

C-2-73 方形導波管誘導性窓付空洞共振器の固有モードの計算 —モード対応等価回路に基づいて—

Calculation of Eigenmodes for Rectangular-Waveguide Cavity with Inductive-Window based on Equivalent Network consist of Multi-Transmission Line and Multiport Ideal Transform

山形 聡 平岡 隆晴 許 瑞邦
Satoshi Yamagata Takaharu Hiraoka Hsu, Jui-pang
神奈川大学 工学部 電気電子情報工学科

Department of Electrical, Electronics and Information Engineering, Kanagawa University

1. はじめに 図1(a)に示す誘導性窓を持った方形導波管単一空洞共振器のフォスタ型等価回路を求めるために、対応した回路で開口部が磁気壁となる固有モード（固有値と固有関数）を図1(b)に示すモード対応等価回路に基づいて求めた。また、導波路での考慮モード数に対する固有値の収束性について検討した（計算誤差の検討）。

2. 等価回路に基づく計算法 図1(a)に示す方形導波管空洞共振器の等価回路は図1(b)となる^[3]。本等価回路において外部開口を(1,1)(3,2)、内部開口を(1,2)(3,1)とすると、伝送線路理論より外部開口電圧・電流 v^e, i^e と内部開口電圧・電流 v^i, i^i の間に次式が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} \tilde{i}^{11} \\ \tilde{i}^{32} \\ \tilde{i}^{12} \\ \tilde{i}^{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_1^{m(1,1)} & 0 & Y_1^{m(1,2)} & 0 \\ 0 & Y_1^{m(2,2)} & 0 & Y_1^{m(2,1)} \\ Y_1^{m(2,1)} & 0 & Y_1^{m(2,2)} & 0 \\ 0 & Y_1^{m(1,2)} & 0 & Y_1^{m(1,1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^{11} \\ v^{32} \\ v^{12} \\ v^{31} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i^e \\ i^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y^{ee} & Y^{ei} \\ Y^{ie} & Y^{ii} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^e \\ v^i \end{pmatrix} \quad (1)$$

$Y_1^{m(i,j)}$ は m 番目の導波路のモードアドミタンス行列を意味する。

$$Y_1^m = \begin{pmatrix} Y_c^m \coth \gamma^m \ell_m & -Y_c^m \csc h \gamma^m \ell_m \\ -Y_c^m \csc h \gamma^m \ell_m & Y_c^m \coth \gamma^m \ell_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y^{m(1,1)} & Y^{m(1,2)} \\ Y^{m(2,1)} & Y^{m(2,2)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

内部開口に関しては理想変圧器を介して導波路2と接続されているので、内部開口から導波路2を見たアドミタンスは式(3)となる。

$$i^i = -2Y_i v^i \quad \text{但し} \quad 2Y_i = nY_2^i n^i, \quad n = \begin{pmatrix} n^{12} & 0 \\ 0 & n^{32} \end{pmatrix} \quad (3)$$

従って、外部実効モードアドミタンス行列 Y_{eff}^{ee} は次式となる。

$$i^e = Y_{eff}^{ee} v^e \quad \text{但し} \quad Y_{eff}^{ee} = Y^{ee} - Y^{ei} (Y^{ii} + 2Y_i)^{-1} Y^{ie} \quad (4)$$

ところで、開口部は開放境界となっているので、式(5)の固有値方程式が得られ、この固有値方程式の \det より共振器の共振周波数が、固有ベクトルより対応モードの電磁界分布が求まる。

$$i^e = Y_{eff}^{ee} v^e = 0 \Rightarrow \det(Y_{eff}^{ee}) = 0 \quad (5)$$

3. 固有モードの電磁界分布の計算 式(5)より求めた固有ベクトル（外部開口モード電圧）及び図1(b)の等価回路を用いて y 方向の電圧分布が容易に計算できるので、共振器内の固有モードの電磁界分布は式(6)より求めることができる（ i : 領域、 p : モード次数）。

$$\tilde{V}^i(x^i, y^i) = \sum_{p=1}^{\infty} V_p^i(y^i) S_p(x^i), \quad S_p(x^i) = \sqrt{2} \sin \frac{p\pi x^i}{W^i} \quad (6)$$

ここでは、方形導波管空洞共振器の構造の対称性を利用して半構造で解析した（領域2の破線で示す対称面を磁気壁、電気壁とした）。

4. 計算結果（共振周波数と固有モード） 図1に示す寸法^[2]に対して固有モードを計算した。表1に各考慮モード数に対する固有値の収束性を示す。本結果より考慮モード数が増加するにつれて固有値がほぼ収束していることが確認できる。また、考慮モード数50における低次固有モードの各電磁界分布を図2に示す。

5. むすび・今後 方形導波管単一空洞共振器の固有モードをモード対応等価回路に基づいて計算した。固有値の考慮モード数に対する収束性を確認した。また、固有モードの電磁界分布も計算することができた。今後、単一共振器のフォスタ型等価回路を求めるとともに多段空洞共振器の場合についても計算する予定である。

参考文献 [1]許他：MW99-161、[2]飯田他：1996 電通学総合 C-158、[3]山形他：2001 電通学ソサイエティ大会 C-2-68

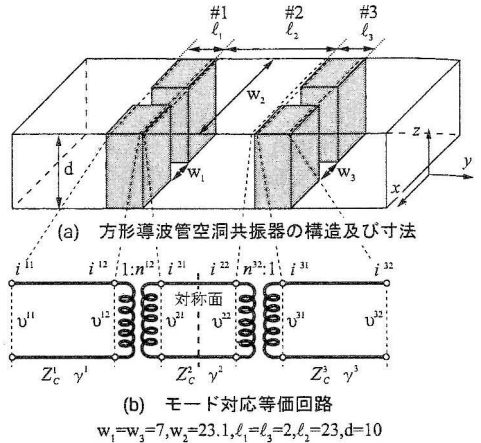


図1 方形導波管空洞共振器の構造・寸法(mm)とモード対応等価回路

磁気壁		
考慮モード数	固有値 [GHz]	
	1	2
10	8.85071	18.23590
20	8.86513	18.32847
30	8.86235	18.31901
50	8.86332	18.32620
100	8.86392	18.33025
200	8.86377	18.32975
電気壁		
考慮モード数	固有値 [GHz]	
	1	2
10	13.51617	18.34996
20	13.56088	18.33972
30	13.55372	18.34084
50	13.55690	18.33999
100	13.55879	18.33951
200	13.55841	18.33949

表1 固有値のモード収束性

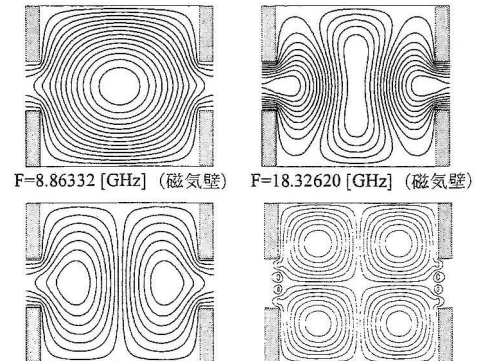


図2 電磁界分布（領域2の考慮モード数：50）