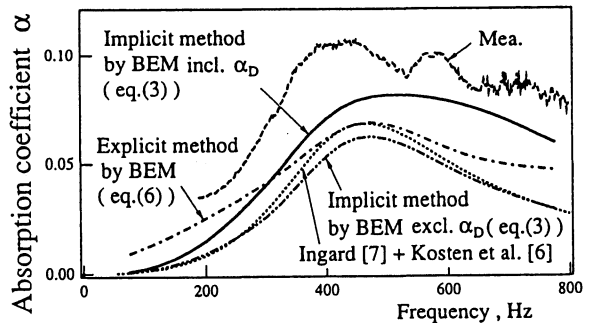


Fig.3 Difference in absorption coefficient by the methods.

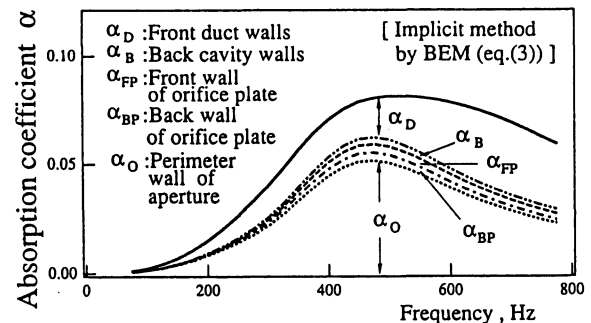


Fig.4 Each wall contribution to the absorption.

6. まとめ ヘルムホルツ共鳴器の特性の壁面による空気粘性および熱伝導散逸を含む数値解析手法を明らかにし、その基本的な有効性、また、共鳴器各部の吸音率への寄与を示した.

参考文献

- [1] 寺尾ほか, 音響学会講演論文集, 1993.10.
- [2] 寺尾ほか, 境界要素法研究会論文集, 1987.
- [3] Morse and Ingard, Theoretical acoustics, eq.(6-4.36), McGraw Hill, 1968.
- [4] ASTM standard E1050, 1985.
- [5] R.Lambert, JASA, 1951.
- [6] I.Smits and C.Kosten, Acustica, vol.1, 1951.
- [7] U. Ingard, JASA, (25), Nov., 1953.