

# 3次元光導波路不連続部の等価回路による解析 — 断面電磁界分布の連続性の検討 —

二瓶 善英 堤 博久 平岡 隆晴 許 瑞邦

神奈川大学 工学部 電気電子情報工学科

〒221-8686 横浜市神奈川区六角橋 3-27-1

TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915 E-mail : sanpe-@kyolab2.ee.kanagawa-u.ac.jp

## Analysis of discontinuity for 3 dimension optical waveguide based on equivalent network

-Discussion on continuity of electromagnetic field distribution at discontinuity-

Yoshihide Nihei Hirohisa Tsutsumi Takaharu Hiraoka Hsu, Jui-Pang

Department of Electrical, Electronics and Information Engineering, Kanagawa University

3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221-8686 Japan

TEL : +81-45(481)5661 FAX : +81-45(491)7915 E-mail : sanpe-@kyolab2.ee.kanagawa-u.ac.jp

### 1. はじめに

光通信では光ファイバと光集積回路は重要な要素である。特に光集積回路を設計する上で受動回路部分の電磁界理論のといった合理的な解析設計理論の構築は、大変有意義である。

本研究では、マイクロ波平面回路の概念を光周波数に拡張して光平面回路の平面回路方程式を応用し、導波路幅の違う3次元光導波路不連続構造について動作解析を行う。具体的には、

1. 光平面回路方程式より導出された横方向等価回路による3次元光導波路固有モード解析
2. 固有伝送モードにより定義された進行方向多線条伝送線路および不連続部での多開口理想変圧器に基づく進行方向等価回路の導出

### 3. 本等価回路に基づく動作解析と解析結果の検討

(1) 透過・反射電力および放射電力の収束性

(2) 考慮モード数の増加による電磁界分布の連続性

また、本研究での解析構造は、基板層 ( $\text{MgF}_2$ :  $N_1=1.38$ )、導波路層 ( $\text{PMMA}$ :  $N_2=1.49$ )、空気層 ( $\text{Air}$ :  $N_3=1.0$ ) の3層で構成される強い閉じ込め構造 (図1) で、横方向においては導波路中心に対称の回路を考え、対称面 (電気壁・磁気壁) を仮定することにより、対称型導波路構造の解析を行う。また、連続スペクトルの離散化を計るために上下、左右に金属壁を設置した構造となっている。不連続構造の解析については、一様導波路の解析結果を利用し、入力幅 (#A)  $2.0\mu\text{m}$  で固定、出力幅 (#B) を変化させて解析を行っていく (図2)。

### 2. 一様3次元光導波路の解析

#### 2.1 変数分離形の導出

マクスウェルの方程式は (1) 式のと与えられる。(1) 式に変数分離法を適用することにより、マクスウェルの方程式は TE(H)、TE(M) モード各々の横方向関数である面関数  $(x,y)$  と高さ関数  $(z)$  に分離して考えることができる。

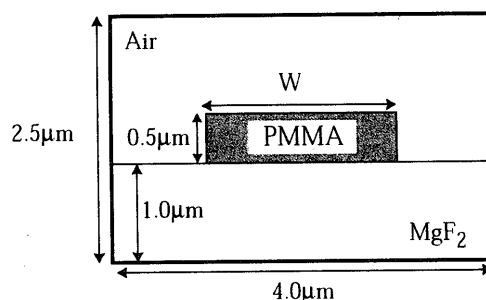


図1 3次元光導波路断面図

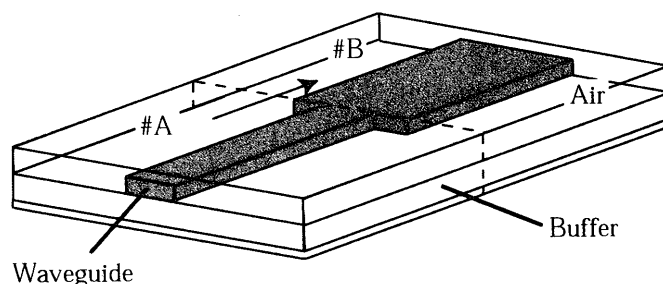


図2 3次元光導波路不連続構造

$$\text{rot} \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad \text{rot} \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (1)$$

ここで、TE(H)モードにおける変数分離表現は表1 (1) 式で表され、この変数分離法を (1) 式のマクスウェルの方程式に適用することにより面関数  $(x,y)$  は表1 (2) 式のように求まり、高さ関数  $(z)$  は表1 (3) 式のように求まる。同様に、TM(E)モードにおける変数分離表現は表1 (1)' 式で表され、(1) 式に適用すると面関数  $(x,y)$  は表1 (2)' 式のように求まり、高さ関数  $(z)$  も表1 (3)' 式のように求まる。

## 2. 2 スラブ構造の解析方法

スラブ方向は図3に示すような等価回路で表すことができ、構造別に別々に取り扱う。ここで、等価回路はF行列を使って(2)式で表せる。

$$\begin{pmatrix} V_m^{j-1} \\ I_m^{j-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_j & B_j \\ C_j & D_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_m^j \\ I_m^j \end{pmatrix} \quad j=1,2,\dots,n \quad (2)$$

(2)式にTE・TMの境界条件を適応し、以下のように導出する。

$$\text{TE:} \begin{pmatrix} 0 \\ I_0^H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ I_3^H \end{pmatrix} \quad C=0 \quad (3)$$

$$\text{TM:} \begin{pmatrix} V_0^E \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_3^E \\ 0 \end{pmatrix} \quad B=0 \quad (4)$$

(3)(4)式を満たす値が、スラブ形構造の固有値  $n_e$  となる。高さ構造での高さ関数 fgh は TE(H) モードでは表1(3)式、TM(E)モードでは表1(3)'式で表される。

高さ方向の境界条件を満足させたとき、次に示す正規直交性が存在する。

$$\frac{1}{d} \int_0^d g_m^H(z) \cdot f_p^H(z) dz = \frac{1}{d} \int_0^d g_m^E(z) \cdot f_p^E(z) dz = \delta_{m,p} \quad (5)$$

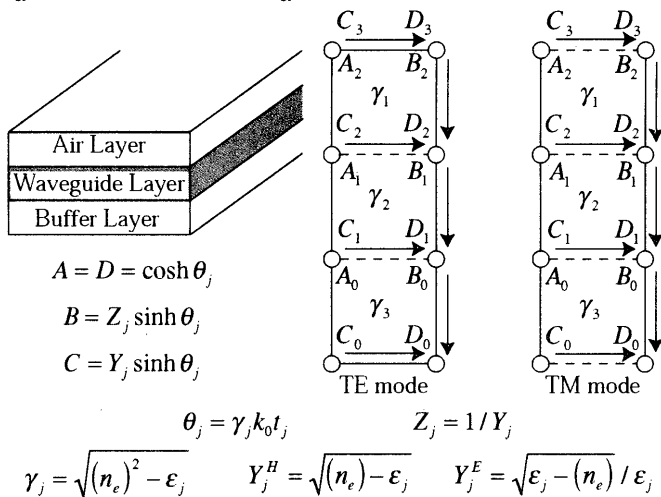


図3 スラブ構造と等価回路

$$\delta_{m,p} = 1 \quad (p \neq m) \quad (6)$$

$$\delta_{m,p} = 0 \quad (p = m) \quad (7)$$

## 2. 3 横方向閉じこめ構造の解析方法

スラブ構造の解析をすると共に横方向閉じこめ構造の解析を行う。構造図と等価回路は図4に示す。等価回路の伝送線路は、表1(2)式と表1(2)'式の面関数と電圧・電流、磁圧・磁流間不連続部でのTE-TM変換に関する実効的壁モードアドミタンスを仮定し、不連続部から導波路内部に対してみたアドミタンスを仮定した。この2つの不連続部において一致することから(8)式を表すことができる。

$$(\bar{Y}_{eff} + \bar{Y}_{in})\mathbf{V} = 0 \quad (8)$$

$$\det|\bar{Y}_{eff} + \bar{Y}_{in}| = 0 \quad (\mathbf{V} \neq 0 \text{ より}) \quad (9)$$

(9)式は、横方向等価回路の共振条件を示しており、行列は、進行方向伝搬定数  $\beta_{m//}$  を関数で表すことができる。この伝搬定数より横方向のモード電圧・電流が導出され、表2のように導波路断面の各領域の電磁界成分の導出を行える。

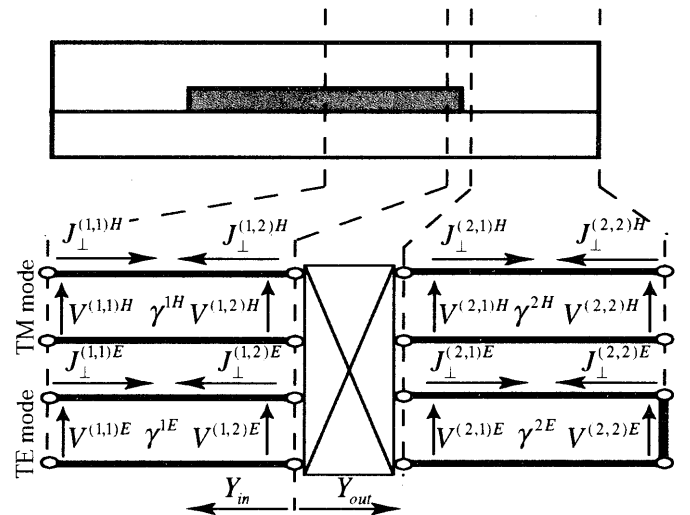


図4 断面構造と横方向等価回路

表1 変数分離法を用いた面関数(x,y)と高さ関数(z)

	変数分離法	面関数(x,y)	高さ関数(z)
TE mode	$\begin{cases} E_t(x,y,z) = E_t^H(x,y)f_m^H(z) \\ H_z(x,y,z) = H_z^H(x,y)g_m^H(z) \\ H_t(x,y,z) = H_t^H(x,y)h_m^H(z) \end{cases} \quad (1)$	$\begin{cases} \nabla_t \cdot [\mathbf{k} \times \mathbf{E}_t^H(x,y)] = j\omega\mu H_z^H(x,y) \\ \mathbf{H}_t^H(x,y) = -\frac{1}{j\eta_0} \{\mathbf{k} \times \mathbf{E}_t^H(x,y)\} \\ \nabla_t \cdot \mathbf{H}_t^H(x,y) = \frac{\beta_t^2}{j\omega\mu} \{\mathbf{k} \times \mathbf{E}_t^H(x,y)\} \end{cases} \quad (2)$	$\begin{cases} g^H(z) = f^H(z) \\ \frac{df^H(z)}{dz} = k_0 \cdot h^H(z) \\ \frac{dh^H(z)}{dz} = -\frac{k_0^2 \epsilon_s(z) - \beta_t^2}{k_0} f^H(z) \end{cases} \quad (3)$
TM mode	$\begin{cases} H_t(x,y,z) = H_t^E(x,y)f_n^E(z) \\ E_z(x,y,z) = E_z^E(x,y)g_n^E(z) \\ E_t(x,y,z) = E_t^E(x,y)h_n^E(z) \end{cases} \quad (1')$	$\begin{cases} \nabla_t \cdot \mathbf{E}_t^E(x,y) = -\frac{\beta_t^2}{j\omega\epsilon_0} H_t^E(x,y) \times \mathbf{k} \\ \nabla_t \cdot [\mathbf{H}_t^E(x,y) \times \mathbf{k}] = j\omega\epsilon_0 E_z^E(x,y) \\ E_t^E(x,y) = j\eta_0 \{\mathbf{H}_t^E(x,y) \times \mathbf{k}\} \end{cases} \quad (2')$	$\begin{cases} g^E(z) = \frac{1}{\epsilon_s(z)} f^E(z) \\ \frac{df^E(z)}{dz} = k_0 \cdot \epsilon_s(z) \cdot h^E(z) \\ \frac{dh^E(z)}{dz} = -\frac{k_0^2 \epsilon_s(z) - \beta_t^2}{k_0 \cdot \epsilon_s(z)} f^E(z) \end{cases} \quad (3')$

表2 各領域の電磁界成分

E 成分	H 成分
$E_x^k(z, x) = \sum_m J_{m//}^{kH}(x) f_m^{kH}(z) + j\eta_0 \sum_n J_{n\perp}^{kE}(x) h_n^{kE}(z) \quad (1)$	$H_x^k(z, x) = -\sum_m J_{n//}^{kE}(x) f_n^{kE}(z) + -\frac{1}{j\eta_0} \sum_m J_{m\perp}^{kH}(x) h_m^{kH}(z) \quad (4)$
$E_y^k(z, x) = -\sum_m J_{m\perp}^{kH}(x) f_m^{kH}(z) + j\eta_0 \sum_n J_{n//}^{kE}(x) h_n^{kE}(z) \quad (2)$	$H_y^k(z, x) = \sum_n J_{n\perp}^{kE}(x) f_n^{kE}(z) - \frac{1}{j\eta_0} \sum_m J_{m//}^{kH}(x) h_m^{kH}(z) \quad (5)$
$E_z^k(z, x) = -\sum_n \frac{V_n^{kE}(x)}{d} g_n^{kE}(z) \quad (3)$	$H_z^k(z, x) = -\sum_m \frac{V_m^{kH}(x)}{d} g_m^{kH}(z) \quad (6)$

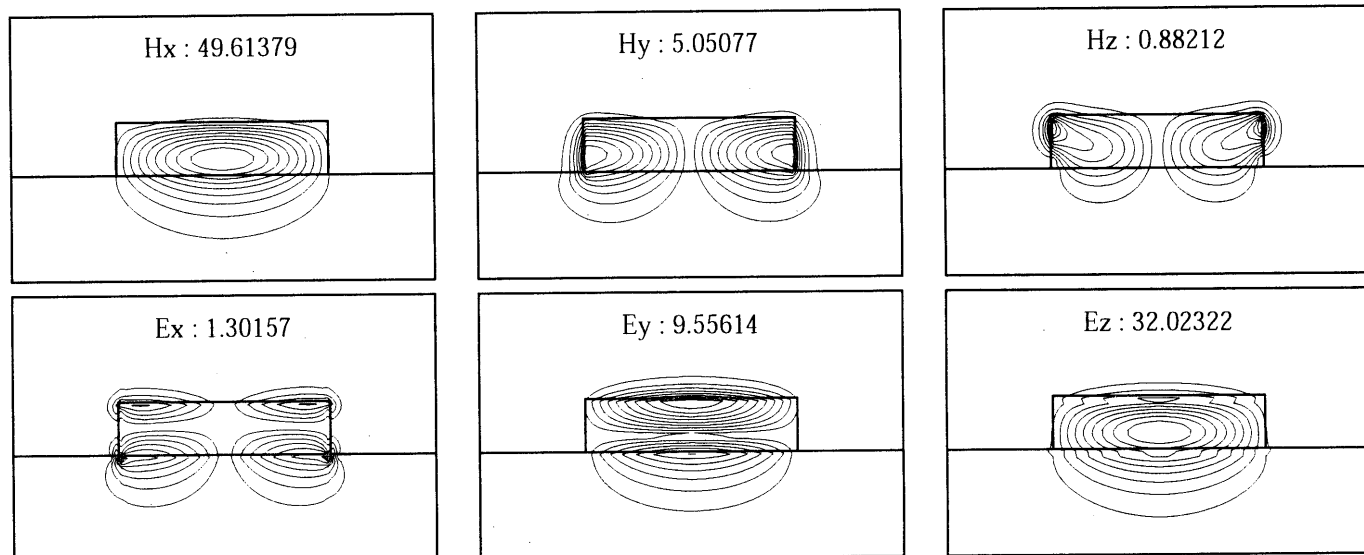
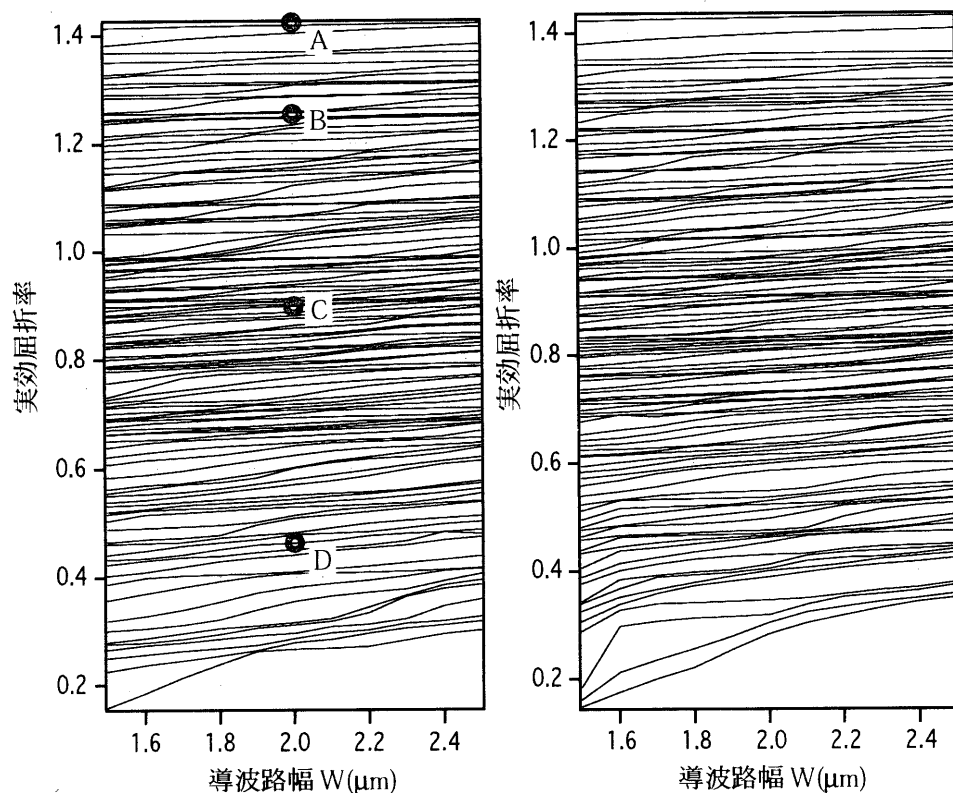


図5 単一導波路の電磁界分布 モード1 番目 (A)



中心対称面：磁気壁

中心対称面：電気壁

図6 3次元光導波路実効屈折率の導波路幅特性

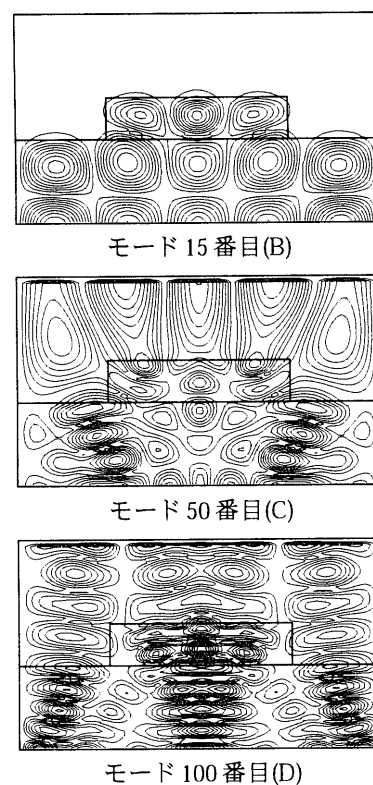


図7 代表的な固有伝送モード分布 (Hx成分)

ここで、3次元光導波路の伝搬定数及び、電磁界分布を伝送線路幅 $W$ の関数として、TE-likeモード励振、TM-likeモード励振の場合の全ての伝搬モードを計算した。計算結果は図6にそれぞれ示す。TM-likeモード励振での導波路幅を $2\mu\text{m}$ としたときのドミナントモードの固有伝送モードを図5に示し、高次モードの固有伝送モード(Hx成分のみ)の計算例を図7に示す。この結果を用いて不連続構造の解析を行う。

### 3. 不連続構造の解析

ここからは、進行方向不連続構造について解析を行う。本研究では、TE-likeモード、TM-likeモードで励振しているの、中心対称面をそれぞれ電気壁、磁気壁として解析を行う。構造と等価回路については図8に示す。#A、#Bについては、単一導波路の解析結果を利用し解析を行っていく。

#### 3.1 等価回路の導出

図8でモード電圧・モード電流分布 $V_m(y)$ 、 $I_m(y)$ が得られ、このモードの電磁界成分は(10)式となる。但し、 $\mathbf{h}_m$ 、 $\mathbf{h}_{ym}$ 、 $\mathbf{e}_m$ 、 $\mathbf{e}_{ym}$ は固有伝送モードの電磁界成分である。

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{tm}(x, y, z) &= I_m(y) \mathbf{h}_{tm} & H_{ym}(x, y, z) &= V_m(y) h_{ym} \\ \mathbf{E}_{tm}(x, y, z) &= V_m(y) \mathbf{e}_{tm} & E_{ym}(x, y, z) &= I_m(y) e_{ym} \end{aligned} \quad (10)$$

図8の不連続境界面( $y=0$ )で電磁界の接線成分が連続にならないので、(11)式が与えられる。

$$\begin{aligned} \sum_m I_m^A h_{tm}^A(y=0) &= \sum_n I_n^B h_{tn}^B(y=0) \\ \sum_m V_m^A e_{tm}^A(y=0) &= \sum_n V_n^B e_{tn}^B(y=0) \end{aligned} \quad (11)$$

モードの直交性を用いると、モード電圧・モード電流結合方程式(12)(13)式が得られる。

$$\begin{cases} V_m^A(y=0) = \sum_n F_{nm}^{BA} V_n^B(y=0) \\ I_n^B(y=0) = \sum_m F_{nm}^{BA} I_m^A(y=0) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} V_n^B(y=0) = \sum_m F_{mn}^{AB} V_m^A(y=0) \\ I_m^A(y=0) = \sum_n F_{mn}^{AB} I_n^B(y=0) \end{cases} \quad (13)$$

#Aから#Bへの結合の強さ $F_{nm}^{AB}$ を(14)式、#Bから#Aへの結合の強さ $F_{nm}^{BA}$ を(15)式に示す。 $F_{nm}^{BA}$ の結合係数を用いると、3次元光導波路は、モード対応等価多線条伝送線路と多開口理想変圧器を用いた等価回路で表すことができる(図8)。

$$F_{mn}^{AB} = \iint_S (\mathbf{e}_{tm}^A \times \mathbf{h}_{tn}^B) \cdot \mathbf{j} dS \quad (14)$$

$$F_{nm}^{BA} = \iint_S (\mathbf{e}_{tn}^B \times \mathbf{h}_{tm}^A) \cdot \mathbf{j} dS \quad (15)$$

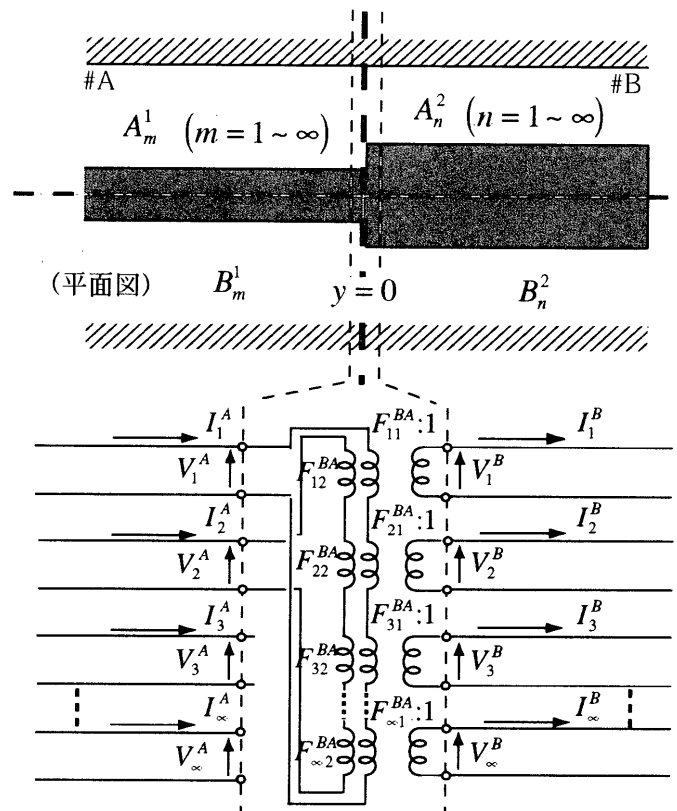


図8 進行方向不連続部の等価回路

#### 3.2 3次元光導波路不連続部での結合方程式

それぞれの結合係数が正しければ考慮モード数を増加することにより、単位行列に近づいていくことが(16)式より得られる。 $\mathbf{F}^{BA} \cdot \mathbf{F}^{AB}$ の計算結果を表3に示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^A &= (\mathbf{F}^{BA})^T \mathbf{V}^B = (\mathbf{F}^{BA})^T (\mathbf{F}^{AB})^T \mathbf{V}^A = (\mathbf{F}^{BA} \mathbf{F}^{AB})^T \mathbf{V}^A \\ \therefore \mathbf{F}^{BA} \mathbf{F}^{AB} &= \mathbf{E} \end{aligned} \quad (16)$$

表3  $\mathbf{F}^{BA} \cdot \mathbf{F}^{AB}$ の考慮モード数増加による収束性

考慮モード数 10						
m	n	1	2	3	4	5
1	1	0.99751127	8.17E-05	-7.52E-03	-4.53E-03	1.71E-03
2	2	5.58E-05	0.99230361	2.17E-04	1.01E-04	-5.00E-04
3	3	-7.31E-03	3.30E-04	0.97752959	-1.34E-02	5.05E-03
4	4	-4.36E-03	1.52E-04	-1.33E-02	0.99194807	3.08E-03
5	5	1.62E-03	-5.11E-04	4.91E-03	3.02E-03	0.99876779

考慮モード数 50						
m	n	1	2	3	4	5
1	1	0.99940395	4.78E-05	-1.53E-03	-9.39E-04	3.55E-04
2	2	2.45E-05	0.99820387	1.28E-04	5.37E-06	-5.37E-05
3	3	-1.51E-03	1.96E-04	0.99610621	-2.37E-03	8.86E-04
4	4	-8.96E-04	2.97E-05	-2.29E-03	0.99857575	5.47E-04
5	5	3.20E-04	-6.13E-05	8.08E-04	5.18E-04	0.9997884

考慮モード数 100						
m	n	1	2	3	4	5
1	1	0.99976701	4.75E-05	-5.74E-04	-3.61E-04	1.42E-04
2	2	5.00E-05	0.99989843	1.64E-04	5.05E-05	1.85E-05
3	3	-5.74E-04	1.63E-04	0.99857569	-8.84E-04	3.43E-04
4	4	-3.41E-04	3.73E-05	-8.34E-04	0.99946606	2.13E-04
5	5	1.24E-04	2.02E-05	2.97E-04	1.97E-04	0.99992037

#### 4. 散乱行列について

入射・反射波で電圧・電流を表すと、

$$\mathbf{v}^A = \mathbf{A}^A + \mathbf{B}^A \quad \mathbf{i}^A = \mathbf{Y}_c^A (\mathbf{A}^A - \mathbf{B}^A) = \mathbf{A}^A - \mathbf{B}^A \quad (17)$$

$$\mathbf{v}^B = \mathbf{A}^B + \mathbf{B}^B \quad \mathbf{i}^B = \mathbf{Y}_c^B (\mathbf{A}^B - \mathbf{B}^B) = \mathbf{A}^B - \mathbf{B}^B$$

(17) 式を電圧・電流式に代入すると、

$$\begin{cases} \mathbf{A}^A + \mathbf{B}^A = (\mathbf{F}^{BA})^t (\mathbf{A}^B + \mathbf{B}^B) \\ \mathbf{B}^B - \mathbf{A}^B = \mathbf{F}^{BA} (\mathbf{A}^A - \mathbf{B}^A) \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}^A \\ \mathbf{B}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_p^{AA} & \mathbf{S}_p^{AB} \\ \mathbf{S}_p^{BA} & \mathbf{S}_p^{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^A \\ \mathbf{A}^B \end{pmatrix}$$

となり、式中の振幅は、以下ようになる。

$$\begin{cases} \mathbf{S}_p^{AA} = (\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{I})^{-1} (\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{I}) \\ \mathbf{S}_p^{AB} = 2(\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{F}^{BA})^t = (\mathbf{F}^{BA})^t (\mathbf{I} + \mathbf{S}_p^{BB}) \\ \mathbf{S}_p^{BA} = (\bar{\mathbf{y}} + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{F}^{BA} = \mathbf{F}^{BA} (\mathbf{I} + \mathbf{S}_p^{AA}) \\ \mathbf{S}_p^{BB} = -(\bar{\mathbf{y}} + \mathbf{I})^{-1} (\bar{\mathbf{y}} - \mathbf{I}) \\ \bar{\mathbf{z}} = (\mathbf{F}^{BA})^t \mathbf{F}^{BA} \quad \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{F}^{BA} (\mathbf{F}^{BA})^t \end{cases} \quad (19)$$

(19) 式の  $\mathbf{S}_p^{AA}$ 、 $\mathbf{S}_p^{AB}$  はそれぞれ #A から入射時の反射振幅、透過振幅、 $\mathbf{S}_p^{BA}$ 、 $\mathbf{S}_p^{BB}$  はそれぞれ #B から入射時の透過振幅、反射振幅であり、これらを2乗することによりそれぞれの電力を求めることができる。また、考慮モード数の導波路、基板、空気モードの区別により導波路内、基板内の透過・反射の判別をする。放射電力については、以下の式で求められる。

$$\begin{aligned} \text{放射電力} = & 1 - \{ (\text{導波路透過電力}) + (\text{導波路反射電力}) \\ & + (\text{基板透過電力}) + (\text{基板透過電力}) \} \end{aligned}$$

#### 5. 不連続断面電磁界分布の連続性について

#A を  $2\mu\text{m}$ 、#B を  $2.2\mu\text{m}$  としたとき、TM-like 基本モードを入射したときの不連続断面電磁界分布 ( $y=0$ ) の収束性を図10～図12に示す。主要なモードにおいて考慮モード数を10、50、100と増加すると接線成分の連続性を確認することができる。

#### 6. むすび

3次元光導波路不連続問題について等価回路の等価回路定数を計算することによる導波路の動作について検討を行い、等価回路よりモード透過・反射振幅を計算した。モードの総和に基づく電磁界成分を考慮モード数をパラメータとして計算し、不連続部前後での電磁界接線成分の連続性を検討し、主要モードにおいては収束することが確認できたが、Hz、Ex成分においては確認できなかった。

今後は、今回収束性が確認できなかった電磁界接線成分の改善と、#A、#Bを等幅でオフセットにした構造など、他の構造への適用を検討していく。

#### 参考文献

- [1] 許、穴田 「表面波の不連続部での結合方程式」 信学技報[マイクロ波] MW81-110
- [2] 許、穴田 「光平面回路の回路論的取り扱い」 信学技報[光・量子エレクトロニクス] OQC87-173
- [3] 遠州、藤田、穴田、許 「3次元光導波路不連続部の電磁界解析」 OQE 91-162
- [4] 関根、藤田、穴田、許 「3次元光導波路不連続部の電磁界解析 (第2報)」 OQE 93-140
- [5] 堤、辻、平岡、許 「3次元光導波路不連続部の等価回路による解析」 C-1-11 (2002年 電子情報通信学会総大会)

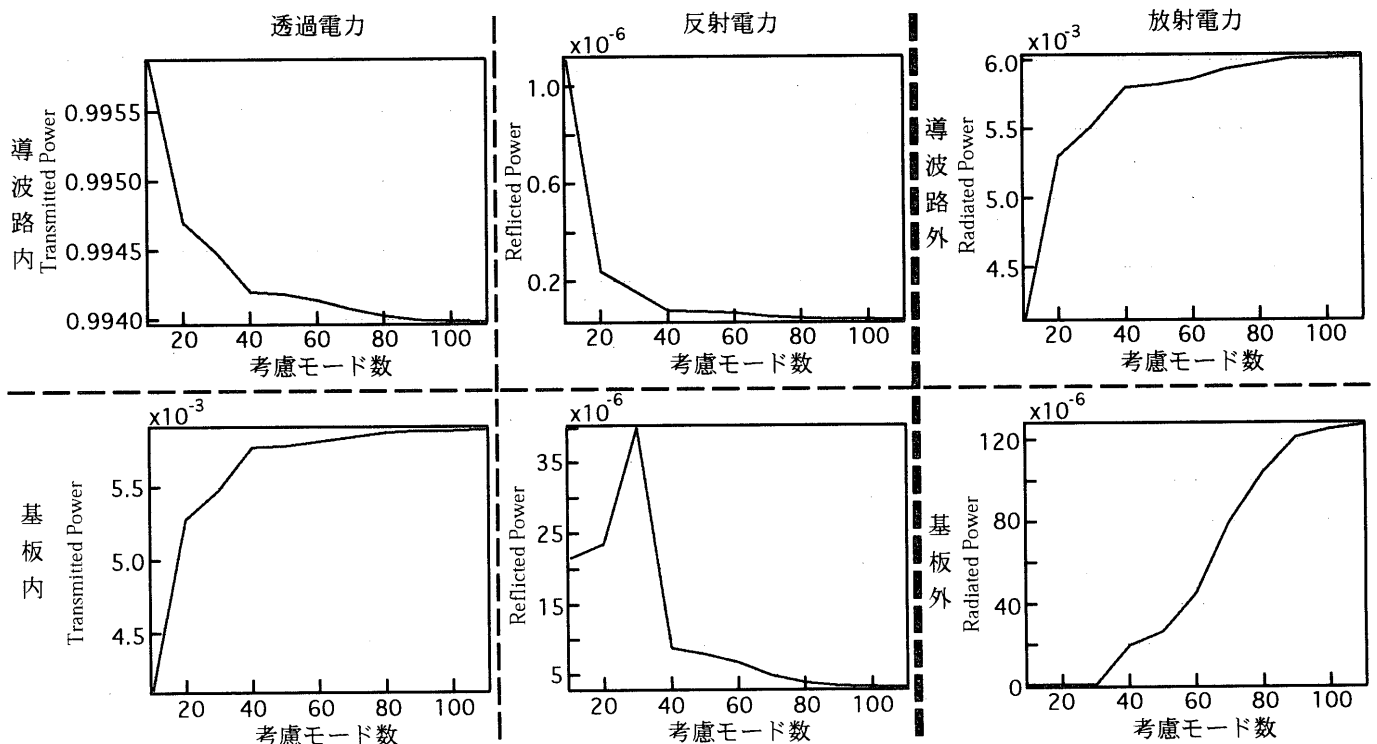


図9 #A = 2  $\mu\text{m}$ 、#B = 2.2  $\mu\text{m}$  の透過・反射・放射電力

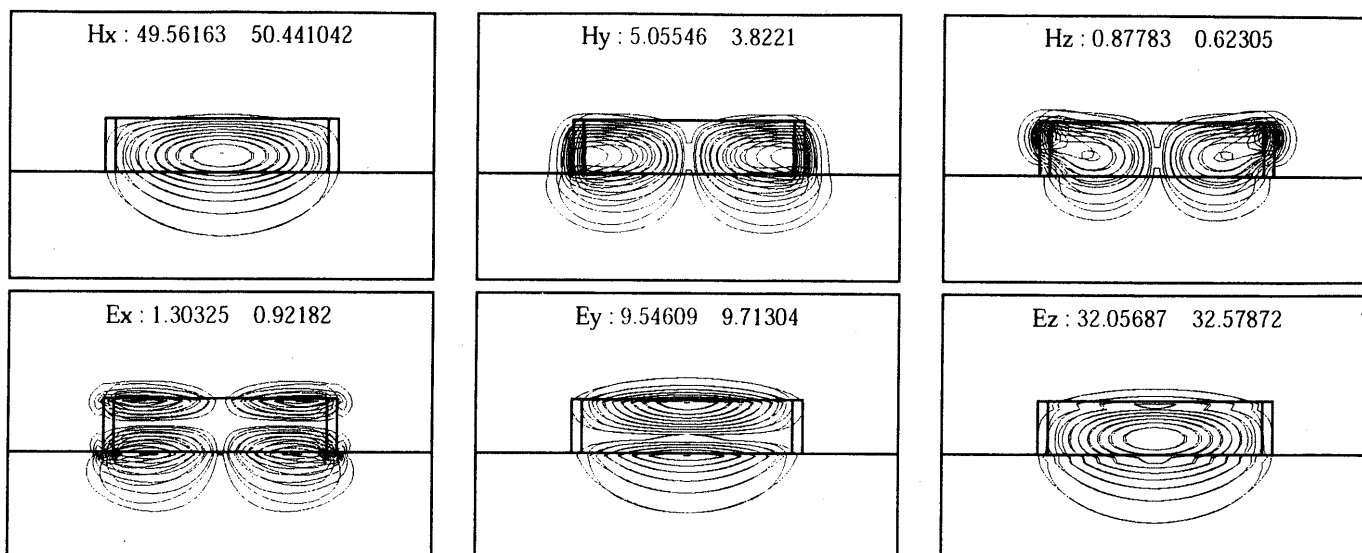


図 1 0 不連続断面電磁界分布 考慮モード数 1 0 個 赤線: #A - 青線: #B

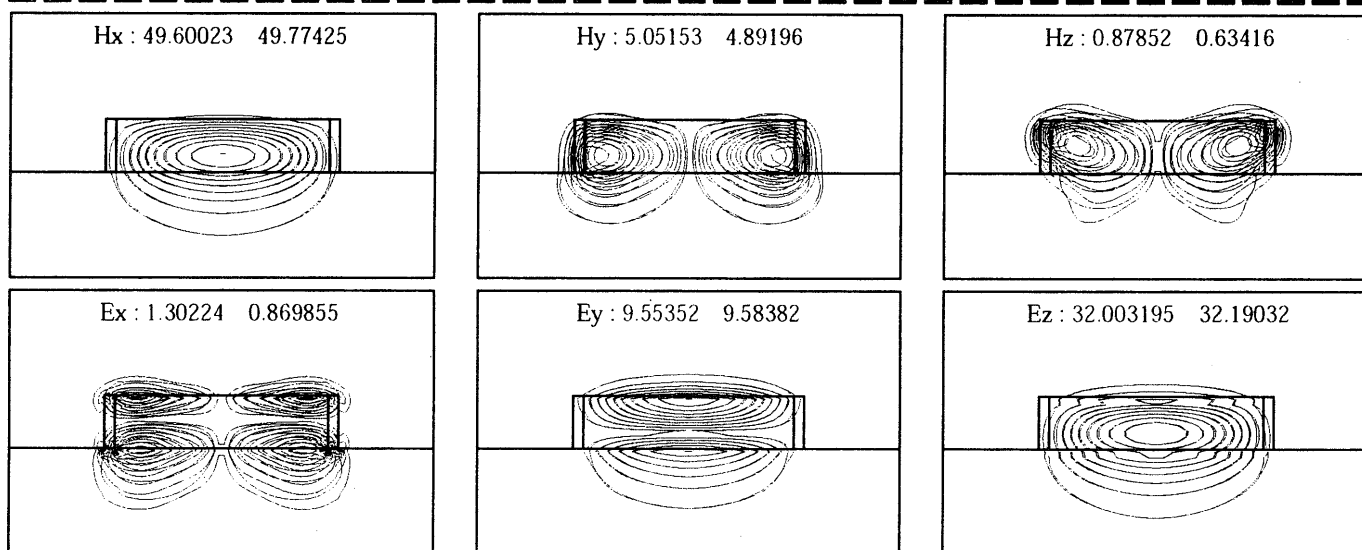


図 1 1 不連続断面電磁界分布 考慮モード数 5 0 個 赤線: #A - 青線: #B

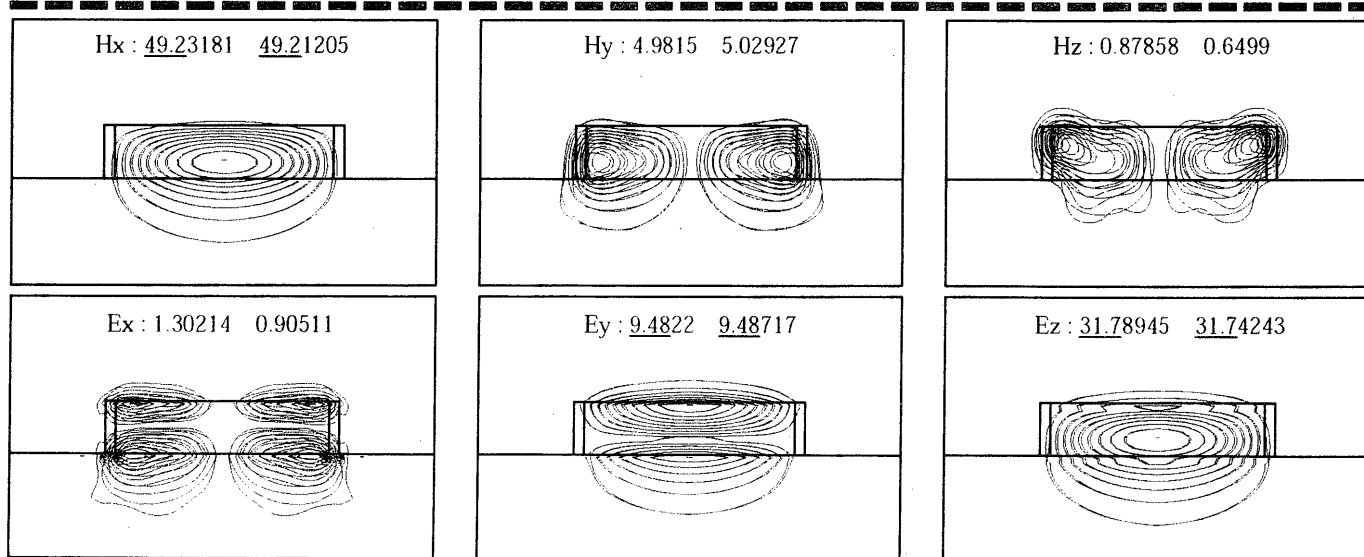


図 1 2 不連続断面電磁界分布 考慮モード数 1 0 0 個 赤線: #A - 青線: #B