

○寺尾道仁, 関根秀久 (神奈川県)

1. はじめに

現在, ダクト網音響伝搬予測は概ね波動性を無視したエネルギー透過率による計算で行われ, 波動性を考慮する場合 (マフラーなど) もせいぜい軸方向 (0次) モード波領域に限られる. しかし, 断面寸法が 1 m の程度を超える通気経路になると数百 Hz 以下に数次のモード波まで含まれる. そこで高次モード波を含む波動計算を可能とするため音響要素の固有特性観測手法, それによる音響伝搬計算手法を示し, その有効性についてスプリッタ型ダクトアッテネータを例として数値および物理実験により検討する.

2. モード別平面進行波の分離検出方法

接続ダクトは剛壁直管部が十分長く不連続部近距離モード波が十分減衰した領域が存在するものとし, この軸方向を  $x$ , 断面方向を  $y$  座標にとり, 検査面を  $x=0$ , 壁面上を  $y=0$  とする (図 1 参照). この領域内の任意点  $(x, y)$  における音圧は

$$p(x, y) = \sum_{n=0}^N a_{(n)} \exp(-jk_x^{(n)}x) \cos(k_y^{(n)}y) + \sum_{n=0}^N b_{(n)} \exp(+jk_x^{(n)}x) \cos(k_y^{(n)}y) \quad (1)$$

ここで,  $a_{(n)}$  と  $b_{(n)}$  はそれぞれ検査面基準点  $(0, 0)$  における第  $n$  次モードの外向きおよび内向きの進行波音圧である. 波数ベクトルの  $x$  および  $y$  方向成分は,

$$k_y^{(n)} = n\pi / L_y,$$

および

$$k_x^{(n)} = \sqrt{(\omega/c)^2 - (n\pi/L_y)^2} \quad (2)$$

により与えられる. ただし,  $L_y$  はダクト幅,  $n=0, 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  は考慮すべき最大モード次数である. このとき  $2(N+1)$  の進行波音圧振幅  $a_{(n)}$  と  $b_{(n)}$  が未知量であり, この数だけの観測点で音圧観測して式 (1) を適用すればこの未知量を求めることができる.

3. モード別特性透過係数の測定法

要素を挟む直管ダクトの数を  $L$ , 第  $l$  ダクトの最大モードを  $N_l$  として, 進行音

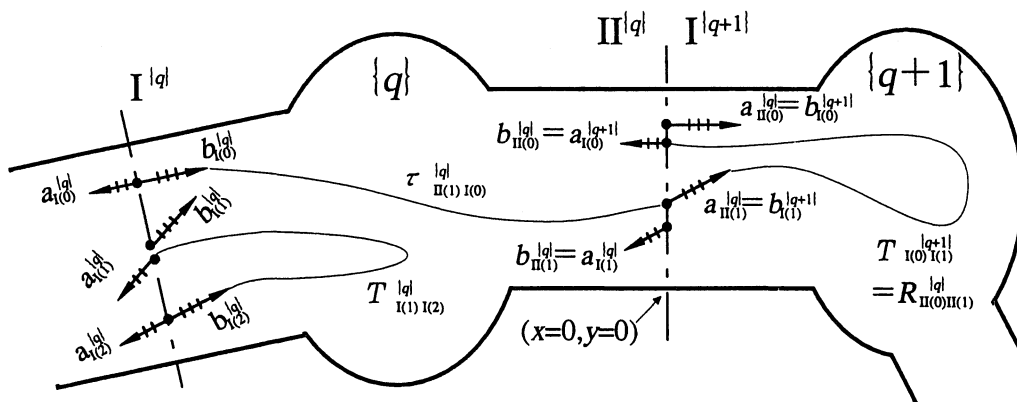


図 1. 要素間接続ダクト検査面の各モード波音圧と透過係数

Contribution of duct higher order modes to transmission loss of a silencer  
(In case of a splitter type duct attenuator). By Michihito Terao and  
Hidehisa Sekine (Kanagawa university)

波の重畳原理により各ダクト各モードの内向き・外向き進行波音圧の間の関係は

$$\mathbf{a}_{\ell(n)} = \sum_{\ell'=1}^L \sum_{n'=0}^{N_{\ell'}} \tau_{\ell(n)\ell'(n')} \mathbf{b}_{\ell'(n')} \quad (3)$$

のように表現される(図1参照)。ただし、 $\mathbf{a}_{\ell(n)}$ は第 $\ell$ ダクト( $\ell=I, II, \dots, L$ )第 $n$ モード( $n=0, 1, 2, \dots, N_{\ell}$ )外向き波音圧、 $\mathbf{b}_{\ell'(n')}$ は第 $\ell'$ ダクト( $\ell'=I, II, \dots, L$ )第 $n'$ モード( $n'=0, 1, 2, \dots, N_{\ell'}$ )外向き波音圧、また、 $\tau_{\ell(n)\ell'(n')}$ は第 $\ell'$ ダクト第 $n'$ モード内向波音圧の第 $\ell$ ダクト第 $n$ モード外向波音圧への寄与係数、すなわち、特性透過係数( $\ell=\ell'$ かつ $n=n'$ のときは特性反射係数)である。全ダクトのモード数の総和を $M$ とすれば $M = \sum_{\ell=1}^L (N_{\ell} + 1)$ であり、

特性透過係数の数は $M \times M$ になる。

この特性透過係数の測定方法として以下の手法を試みる。接続ダクト側の音場条件(音源や反射の状態)を $m=1, 2, \dots, M$ の $M$ 通りに変化させ、それぞれの条件で各検査面各モードの音圧振幅 $\mathbf{a}_{\ell(n)}^{[m]}$ と $\mathbf{b}_{\ell'(n')}^{[m]}$ を観測する。これに式(3)を適用すれば、任意のダクト $\ell$ の第 $n$ モード外向き波音圧 $\mathbf{a}_{\ell(n)}$ にたいし、

$$\mathbf{a}_{\ell(n)}^{[m]} = \sum_{\ell'=1}^L \sum_{n'=0}^{N_{\ell'}} \tau_{\ell(n)\ell'(n')} \mathbf{b}_{\ell'(n')}^{[m]} \quad m=1, 2, \dots, M \quad (4)$$

の $M$ 個の方程式が得られ、式(4)に含まれる $M$ 個の特性透過係数 $\tau_{\ell(n)\ell'(n')}$ が求められる。ここで具体例として図1の要素 $\{q\}$ 、すなわち、接続ダクト数が2( $L^q=II$ )、音源側と透過側ダクトの最大モード次数がそれぞれ2および1( $N_I^q=2$ および $N_{II}^q=1$ )の要素について、例えば $\ell=I$ 、 $n=2$ の場合を示せば、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{I(2)}^{[1]} \\ \mathbf{a}_{I(2)}^{[2]} \\ \mathbf{a}_{I(2)}^{[3]} \\ \mathbf{a}_{I(2)}^{[4]} \\ \mathbf{a}_{I(2)}^{[5]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{I(0)}^{[1]} & \mathbf{b}_{I(1)}^{[1]} & \dots & \mathbf{b}_{II(1)}^{[1]} \\ \mathbf{b}_{I(0)}^{[2]} & \mathbf{b}_{I(1)}^{[2]} & \dots & \mathbf{b}_{II(1)}^{[2]} \\ \vdots & \vdots & \mathbf{b}_{\ell'(n')}^{[m]} & \vdots \\ \mathbf{b}_{I(0)}^{[5]} & \mathbf{b}_{I(1)}^{[5]} & \dots & \mathbf{b}_{II(1)}^{[5]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{I(2)I(0)} \\ \tau_{I(2)I(1)} \\ \tau_{I(2)I(2)} \\ \tau_{I(2)II(0)} \\ \tau_{I(2)II(1)} \end{bmatrix} \quad (4a)$$

のような連立方程式が構成され、これを解けばそこに含まれる5つの特性透過係数が定められる。このようにして、 $\ell$ と $n$ のすべての組み合わせ( $M$ 通り)について実行すれば、 $M \times M$ 個のすべての特性透過係数 $\tau_{\ell(n)\ell'(n')}$ が求められる。

#### 4. 各要素音響特性の合成方法

図1に示すような要素 $\{q\}$ とその透過側に接続される要素 $\{q+1\}$ との音響特性の合成を具体例にして、要素群の透過係数をその構成要素の特性透過係数から計算する手法を述べる。要素 $\{q\}$ について式(3)を適用しベクトル表現すれば

$$\mathbf{a}^{(q)} = \mathbf{t}^{(q)} \mathbf{b}^{(q)} \quad (5)$$

ただし、

$$\mathbf{a}^{(q)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_I^{(q)} \\ \mathbf{a}_{II}^{(q)} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{b}^{(q)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_I^{(q)} \\ \mathbf{b}_{II}^{(q)} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{t}^{(q)} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{I I}^{(q)} & \mathbf{t}_{I II}^{(q)} \\ \mathbf{t}_{II I}^{(q)} & \mathbf{t}_{II II}^{(q)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、式(6)の要素はさらに

$$\mathbf{a}_I^{(q)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_{I(0)}^{(q)} \\ \mathbf{a}_{I(1)}^{(q)} \\ \mathbf{a}_{I(2)}^{(q)} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{b}_I^{(q)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_{I(0)}^{(q)} \\ \mathbf{b}_{I(1)}^{(q)} \\ \mathbf{b}_{I(2)}^{(q)} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{a}_{II}^{(q)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_{II(0)}^{(q)} \\ \mathbf{a}_{II(1)}^{(q)} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{II}^{(q)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_{II(0)}^{(q)} \\ \mathbf{b}_{II(1)}^{(q)} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{t}_{I I}^{(q)} = \begin{bmatrix} \tau_{I(0)I(0)}^{(q)} & \tau_{I(0)I(1)}^{(q)} & \tau_{I(0)I(2)}^{(q)} \\ \tau_{I(1)I(0)}^{(q)} & \tau_{I(1)I(1)}^{(q)} & \tau_{I(1)I(2)}^{(q)} \\ \tau_{I(2)I(0)}^{(q)} & \tau_{I(2)I(1)}^{(q)} & \tau_{I(2)I(2)}^{(q)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_{I II}^{(q)} = \begin{bmatrix} \tau_{I(0)II(0)}^{(q)} & \tau_{I(0)II(1)}^{(q)} \\ \tau_{I(1)II(0)}^{(q)} & \tau_{I(1)II(1)}^{(q)} \\ \tau_{I(2)II(0)}^{(q)} & \tau_{I(2)II(1)}^{(q)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_{II I}^{(q)} = \begin{bmatrix} \tau_{II(0)I(0)}^{(q)} & \tau_{II(0)I(1)}^{(q)} & \tau_{II(0)I(2)}^{(q)} \\ \tau_{II(1)I(0)}^{(q)} & \tau_{II(1)I(1)}^{(q)} & \tau_{II(1)I(2)}^{(q)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_{II II}^{(q)} = \begin{bmatrix} \tau_{II(0)II(0)}^{(q)} & \tau_{II(0)II(1)}^{(q)} \\ \tau_{II(1)II(0)}^{(q)} & \tau_{II(1)II(1)}^{(q)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

のような要素からなる。

要素 $\{q\}$ と $\{q+1\}$ の間の直管内検査面 $II^{(q)}$ (または $II^{(q+1)}$ )において、

$$\mathbf{a}_I^{(q+1)} = \mathbf{T}_{I I}^{(q+1)} \mathbf{b}_I^{(q+1)} \quad (9)$$

および

$$\mathbf{b}_{\parallel}^{(q)} = \mathbf{R}_{\parallel}^{(q)} \mathbf{a}_{\parallel}^{(q)} \quad (10)$$

のように表せば、 $\mathbf{T}_{\parallel}^{(q+1)}$ は要素 $\{q+1\}$ の音源側ダクト $I^{(q+1)}$ の、 $\mathbf{R}_{\parallel}^{(q)}$ は要素 $\{q\}$ の透過側ダクト $II^{(q)}$ の反射係数行列で、両者は一致する、すなわち、

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\parallel}^{(q)} &= \begin{bmatrix} R_{II(0)II(0)}^{(q)} & R_{II(0)II(1)}^{(q)} \\ R_{II(1)II(0)}^{(q)} & R_{II(1)II(1)}^{(q)} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} T_{I(0)I(0)}^{(q+1)} & T_{I(0)I(1)}^{(q+1)} \\ T_{I(1)I(0)}^{(q+1)} & T_{I(1)I(1)}^{(q+1)} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\parallel}^{(q+1)} \end{aligned} \quad (11)$$

したがって、

$$\mathbf{a}_{\parallel}^{(q)} = \mathbf{T}_{\parallel}^{(q)} \mathbf{b}_{\parallel}^{(q)} \quad (12)$$

および

$$\mathbf{a}_{\parallel}^{(q)} = \mathbf{T}_{\parallel}^{(q)} \mathbf{b}_{\parallel}^{(q)} \quad (13)$$

のように表せば、 $\mathbf{T}_{\parallel}^{(q)}$ は要素 $\{q\}$ の音源側ダクト $I^{(q)}$ から透過側ダクト $II^{(q)}$ への透過係数行列、また、 $\mathbf{T}_{\parallel}^{(q)}$ は音源側ダクト $I^{(q)}$ における反射係数行列で、それぞれは式(13)を式(7)を介して式(5)に代入すれば、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\parallel}^{(q)} &= \begin{bmatrix} T_{II(0)I(0)}^{(q)} & T_{II(0)I(1)}^{(q)} & T_{II(0)I(2)}^{(q)} \\ T_{II(1)I(0)}^{(q)} & T_{II(1)I(1)}^{(q)} & T_{II(1)I(2)}^{(q)} \end{bmatrix} \\ &= (1 - \mathbf{t}_{\parallel}^{(q)} \mathbf{R}_{\parallel}^{(q)})^{-1} \mathbf{t}_{\parallel}^{(q)} \end{aligned} \quad (14)$$

および

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\parallel}^{(q)} &= \begin{bmatrix} T_{I(0)I(0)}^{(q)} & T_{I(0)I(1)}^{(q)} & T_{I(0)I(2)}^{(q)} \\ T_{I(1)I(0)}^{(q)} & T_{I(1)I(1)}^{(q)} & T_{I(1)I(2)}^{(q)} \\ T_{I(2)I(0)}^{(q)} & T_{I(2)I(1)}^{(q)} & T_{I(2)I(2)}^{(q)} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{t}_{\parallel}^{(q)} + \mathbf{t}_{\parallel}^{(q)} \mathbf{R}_{\parallel}^{(q)} \mathbf{T}_{\parallel}^{(q)} \end{aligned} \quad (15)$$

により求められる。このようにして最下流の反射係数が与えられれば、各要素の反射係数と透過係数（無反射端接続のときは固有特性）は下流側から順次求めら

れる。さらに、分岐ダクトに拡張し、また、音源要素特性（駆動波音圧と反射係数）を与えればダクト網の音響伝搬計算や挿入損失計算も実行できる。

## 5. 実験結果

本観測法の基本的な有効性を調べるため、図2に示すような大断面通気路によく使われる吸音スプリッタ型ダクトサイレンサを対象音響要素として数値実験および物理実験を行った。数値実験では、吸音材（グラスウール、 $32 \text{ kg/m}^3$ ）の固有特性をチューブ法[1]で求め、部分領域境界要素法（要素寸法  $5 \text{ mm}$  の一定要素[2]）により観測点音圧を観測し、式(1)により進行波音圧、次いで式(4)により特性透過係数を求めた。

数値および物理実験による特性透過率（特性透過係数の絶対値）の観測結果を比較して、0次と1次の2つのモード波が同時に存在する周波数範囲について図3に示す。数値実験値と物理実験値との一致は十分とはいえない。これは物理実験では進行波分離精度が不十分であったこと、一方、数値実験においては音場計算において吸音材内部伝搬を等方性と仮定し、その繊維方向の特性を用いたことが一因と考えられる。また、著名なA.J.Kingの実験値（ロックウール、約  $130 \text{ kg/m}^3$ ）も参考のため示した。これは無限長の吸音スプリッタ間流路内の0次モード波減衰量であり、その場合には

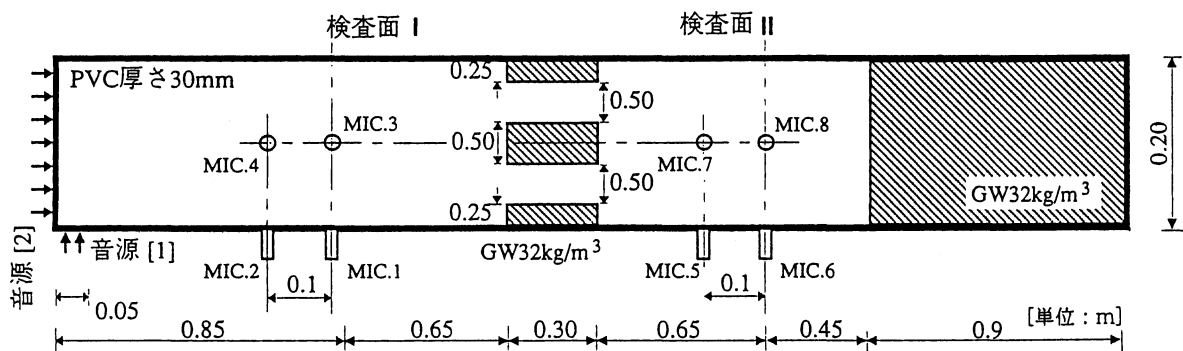


図2. 実験対象としたスプリッタ型ダクトアッテネータ

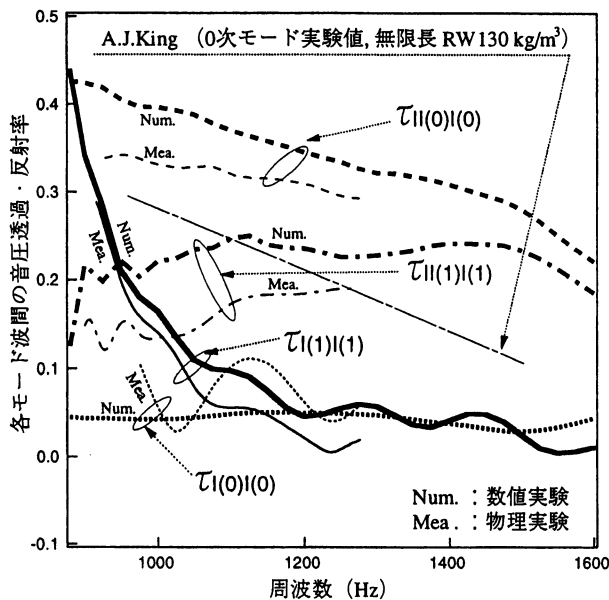


図3. 各モード波間の特性透過率観測における数値実験と物理実験の比較

理論研究も多く、 $\tau_{I(0)|I(0)}$ の代わりに利用されている。ここでの有限長の $\tau_{I(0)|I(0)}$ と比較して吸音材特性や有限・無限長の違い等により、この程度の透過率の相違は起り得る範囲内とみられる。

以上を考慮すれば、この数値実験結果はスプリッタアッテネータ特性の定量的精度向上には課題が残されるが、定性的な説明には十分有効な水準にあると考えられる。図4には異なるモード波間の透過係数を含めた数値実験結果を示す。ただし、特性透過係数は相反性が成立し、また、このスプリッタの場合、両ダクト側からみて対称で両ダクト側からみた特性反射係数も一致するため、それらの一方のみを示した。異なるモード波間では特性反射・透過係数とも極めて小さいが、一方、同一モード波間ではそれらは無視できない大きさをもつ。まず、特性反射係数について、軸方向波間するとき( $\tau_{I(0)|I(0)}$ )は周波数によらず一定で小さいが、クロスモード波間するとき( $\tau_{I(1)|I(1)}$ )は表面インピーダンスが $\cos\theta$  ( $\theta$ は軸方向にたいする入射角)に逆比例するため

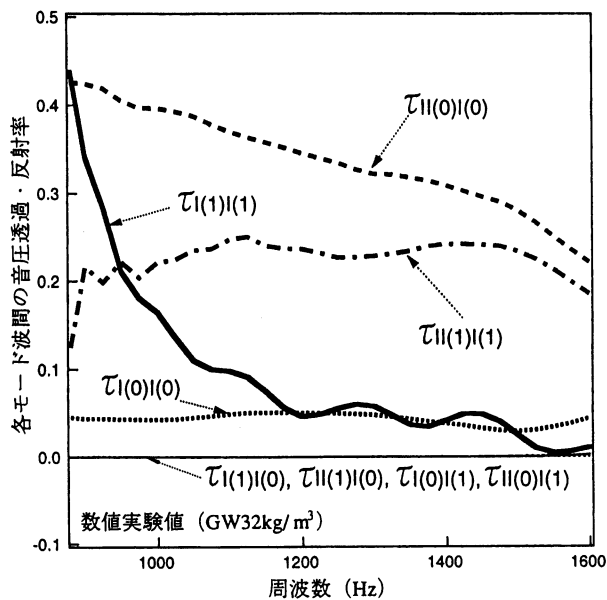


図4. 数値実験による各モード波間の特性透過率

周波数に大きく依存し、クロスモード波のCut-off周波数付近では0.5程度になる。また、特性透過係数について、軸方向波間するとき( $\tau_{I(0)|I(0)}$ )は0.4~0.2(透過損失8~14dB)程度であるが、これに比較してクロスモード波間するとき( $\tau_{I(0)|I(1)}$ )でも0.2(透過損失14dB)程度と無視できない大きさをもつ、などの知見が得られる。

## 6. 終わりに

クロスモード波成分を含む波動計算のための音響要素の固有特性観測手法、その音響伝搬計算への適用手法を示し、数値実験および物理実験によりその原理面の有効性を確認した。また、吸音スプリッタ型ダクトサイレンサでも高次モード波の反射・透過は0次モード波のそれと比較して無視できないことなどの知見を得た。

## 参考文献

- [1] 寺尾, 関根, 騒音制御工学会講論集, 1995.
- [2] 寺尾, 関根, 境界要素法研究会論文集, 1987.
- [3] A. J. King, JASA, p505, 1958.