

音響管二マイクロホン法吸音率測定における管内減衰の影響*

○関根 秀久, ☆寺尾 道仁, △石井孝憲, △服部康章 (神奈川大・工)

1. はじめに 音響管による吸音率測定時の管内減衰の補正法については ISO10534 の記述がある。しかし、そこでは減衰定数の位置依存性が無視されており、その精度には原理的限界が生じる[1]。ここでは減衰定数の位置依存性を考慮した管内減衰補正手法を用意しその有効性を調べると共に ISO 法についてもその改良を試みた。

2. 音響管内の一次元波動表現

図 1 に実験ダクトを示す。点 x における音圧 (以下、複素音圧振幅) p , 入射波及び反射波の音圧 p^- 及び p^+ は、通常、減衰定数 α_w がダクトの位置 x に依らず一定とみなし、次式により表される。

$$p = p^- + p^+ \quad (1a)$$

$$p^\pm = p_0^\pm e^{\mp jkx} \quad (1b)$$

$$k = \omega/c - j\alpha_w \quad (1c)$$

$$\alpha_w = [R_v + R_h] L_p / (2\rho c S_D) \quad (2)$$

ただし、 ρ は空気の密度、 c は空気の音速、 S_D はダクトの断面積、 L_p はダクトのペリメータ長である。また、 ω を角周波数、 μ , κ , γ 及び c_p を、それぞれ、空気の粘性係数、熱伝導率、比熱比及び定圧比熱として

$$R_v = \sqrt{\frac{\rho\omega\mu}{2}}, \quad R_h = \frac{\gamma-1}{\sqrt{\mu c_p / \kappa}} R_v \quad (3a,b)$$

である。

x における反射係数を

$$r = p^+ / p^- \quad (4)$$

と書けば、式(1a)は、

$$p = p^- (1+r) \quad (5)$$

のように書き直される。

3. 管壁音響消散率と減衰定数

試料面 x_0 と x の間 (距離 l_{0x}) の管内の音響消散パワー及び音響消散率をそれぞれ P_{0x} 及び δ_{0x} と書けば、

$$\delta_{0x} = P_{0x} / P_x^- \quad (6)$$

ここで、検査面 x への入射波の音響パワーを

$$P_x^- = (S_D / \rho c) |p^-|^2 / 2 \quad (7)$$

とした。

壁面音響境界層の比音響アドミッタンス β_w は、 ∇_T^2 を壁面方向のラプラシアンとして

$$\beta_w = (1+j) \left[\frac{R_h}{c} - \frac{cR_v}{\omega^2} \nabla_T^2 \right] \quad (8)$$

のように表され、 x における壁面外向きの音響インテンシティ I_w は式(9)のように導くことができる。すなわち、

$$I_w = I_w^{(h)} + I_w^{(v,irrev)} + I_w^{(v,rev)} \quad (9a)$$

$$I_w^{(h)} = \frac{R_h |p|^2}{2\rho^2 c^2} \quad (9b)$$

$$I_w^{(v,irrev)} = \frac{R_v |u|^2}{2} \quad (9c)$$

$$I_w^{(v,rev)} = \frac{-R_v}{\rho\omega} \operatorname{Re} \left\{ (1-j) \frac{d}{dx} \frac{p^+ u}{2} \right\} \quad (9d)$$

I_w を用いれば、単位長さあたりの管壁音響消散率 δ は、次式により求められる。

$$\delta = \frac{d\delta_{0x}}{dx} = \frac{d}{dx} \frac{P_{0x}}{P_x^-} = \frac{L_p I_w}{P_x^-} \quad (10)$$

x 及び $x+dx$ において端末試料側に向かうネットの音響パワーをそれぞれ P_x 及び P_{x+dx} と書け

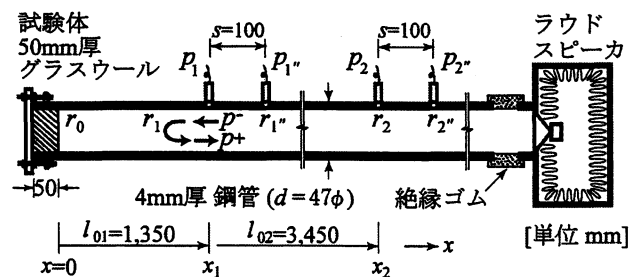


図 1 音響管二マイクロホン法反射率測定

* On effects of tube attenuation upon absorption coefficients by impedance-tube two-microphone-position method.
By Hidehisa SEKINE, Michihito TERAOKA, Takanori ISHII and Yasufumi HATTORI (Kanagawa Univ.)

ば、その差 dP_{0x} は

$$\begin{aligned} dP_{0x} &= P_{x+dx} - P_x \\ &= P_x^- \{ (e^{2jkdx} - re^{-2jkdx}) - (1-r) \} \\ &\approx 2P_x^- \alpha_w dx (1 + |r|^2) \end{aligned} \quad (11)$$

すなわち、次の関係が得られる。

$$\alpha_w = \delta / (1 + |r|^2) \quad (12)$$

4. 反射係数の観測法

4.1 一点音圧・粒子速度法 (1Pos)

BEM (境界要素法) のように、一点 x の音圧 p と粒子速度 u が直接得られるときには、 x における反射係数は次式により求められる。

$$r = (p + \rho cu) / (p - \rho cu) \quad (13)$$

4.2 二点音圧法 (2Pos)

二点音圧法では、距離 s だけ離れた二点 x_i 及び $x_{i^*} = x_i + s$ の音圧 p_i 及び p_{i^*} の伝達関数

$$H_{ii^*} = p_{i^*} / p_i \quad (14)$$

を観測し次式により反射係数を求める。

$$r_i = (e^{+jks} - H_{ii^*}) / (H_{ii^*} - e^{-jks}) \quad (15)$$

式(15)において二点間の減衰定数 $\alpha_w^{(s)}$ は位置に依らず一定とみなし、通常は $\alpha_w^{(s)} = 0$ にとられる。後述の改良 ISO 法では式(2)を適用する。

5. 管内減衰の補正法

5.1 ISO の補正法とその改良

ISO の手法は、次式(16)の試料面 x_0 における反射係数 r_0 及び吸音率 α_0 を、補正式(17)により観測点反射係数 r_i から求める。

$$r_0 = P_0^+ / P_0^-, \quad \alpha_0 = 1 - |r_0|^2 \quad (16a,b)$$

$$r_0 = r_i e^{2jkx_i} \quad (17)$$

波長定数 k に含まれる減衰定数 α_w について、ISO の管内減衰補正ではその位置依存性を無視して式(2)を適用する。その際、ISO 管内減衰補正法では R_v と R_h の温度依存性を無視している。それにたいし、ここではそれを考慮し先の反射係数観測における α_w の設定と併せて改良 ISO 法 (ISO improved) と呼んで区別する。

5.2 位置依存減衰定数による管内減衰の補正法

観測点の音圧 p_i と反射係数 r_i 及び式(12)を手掛りに未知かつ位置依存性の α_w を推定する。すなわち、 x_i と x_0 のダクト区間を N 分割し、各微小区間 (長さ l_n , ここでは $l_n = 10\text{mm}$ 一定)

$n=1, 2, \dots, N$ について、式(12)により α_w を求める。すなわち、第 $n-1$ 区間の試料側の反射係数 $r_i^{(n)} = r_i^{(n-1)}$ を用いて、第 n 区間の α_w を式(12)により求め、

$$r_i^{(n)} = r_i^{(n-1)} e^{+2j(\omega/c - j\alpha_w)l_n} \quad (18)$$

により第 n 区間の試料側の反射係数 $r_i^{(n)}$ を得る。ここで、 α_w は適当な初期値から出発し、式(1)、式(9)、式(10)などの関係を用いて管壁消散率 δ を求め、式(12)により反復更新して収束値を得ている。これを反射係数観測値 r_i から、順次、 $n=1, 2, \dots, N$ について実行すればその最後に試料面の反射係数 r_0 が求められる。この新たな管内減衰補正手法を以下では位置依存減衰係数法 (Position dependent attenuation factor method, PosDepAtt と略記) と呼ぶ。

6. BEM 解析手法

実験に伴う誤差を避けて基本的な性質を把握する段階では、BEM (二次元) 解析により調べた。境界要素は最小寸法 1.6mm の二次要素とした。壁面音響境界層の比音響アドミッタンスについては式(8)を適用する。

7. 減衰係数の位置依存性

図2は減衰係数 α_w の位置依存性に関する BEM 解析結果を剛壁端 ($r_0 = 1$) の場合について示す。図2(a)は管壁単位長当りの音響消散率 δ および l_{0x} 区間の管壁の音響消散率 δ_{0x} を示す。音圧アンチノードで δ が極大を示すことが注目される。

図2(b)及び(c)に観測点反射係数 r_i から試料の反射係数 r_0 に至る反射係数 r および減衰係数 α_w の位置依存性、並びにそれらの反射係数観測法による違いを示す。

ここで上添字 2Pos100 は $s=100\text{mm}$ の二位置音圧法反射係数観測、一方、下添字の 1400 は反射係数観測点位置 1400mm 、それに続く ISOimprv は管内減衰補正が改良 ISO 法であること、また PosDepAtt は位置依存減衰係数法を表わす。

図2(b)は、位置依存減衰係数法により得られた減衰係数 α_w を示す。減衰係数 α_w は図2(a)の管壁音響消散率 δ に比例的であり式(12)の妥当性を示している。 α_w はその反射係数の観測手法や観測点に依る違いが小さく α_w 及び r の同定手法 5.2 の信頼性は高いものと判断される。

図2(c)は、観測点反射係数 r_i から試料の反射係数 r_0 に至る反射係数 r の位置依存性を示す。一点法反射係数観測値 $r_i^{(1Pos)}$ による反射係数 r from $r_i^{(1Pos)}$ （ここでは観測位置は $x_i=1400$ のみ示す）は、真値 $r^{(Exact)}$ にたいし、よく一致する。これより、反射係数の観測精度が高い場合には位置依存減衰係数法（PosDepAtt）は極めて有効であることが認められる。

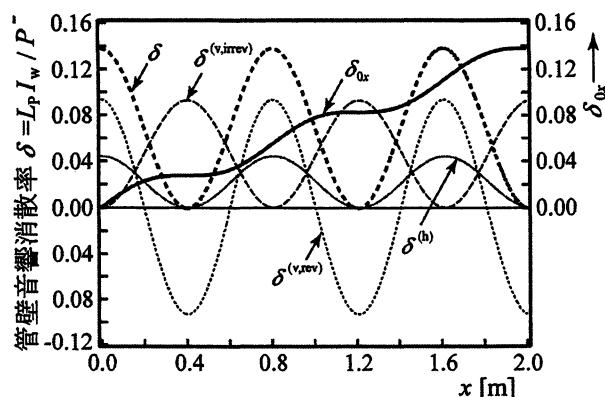
一方、二点音圧法反射係数観測法（式(15)）については、その $\alpha_w^{(s)}$ として式(2)をとった場合（改良 ISO 法）と $\alpha_w^{(s)}=0$ とした場合（現行 ISO 法）の反射係数観測値をそれぞれ $r_i^{(2Pos100)}(\alpha_w^{(s)}=Eq(2))$ 及び $r_i^{(2Pos100)}(\alpha_w^{(s)}=0)$ として $x_i=100 \times i$ mm ($i=1,2,\dots$) の 100mm ごとに示す。 $r_i^{(2Pos100)}(\alpha_w^{(s)}=Eq(2))$ は、 $r_0=1$ とした式(17)の直線にほぼ重なる。これは、 $r_i^{(2Pos100)}$ と $r_i^{(Exact)}$ とが一致しない観測点でも、その $r_i^{(2Pos100)}$ から式(17)により r_0 を求めれば $r_0^{(Exact)}$ にごく近い値に到達することを意味する。これが改良 ISO 法の補正に伴う利点である。それに対して現行 ISO の $r_i^{(2Pos100)}(\alpha_w^{(s)}=0)$ は $r_i^{(Exact)}$ に近いにもかかわらずその補正法（式(17)）との整合性はよくない。

他方、位置依存減衰係数法は $x_i=1400$ mm 及び $x_i=3500$ mm の反射係数観測値による反射係数 r from $r_i^{(2Pos100)}_{1400PosDepAtt}$ 及び r from $r_i^{(2Pos100)}_{3500PosDepAtt}$ からみられるように、 $r_i^{(2Pos100)}$ と $r_i^{(Exact)}$ とが一致しない観測点の場合、その誤差 $\Delta r_i^{(2Pos100)} = r_i^{(2Pos100)} - r_i^{(Exact)}$ がそのまま試料の反射係数 r_0 の誤差として反映されてしまい、その管内減衰補正精度を十分に生かすことができない。

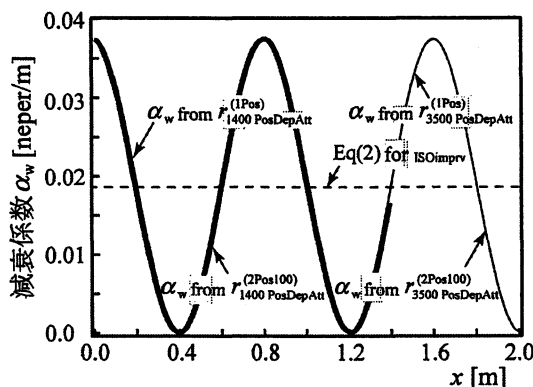
$r_i^{(2Pos100)}(\alpha_w^{(s)}=Eq(2))$ による場合の誤差 $\Delta r_i^{(2Pos100)}$ の絶対値は、図2(c)と(b)を見比べると分かるように $\alpha_w=Eq(2)$ の位置で大きい。これより $\Delta r_i^{(2Pos100)}$ が極大及び極小となる周波数は、 $n=1,2,\dots$ として $f_{max}=c(4n-3)/(8l_{oi})$ 及び $f_{min}=c(4n-1)/(8l_{oi})$ となる。

8. 二位置音圧反射係数観測法の精度

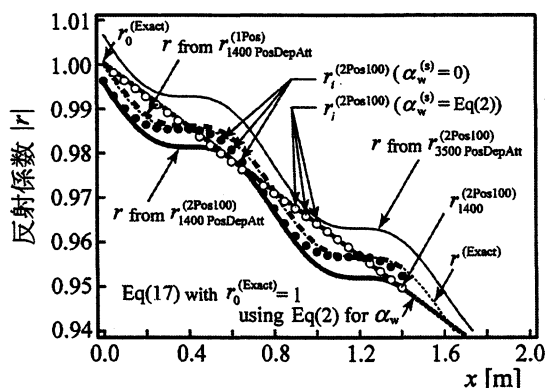
図3及び図4に剛壁端及び吸音材50mm厚試料設置条件における反射係数観測について、反射係数観測手法及び補正手法による観測結果の違いを示す。それぞれ(a)はBEM解析、(b)は実験による結果である。



(a) 管壁の音響消散率 δ 及び δ_{0x}



(b) 減衰係数 α_w の位置依存性

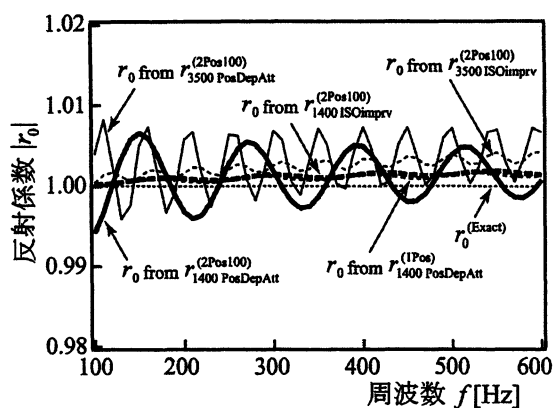


(c) 反射係数 r の位置依存性及び観測精度

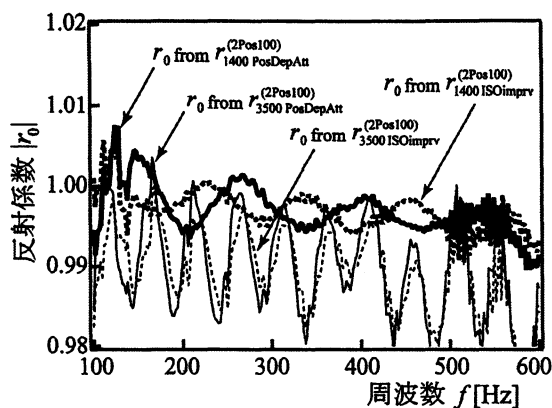
図2 管壁音響消散とその補正手法
(BEM, 剛壁端, 210Hz)

r_0 の測定値とBEM値を比較すると、それぞれの観測点ごとに凹凸の性状がよく対応している。これは壁面音響減衰を含む本BEM手法の有効性を示すものである。

ここでは研究上、試料面から $x_2=3500$ mmという極端に遠方に反射係数観測点をとった場合を示した。反射係数観測点 $x_2=3500$ mmにたいし $x_1=1400$ mmの誤差は小さい。とくにインピーダン

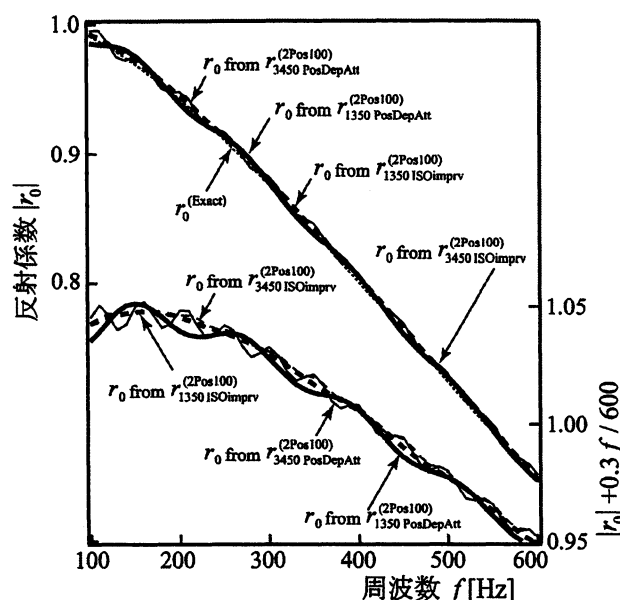


(a) BEM

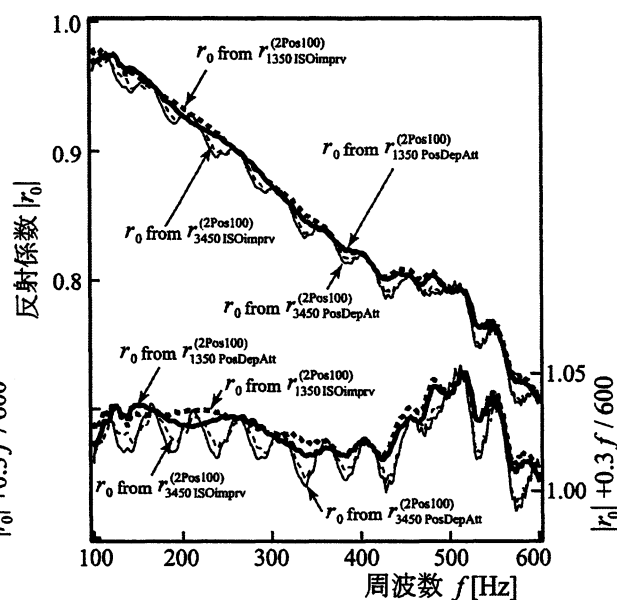


(b) 実験

図3 反射係数の測定精度（剛壁端）



(a) BEM



(b) 実験

図4 反射係数の測定精度（吸音材厚 50mm 設置）

ス観測を目的とするとき、伝搬定数の音速依存性も考慮すれば、いたずらに遠方にとらないことが重要である。

図2(c)における考察から、凹凸の幅が誤差に相当するとみて試料面から反射係数観測点までの距離が 1400mm 程度以下の場合の試料面反射係数の測定誤差の程度を改良 ISO 法について示せば、BEM で $\pm 0.1\%$ 程度、実験で $\pm 0.5\%$ 程度である。

ここで示したように通常の二位置音圧法反射係数観測手法ではその精度が不十分で、位置依存減衰係数による補正法はその性能が十分生かされない。その改善には反射係数観測二点間の減衰係数 $\alpha_w^{(s)}$ 及び音速をその変動を含めて考

慮する必要がある。

これにたいして、改良 ISO 法は、二位置音圧法反射係数観測誤差に適合した管内減衰補正特性を有しており、多くの実用目的にたいして有効な手法といえよう。

9. まとめ

音響管二点音圧法吸音率測定における管内減衰補正法について、減衰係数の位置依存性を考慮した新たな手法を導入し、その有効性を示した。ただし、それを生かすためには二位置音圧法反射係数観測の精度向上が重要である。また、ISO 法の改良を試み、その実用的有効性を示した。

参考文献

- [1] 寺尾ほか, 日本音響学会研究講論集, 2005 年 9 月。