

○関根秀久, 寺尾道仁, 林大志(神奈川大・工)

1. はじめに ダクト壁面 Helmholtz 共鳴器列は低周波数領域の音響調整要素として期待されるところが大きい, リアクティブ性が強く, したがってその挿入効果の把握には波動的音響解析が不可欠であるため, 利用しにくい音響要素として敬遠されがちである。

共鳴器を含むダクト網の音響設計においては, 設計パラメータ最適化のため試行錯誤シミュレーションが繰り返される。共鳴器を含む長さ数 m のダクト部分の場合, 約 100 周波数の音響透過損失を求めるには, 3-D 境界要素法 (BEM) は現在のワークステーションで約半日の解析時間を要する。これに対し, 1-D 平面波モデルでは瞬時に解析結果が得られ, 実時間で試行錯誤作業を進めることができる利点がある, 一方, 各共鳴器の放射インピーダンス予測を必要とする欠点がある。

そこで, ここでは共鳴器オフィスの放射リアクタンス, すなわち, 付加質量補正長 Δl , とりわけオフィス外部側のそれ Δl_{out} について調べる。オフィス開口の軸とダクト軸との角度 θ_A が $\theta_A = 0^\circ$ の場合の Δl については Ingard[1], Rschevkin [2], Selamet [3]らの予測式がある。それは空洞がオフィス開口と同心の円筒のときに共鳴器内部側の音響特性を求める場合には有効であるが, 本来, 円形ダクト周壁に開口するサイドブランチ共鳴器 ($\theta_A = 90^\circ$) の Δl_{out} にそのまま適用できる予測式ではない。

本研究では, まず, 円形ダクト周壁のオフィス開口 ($\theta_A = 90^\circ$) にたいする Δl_{out} の予測式を 3-D BEM により求める。次に, この $\theta_A = 90^\circ$ にたいする Δl_{out} をダクト壁面配置共鳴器列の 1次元平面波解析に適用して, その有効性を確認した上で様々な共鳴器列の音響的性質を調べる。

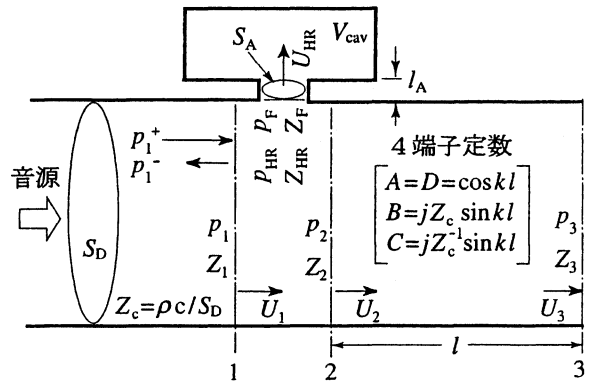


図1 共鳴器付直管の1次元平面波モデル

2. Helmholtz 共鳴器の音響インピーダンス

図1に示すような断面積 S_D (半径 a_D) の直管ダクトの壁面に開口する共鳴器の上で述べる。ここではこの開口面を検査面として共鳴器の音響特性を規定するものとする。なお, 簡単のため, この検査面の複素音圧振幅 p_F および複素体積速度振幅 U_{HR} (共鳴器に流入するとき正) は一様とみなす。共鳴器の音響特性として, 3次元波動解析では次の共鳴器内部側インピーダンス Z_F が用いられる。

$$Z_F = R_F + j \left\{ \frac{(l_A + \Delta l_{inn})\omega\rho}{S_A} - \frac{\rho c^2}{\omega V_{cav}} \right\} \quad (1)$$

ただし, $Z_F = p_F / U_{HR}$, R_F は共鳴器の音響抵抗, ω は角周波数, ρ は空気の密度, c は空気中の音速, S_A および l_A は, それぞれ開口の断面積および長さ, V_{cav} は空洞の容積, Δl_{inn} は開口の内部側質量補正長である。

一方, 1次元平面波解析では総合音響インピーダンス $Z_{HR} = p_{HR} / U_{HR}$ を用いる。ここで p_{HR} は共鳴器開口位置のダクト断面の音圧で

$$p_{HR} = p_F + Z_{rad} U_{HR} \quad (2)$$

により定義される。 Z_{rad} は放射音響インピーダンスで実部を R_{rad} , 虚部を X_{rad} として $Z_{rad} = R_{rad} + jX_{rad}$ のように表され, さらに X_{rad} と開口の外部側質量補正長 Δl_{out} との関係

* 1-D plane wave model analyses of sound reduction by duct-wall resonator-arrays.

By H. Sekine, M. Terao and D. Hayashi (Kanagawa university)

$$X_{\text{rad}} = \omega \rho \Delta l_{\text{out}} / S_A \quad (3)$$

および $Z_{\text{HR}} = Z_F + Z_{\text{rad}}$ の関係を考慮すれば

$$Z_{\text{HR}} = R_{\text{HR}} + j \left\{ \frac{(l_A + \Delta l_{\text{out}} + \Delta l_{\text{inn}}) \omega \rho}{S_A} - \frac{\rho c^2}{\omega V_{\text{cav}}} \right\} \quad (4)$$

の形で表される。ただし、 $R_{\text{HR}} = R_F + R_{\text{rad}}$ と書き換えた。特殊な場合として、共鳴器のほかに周波数依存性がない音場の場合、その共鳴周波数は

$$f_{\text{res}} = (c/2\pi) \sqrt{S_A / V_{\text{cav}} (l_A + \Delta l_{\text{out}} + \Delta l_{\text{inn}})} \quad (5)$$

により表される。半自由空間の壁面に開口(半径 a_A) する共鳴器の場合、 Δl_{out} は $(\Delta l_{\text{out}})_{\text{half space}} = 0.82a_A$ により与えられる。 f_{res} にたいして、この特別な場合の共鳴周波数は f_{res} により表す。

3. 共鳴器を含む音場の一次元平面波解析

1次元平面波モデル解析において、共鳴器を含むダクト部分については図1に示すような検査面1,2,3をとる。検査面*i*の音圧 p_i と体積速度 U_i は音響インピーダンス Z_i により $p_i = Z_i U_i$ のように関係づけられる。

まず、検査面1において入射波と反射波の音圧をそれぞれ p_1^+ および p_1^- により表せば、

$$p_1 = p_1^+ + p_1^-, \quad Z_c U_1 = p_1^+ - p_1^- \quad (6a, b)$$

ただし、 $Z_c = \rho c / S_D$ は特性インピーダンスである。式(6)より $2p_1^+ = p_1 + Z_c U_1$ 、さらに $p_1 = Z_1 U_1$ を考慮すれば

$$2p_1^+ = (Z_1 + Z_c) U_1 \quad (7)$$

の関係が得られる。

次に検査面1と2に挟まれる領域では

$$p_1 = p_2 = p_{\text{HR}} = Z_{\text{HR}} U_{\text{HR}} \quad (8a)$$

$$U_1 = U_{\text{HR}} + U_2 \quad (8b)$$

の関係があり、 $p_1 = Z_1 U_1$ および $p_2 = Z_2 U_2$ を考慮すれば

$$Z_1 U_1 = Z_2 U_2 = Z_{\text{HR}} U_{\text{HR}} \quad (9)$$

の関係が与えられる。

また、検査面2と3に挟まれる2ポート(2端子対)要素は基本行列で表せば、

$$p_2 = A p_3 + B U_3, \quad U_2 = C p_3 + D U_3 \quad (10a, b)$$

のように書ける。ここで A, B, C および D は4端子定数で、長さ l の直管ダクト要素の場合、

$$A = D = \cos kl, \quad B = j Z_c \sin kl, \quad C = j Z_c^{-1} \sin kl$$

のように与えられる。

式(8) および (10) において $p_3 = Z_3 U_3$ を考慮すれば

$$1/Z_1 = 1/Z_{\text{HR}} + 1/Z_2 \quad (11a)$$

$$Z_2 = (A Z_3 + B)/(C Z_3 + D) \quad (11b)$$

などの関係が得られる[4]。

4. 共鳴器を含む系の音響散逸率と透過率

共鳴器の音響散逸率は散逸音響パワー $P_{\text{HR}} = R_{\text{HR}} |U_{\text{HR}}|^2 / 2$ と入射音響パワー $P_1^+ = |p_1^+|^2 / 2 Z_c$ との比で定義される。すなわち、

$$\delta_{\text{HR}} = Z_c R_{\text{HR}} |U_{\text{HR}} / p_1^+|^2 \quad (12)$$

また、検査面1と*i*との間の要素の音響透過率は透過音響パワー $P_i = R_i |U_i|^2 / 2$ と入射音響パワーとの比として

$$\tau_{i1} = Z_c R_i |U_i / p_1^+|^2 \quad (13)$$

により表される。

式(11)は一般的な樹状ダクト網に適用できる。特殊な例として、図3に示すような N 個の共鳴器からなる共鳴器列の場合には、図1の検査面1-3間と同様の要素が N 個接続された場合とみなせばよい。それぞれの共鳴器(または共鳴器を含む要素)の番号を $n=1, 2, \dots, N$ とすれば、その検査面 $2n-1$ と $2n+1$ の音響インピーダンスは

$$1/Z_{2n-1} = 1/Z_{\text{HR}}^{(n)} + 1/Z_{2n+1}, \quad (14a)$$

$$Z_{2n} = (A^{(n)} Z_{2n+1} + B^{(n)}) / (C^{(n)} Z_{2n+1} + D^{(n)}) \quad (14b)$$

により関係づけられる。ここで、上添えの (n) は第 n 要素に関する量を意味する。したがって、終端インピーダンス Z_{2N+1} が与えられれば、 $n=N, N-1, \dots, 2, 1$ の順に第 n 要素の Z_{2n} および Z_{2n-1} が求められる。

第 i 共鳴器の音響散逸率 δ_i および検査面1と検査面 $2i+1$ と区間の音響透過率 $\tau_{2i+1,1}$ は次式(15)により表される。

$$\delta_i = Z_c R_{\text{HR}}^{(i)} |U_{\text{HR}}^{(i)} / p_1^+|^2$$

$$= 4 Z_c R_{\text{HR}}^{(i)} \left| \frac{U_1}{2 p_1^+} \right|^2 \left| \frac{U_{\text{HR}}^{(i)}}{U_{2i-1}} \right|^2 \prod_{n=1}^{i-1} \left| \frac{U_{2n+1}}{U_{2n-1}} \right|^2 \quad (15a)$$

$$\tau_{2i+1,1} = Z_c R_{2i+1} |U_{2i+1} / p_1^+|^2$$

$$= 4Z_c R_{2i+1} \left| \frac{U_1}{2P_1^+} \right|^2 \prod_{n=1}^i \left| \frac{U_{2n+1}}{U_{2n-1}} \right|^2 \quad (15b)$$

これらを求める際、式(7)、すなわち、 $2P_1^+/U_1 = Z_c + Z_1$ 、また、式(14)、さらに式(9)と(10b)から得られる次式(16)が用いられる。

$$U_{HR}^{(i)} / U_{2i-1} = Z_{HR}^{(i)} / Z_{2i-1} \quad (16a)$$

$$\frac{U_{2n-1}}{U_{2n+1}} = \frac{(Z_{HR}^{(n)} + Z_{2n})(C^{(n)} Z_{2n+1} + D^{(n)})}{Z_{HR}^{(n)}} \quad (16b)$$

音響インピーダンス Z_{HR} の 1 つの共鳴器は、それと同一のダクト断面の周上に 1 つ当りの音響インピーダンスが MZ_{HR} の共鳴器が M 個並んだ場合と等価である。したがって、図 3 や図 4 に示した N 個の共鳴器からなる共鳴器列は、 MZ_{HR} の共鳴器が $M \times N$ 個並んだ共鳴器配列とみることができる。

5. 共鳴器開口の付加質量補正長

円形ダクト側壁の共鳴器 ($\theta_A = 90^\circ$) にたいする Δl_{out} は 3-D BEM 解析を行って求めた。その結果を図 2 に示す。 Δl_{out} は、(i) f_{res} を求めて式(5)を用いる方法、および、(ii) X_{rad} を求めて式(3)を用いる方法の 2 通りを行った。

まず、これらの手法の有効性を調べるために、ダクト軸と開口の軸が一致する場合 ($\theta_A = 0^\circ$) の Δl を求めてみた。 f_{res} による方法は Rschevkin の式に、また、 X_{rad} による方法は Ingard の式におおむね一致する。これらは、それぞれの理論の前提条件に対応するものと考えられる。 $\theta_A = 90^\circ$ の場合の Δl_{out} は、両手法による違いは小さい、一方、 $\theta_A = 0^\circ$ の場合に対し著しく大きい値になることが注目される。

6. 一次元波動解析の有効性

$\theta_A = 90^\circ$ に対する Δl_{out} の有効性を調べるため様々な共鳴器とダクト網の組み合わせについて、1 次元平面波解析およびそれと比較のための 3 次元数値解析を行った。

6.1 同一構造の共鳴器から成る共鳴器列

図 3 に同一の共鳴器を 5 列並べた共鳴器列の場合を示す。ここでの各共鳴器は $V_{cav} = 250\text{cm}^3$ 、 $a_A = 8\text{mm}$ 、 $l_A = 10\text{mm}$ 、

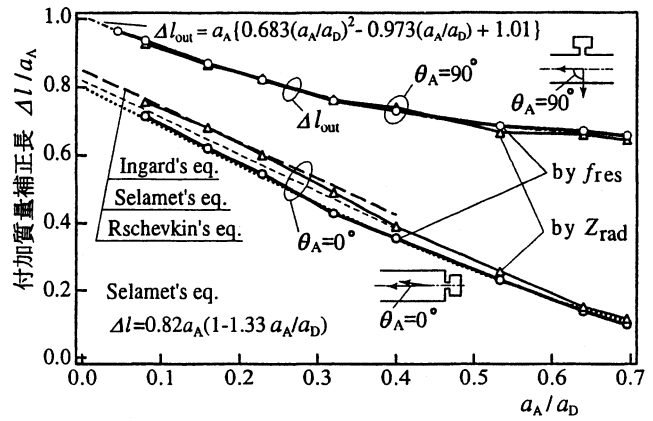
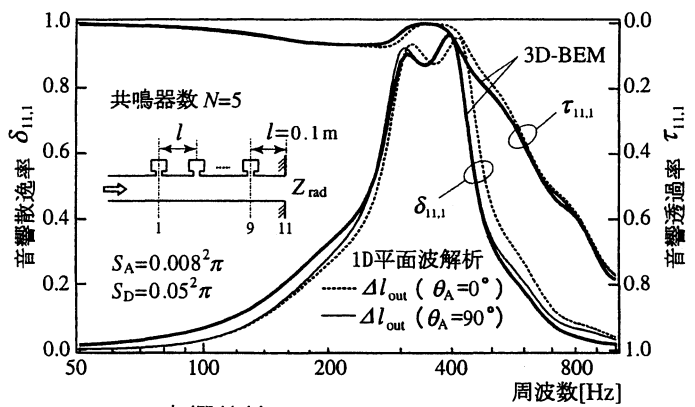
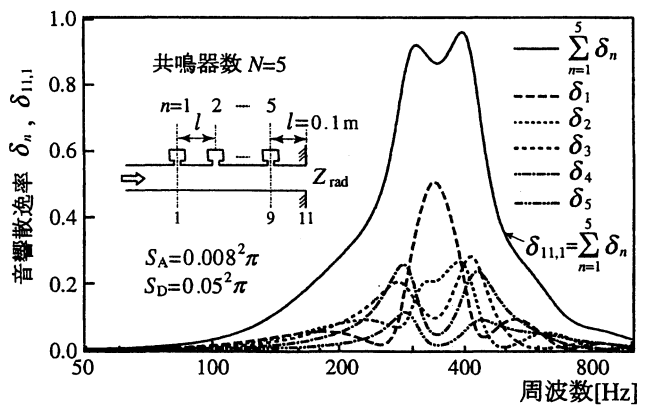


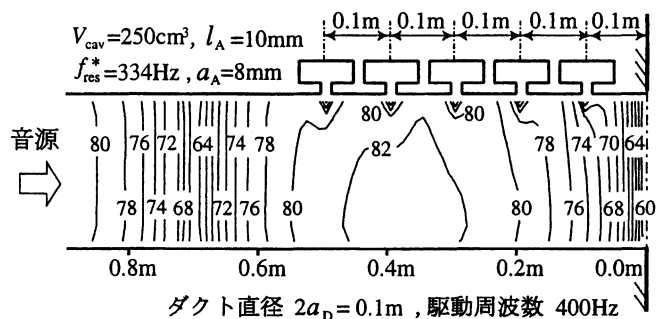
図 2 オリフィス開口の付加質量補正長 (θ_A :ダクト軸とオリフィス軸とをなす角)



(a) 音響特性



(b) 各共鳴器の散逸率への寄与



(c) 音圧分布(dB)

図 3 同一構造の共鳴器から成る共鳴器列

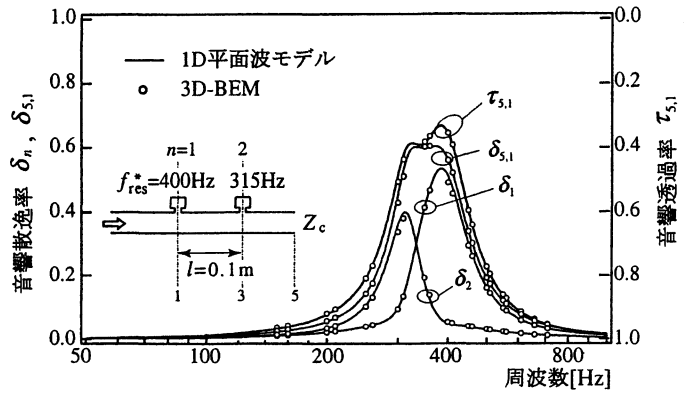
$R_{HR} = Z_c$, $f_{res}^* = 334\text{Hz}$ である。図 3(a)に $\delta_{2N+1,1} = \sum_{i=1}^N \delta_i$ および $\tau_{2N+1,1}$ を示す。なお、検査面 1 における吸音率を α_1 、パワー反射率を ρ_1 により表せば、それぞれは $\alpha_1 = \tau_{2N+1,1} + \delta_{2N+1,1}$ および $\rho_1 = 1 - \alpha_1$ により知ることができる。 $\theta_A = 90^\circ$ に対する Δl_{out} を適用した 1 次元平面波解析の結果が 3 次元波動解析のそれとよく一致することが確認される。図 3(c)にこのときの BEM による音圧分布の例を示す。図 3(b)は、図 3(a)の $\theta_A = 90^\circ$ に対する Δl_{out} を適用した 1D モデルにより得られた各共鳴器の散逸率への寄与を示したものである。各周波数成分について、音源側の共鳴器が散逸・反射した残りの透過波を次の共鳴器が散逸・反射することになり、後方の共鳴器の散逸率の寄与は極めて小さくなる。

6.2 様々な共鳴周波数の共鳴器から成る共鳴器列

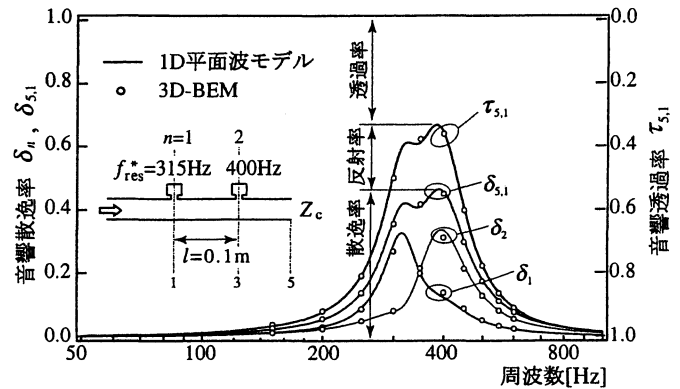
図 4 は、個々の共鳴器の共鳴周波数が異なる共鳴器列の場合を示す。共鳴器の構造は図 3 の場合に対して a_A を調節している。図 4 (a)と(b)は f_{res}^* が 315Hz と 400Hz の 2 つの共鳴器からなる共鳴器列の順序を換えた場合を示す。透過率は一致し相反則が成立しているが、音源側の共鳴器の共鳴周波数の付近で反射率が大きくなる傾向がみられる。

図 5 は f_{res}^* を 400Hz から 100Hz まで降順に 1/24 オクターブ刻みに設定した共鳴器列 (共鳴器数 $N = 49$) の場合を示す。先に述べた理由により、共鳴器のなかには散逸率への寄与が僅かしかないものも生じる。

7. まとめ 3 次元境界要素解析により、円形断面ダクト側壁に開口する共鳴器を有するダクト網の 1 次元平面波解析に必要な付加質量補正長の予測式を得た。その有効性は様々な共鳴器配置のダクト網について 1 次元解析結果を 3 次元のそれと比較して確認した。また、ダクト側壁共鳴器列に適用して、個々の共鳴器の音響散逸率への寄与に関する知見を得た。



(a) 音源側から透過側の方向に共鳴周波数降順配列



(b) 音源側から透過側の方向に共鳴周波数昇順配列

図 4 共鳴周波数が異なる 2 つの共鳴器 ($N = 2$) から成る共鳴器列の音響特性

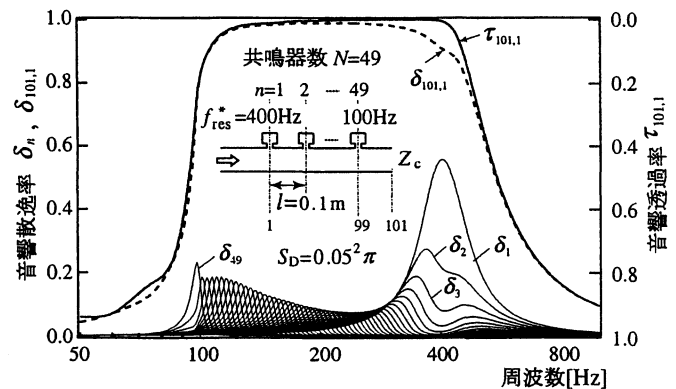


図 5 共鳴周波数が異なる多数 ($N = 49$) の共鳴器から成る共鳴器列の音響特性

参考文献

- [1] U. Ingard, On the radiation of sound into a circular tube, with an application to resonators, JASA, Vol.20, No.5, 665-682, 1948.
- [2] S. N. Rschewkin, Gestaltung von Resonanzschallluckern und deren Verwendung für die Nachhallregelung und Schallabsorption, Hochfrequenztechnik und Elektrokustik, Bd.67, Heft 4/5, 128-135, 1959.
- [3] A. Selamet and Z.L. Ji, Circular asymmetric Helmholtz resonators, JASA, 107(5), 2360-2369, 2000.
- [4] 日本騒音制御工学会編:騒音制御工学ハンドブック, 技報堂, 基礎編 3.3.3, 2001 年.