

ストリップ線回路の モードインピーダンスによる解析 —高次モードを考慮して—

谷 浩一郎 平岡 隆晴 許 瑞邦

神奈川大学 工学部 電気工学科

〒221 神奈川県横浜市神奈川区六角橋3丁目27番1号

電話番号045-481-5661

あらまし 従来、マイクロ波帯での各種ストリップ線回路は伝送線路理論を用いて解析・合成されてきた。しかし、実際のストリップ線回路は2次元的に広がった回路となり、1次元伝送線路としてよりも2次元的に広がりを持つ平面回路として取り扱う方が合理的である。この平面回路を回路論的に解析するために、平面回路を伝送線路部及び接合回路部に分割し、各部での高次モードを含んだモードインピーダンスを定義し、これに基づいて回路方程式を構成し、この方程式を解くことにより原理的に入出力特性を計算することができる。ここでは一般論を述べた後で、1段スタブ形フィルタ回路及び2分岐ハイブリッド回路に本解析法を適用し、適応可能性を確認した上でモード数による収束性を検討した。

キーワード 伝送線路部・接合部, 平面回路, モードインピーダンス (外部), 基本モード実効インピーダンス

Analysis of strip-line circuit based on mode impedance including higher mode impedance

Koichiro Tani Takaharu Hiraoka Hsu Jui-Pang

Faculty of Engineering, KANAGAWA UNIVERSITY

3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221, Japan

TEL.045-481-5661

Abstract So far, various microwave strip-line circuits have been analyzed and synthesized based on transmission line theory. However, practical strip-line circuit can be understood as a two-dimensionally extended circuit. Hence, it is reasonable to treat the strip-line circuit as a two-dimensional planar circuit rather than one-dimensional transmission line circuit. In order to analyze the planar circuit based on the conventional circuit theory, the planar circuit is divided into transmission line part and junction circuit part, and mode impedance including higher modes are defined properly for each part. Then, circuit equations are formulated in terms of mode impedance and then input/output characteristic can be calculated by solving these equations. In this report, firstly general method is described and then is applied to 1-stage stub filter circuit and two-branch line hybrid circuit. Validity of the method is confirmed by these examples and then convergence behavior with mode number is investigated.

key words transmission line/junction, planar circuit, mode impedance(external), dominant mode effective impedance.

1. はじめに 従来、マイクロ波帯での各種ストリップ線回路は伝送線路回路理論を用いて解析・合成されてきた。しかし、実際のストリップ線回路は2次元的に広がった回路となり、特に、動作中心周波数が高くなる場合或は低インピーダンスとなる場合は、1次元伝送線路としてよりも2次元的広がりを持つ平面回路として取り扱う方が合理的である。この平面回路を電磁波回路として合理的に解析するために、平面回路を入出力伝送線路部、内部伝送線路部及び接合回路部に分割し、各部での高次モードを含んだモードインピーダンスを定義し、これに基づいて回路方程式を構成することができる。この方程式を解くことにより原理的に入出力特性・電磁界分布を計算することができる。ここでは、一般論を述べた後で、1段スタブ形フィルタ回路と2分岐ハイブリッド回路に本解析法を適用可能性及びモード数による収束性の問題を検討した。

2. ストリップ線回路のモードインピーダンスによる解析

2.1 モードインピーダンスによる回路方程式の構成
図1に示すようなストリップ線回路で、入出力伝送線路 (A_i)、内部伝送線路 (B_i)、接合回路 (C_i) とし、接合回路に接続されている開口を適当に番号付けする。また i 番目の開口での p 番目のモード電圧、モード電流を V_p^i, I_p^i と定義する。

図2(a)に示す接合回路Cに関するモード電圧、モード電流の関係は、接合回路Cのモードインピーダンスを $Z_{p,q}^C$ とすると(1)式の関係が成り立つ。

$${}^C V_p^i = \sum_{j,q} {}^C Z_{p,q}^{i,j} {}^C I_q^j \quad (1)$$

同様にして他の接合回路に関しても(1)式のような関係式が生じ、このモード電圧、モード電流を外部開口モード電圧 ${}^e V_p^i$ 、モード電流 ${}^e I_p^i$ 、内部開口モード電圧、モード電流 ${}^i V_p^i, {}^i I_p^i$ に整理し適当に並べて、外部開口モード電圧・電流縦行列 $\mathbf{v}^e, \mathbf{i}^e$ 、内部開口モード電圧・電流縦行列 $\mathbf{v}^i, \mathbf{i}^i$ を定義すると(1)式の関係より(2)式の行列方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}^e \\ \mathbf{v}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{ee} & \mathbf{Z}^{ei} \\ \mathbf{Z}^{ie} & \mathbf{Z}^{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^e \\ \mathbf{i}^i \end{bmatrix} \quad (2)$$

また、図2(b)に示す内部伝送線路に関しては、 p 番目のモードのモード特性インピーダンス及び伝搬定数を Z_{cp}^B, γ_p^B とすると(3)式ようになる。

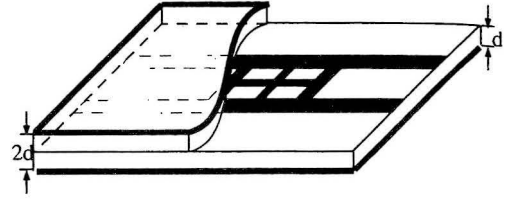


図1 ストリップ線回路

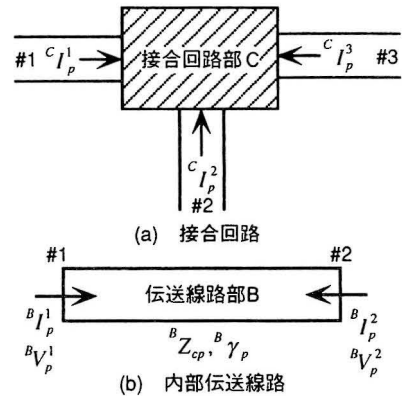


図2 接合部及び内部伝送線路部

$$\begin{bmatrix} {}^B V_p^1 \\ {}^B V_p^2 \end{bmatrix} = {}^B Z_{cp} \begin{bmatrix} \coth {}^B \gamma_p \ell & \operatorname{csch} {}^B \gamma_p \ell \\ \operatorname{csch} {}^B \gamma_p \ell & \coth {}^B \gamma_p \ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B I_p^1 \\ {}^B I_p^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

他の内部伝送線路部に関しても同様の関係が成り立つので、内部開口モード電圧・電流縦行列 $\mathbf{v}^i, \mathbf{i}^i$ に関しては接合部に流れ込む方向を正にとると(4)式の関係が成り立つ。

$$\mathbf{v}^i = \mathbf{Z}^i (-\mathbf{i}^i) = -\mathbf{Z}^i \mathbf{i}^i \quad (4)$$

2.2 外部モードインピーダンスの導出

(2),(4)式より内部ポートの電流は次のように表せる。

$$\begin{aligned} (\mathbf{Z}^{ii} + \mathbf{Z}^i) \mathbf{i}^i &= -\mathbf{Z}^{ie} \mathbf{i}^e \\ \therefore \mathbf{i}^i &= -(\mathbf{Z}^{ii} + \mathbf{Z}^i)^{-1} \mathbf{Z}^{ie} \mathbf{i}^e \end{aligned} \quad (5)$$

よって、(5)式を(2)式に代入することにより外部開口から高次モードを含むモード電流で回路を励振した場合の外部モード電圧が計算できる。

$$\mathbf{v}^e = \left[\mathbf{Z}^{ee} - \mathbf{Z}^{ei} (\mathbf{Z}^{ii} + \mathbf{Z}^i)^{-1} \mathbf{Z}^{ie} \right] \mathbf{i}^e$$

従って、高次モードを含む外部モードインピーダンス行列は(6)式となる。

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{Z}^{ee} - \mathbf{Z}^{ei}(\mathbf{Z}^{ii} + \mathbf{Z}^i)^{-1}\mathbf{Z}^{ie} \quad (6)$$

2.3 基本モード実効インピーダンスの導出

外部開口のモード電圧・電流に関して、更に基本モードの部分($\mathbf{v}_0^e, \mathbf{i}_0^e$)と高次モードの部分($\mathbf{v}_r^e, \mathbf{i}_r^e$)に分けることができる。つまり外部ポートで直接入出力に関係するのは基本モードであり、高次モードは非伝搬で、対応したモード特性インピーダンス Z_{cp}^e で終端されているとして取り扱うことにする。また電流の向きは回路に流れ込む向きを正とする。

$$\mathbf{v}^e = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0^e \\ \mathbf{v}_r^e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{i}^e = \begin{pmatrix} \mathbf{i}_0^e \\ \mathbf{i}_r^e \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_0^e \\ \mathbf{v}_r^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}'_{00} & \mathbf{Z}'_{0r} \\ \mathbf{Z}'_{r0} & \mathbf{Z}'_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_0^e \\ \mathbf{i}_r^e \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{v}_r^e = -\mathbf{Z}_{cr}^e \mathbf{i}_r^e \quad (8)$$

但し、 $\mathbf{Z}_{cr}^e = \text{diag}(Z_{cp}^e)$;並び方は \mathbf{v}_r^e の配列に従う。ところで、2.2の場合と同様にして(7)式と(8)式より、次の計算で外部開口高次モード電流が得られる。

$$\mathbf{v}_r^e = \mathbf{Z}'_{rm} \mathbf{i}_m^e + \mathbf{Z}'_{rr} \mathbf{i}_r^e = -\mathbf{Z}_{cr}^e \mathbf{i}_r^e$$

$$(\mathbf{Z}'_{rr} + \mathbf{Z}_{cr}^e) \mathbf{i}_r^e = -\mathbf{Z}'_{rm} \mathbf{i}_m^e$$

$$\therefore \mathbf{i}_r^e = -(\mathbf{Z}'_{rr} + \mathbf{Z}_{cr}^e)^{-1} \mathbf{Z}'_{rm} \mathbf{i}_m^e$$

よってこの結果を(7)式に代入することにより基本実効モードインピーダンスを得る。

$$\mathbf{v}_m^e = \underbrace{\left[\mathbf{Z}'_{mm} - \mathbf{Z}'_{mr} (\mathbf{Z}'_{rr} + \mathbf{Z}_{cr}^e)^{-1} \mathbf{Z}'_{rm} \right]}_{\mathbf{Z}_{eff}} \mathbf{i}_m^e \quad (9)$$

3. 方形接合回路のモードインピーダンスの定義

ストリップ線回路を解析するに当たり、解析的に取り扱われる接合部分として、今回は方形接合回路(寸法 $a \times b$)を考える。この場合、接合部分のモードインピーダンスは(10)式で与えられ、従ってその等価回路は図3となる。

$$Z_{p,q}^{i,j} = \frac{1}{jC_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{\ell,m}^2} n_{(\ell,m),p}^i n_{(\ell,m),q}^j \quad (10)$$

但し

$$\epsilon_{\ell} \omega_{\ell,m}^2 = \left(\frac{\ell\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2, C_0 = \epsilon \frac{ab}{d}$$

$$n_{(\ell,m),p}^i = \frac{1}{W^{(i)}} \int_0^{W^{(i)}} \varphi_{\ell,m}(x,y) f_p^{(i)}(s) ds$$

$$\begin{cases} \varphi_{\ell,m}(x,y) = \sqrt{\epsilon_{\ell}} \cos \frac{\ell\pi x}{a} \sqrt{\epsilon_m} \cos \frac{m\pi y}{b} \\ f_p^{(i)}(s) = \sqrt{\epsilon_p} \cos \frac{p\pi s}{W^{(i)}} \end{cases}$$

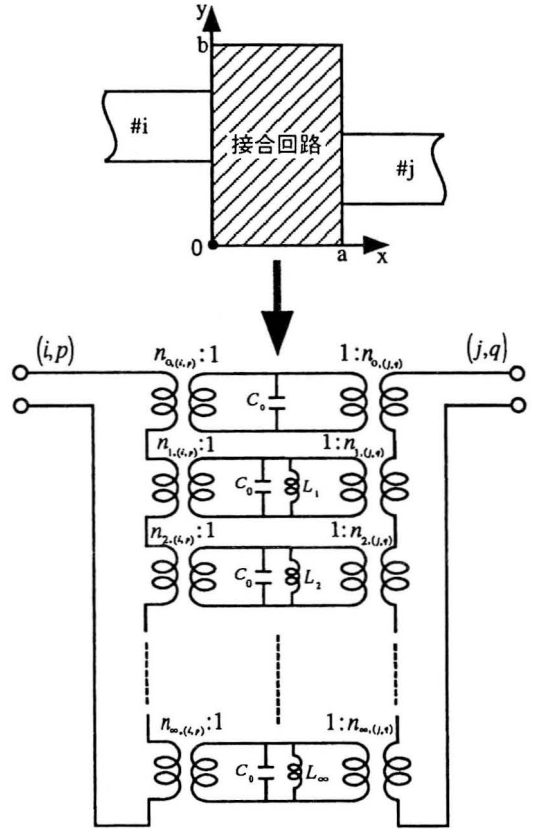


図3 方形接合回路の等価回路

4. 1段スタブ形回路への適用

4.1 入出力外部モードインピーダンス導出

最も簡単な例として図4に示す1段スタブ形フィルタ回路にこの考え方(以下3開口解析と呼ぶ)を適用して、モードインピーダンスを計算し、従来からある幅広・幅狭伝送線路の等価回路(以下2開口解析と呼び、ここでは真値の評価に使用。付録参照)で考えた場合との結果と比較する。なお、開口3につなげた伝送線路は、先端開放の条件を付して内部開口の電圧・電流を2.2の考え方で消去する。

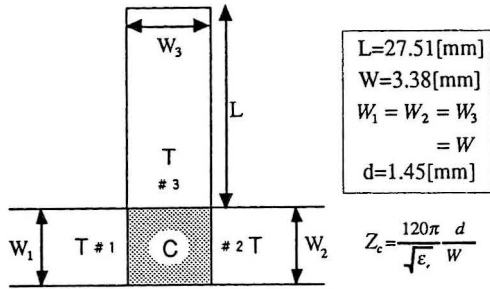


図4 1段スタブ形フィルタ回路

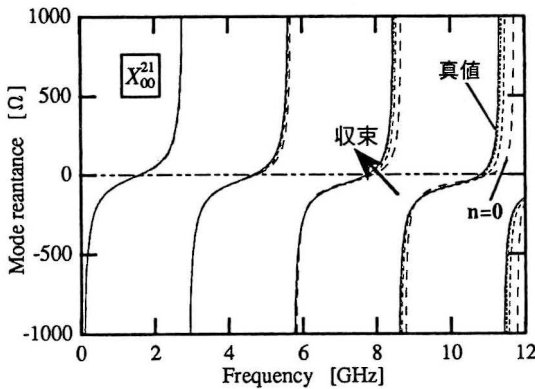
4.2 1段スタブ形フィルタの解析結果

実際に使用する基板をレクソライト2200 ($\epsilon_r=2.62, d=1.45$ [mm]) と仮定して解析を行った。接合部の考慮モード数に対する外部モードインピーダンス X_{00}^{21} の収束状況を図5に示す。図(a)は全体の周波数特性の収束状況、図(b)は11GHz近辺の拡大を示す。なおここでは図4の伝送線路部Tの伝送モードとして5個考慮した。周波数5GHz及び11.2GHzとしたときの正方形接合回路のモード次数 $n \times n$ に対するより詳細な収束状況を図5(c),(d)に示す。5GHzでは 10×10 、11.2GHzで 20×20 程度でかなり真値に収束していることが分かる。なお比較に用いた真値は、付録図10に示す2開口解析で十分に収

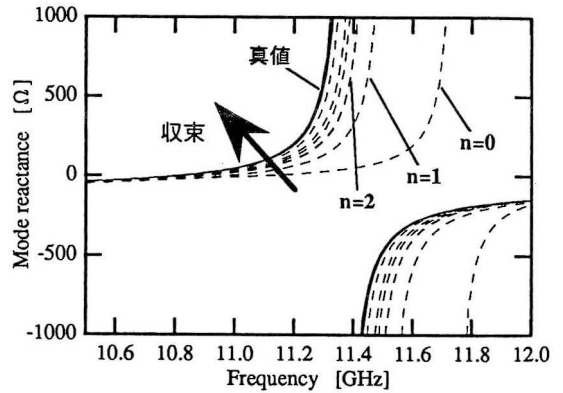
$$\begin{matrix}
 & Z^{ee} & & Z^{ei} \\
 \begin{matrix} V_0^{(e)} \\ V_1^{(e)} \\ \vdots \\ V_0^{(i)} \\ V_1^{(i)} \\ \vdots \end{matrix} & = & \begin{pmatrix} Z_{0,0}^{1,1} & Z_{0,1}^{1,1} & \dots & Z_{0,0}^{1,2} & Z_{0,1}^{1,2} & \dots \\ Z_{1,0}^{1,1} & Z_{1,1}^{1,1} & \dots & Z_{1,0}^{1,2} & Z_{1,1}^{1,2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ Z_{0,0}^{2,1} & Z_{0,1}^{2,1} & \dots & Z_{0,0}^{2,2} & Z_{0,1}^{2,2} & \dots \\ Z_{1,0}^{2,1} & Z_{1,1}^{2,1} & \dots & Z_{1,0}^{2,2} & Z_{1,1}^{2,2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} & \begin{matrix} I_0^{(e)} \\ I_1^{(e)} \\ \vdots \\ I_0^{(i)} \\ I_1^{(i)} \\ \vdots \end{matrix} \\
 \begin{matrix} V_0^{(e)} \\ V_1^{(e)} \\ \vdots \\ V_0^{(i)} \\ V_1^{(i)} \\ \vdots \end{matrix} & & \begin{matrix} Z_{0,0}^{3,1} & Z_{0,1}^{3,1} & \dots & Z_{0,0}^{3,2} & Z_{0,1}^{3,2} & \dots \\ Z_{1,0}^{3,1} & Z_{1,1}^{3,1} & \dots & Z_{1,0}^{3,2} & Z_{1,1}^{3,2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \end{matrix} & \begin{matrix} I_0^{(e)} \\ I_1^{(e)} \\ \vdots \\ I_0^{(i)} \\ I_1^{(i)} \\ \vdots \end{matrix} \\
 & & Z^{ie} & & Z^{ii} & \\
 & & & & & (11)
 \end{matrix}$$

3開口解析の回路方程式

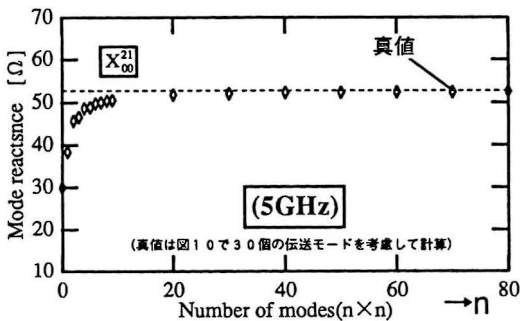
束した値を得るために、幅広の伝送線路モード30個を考慮した。図6に開口1より励振した場合の開口2での低次の外部モードインピーダンスを（この際の接合回路は 40×40 迄のモード次数を考慮）示し、真値とほぼ一致していることを確認した。また図7に基本モード実効インピーダンスに基づくSパラメータの計算結果を示す。なおここでの真値は図10で入出力接続伝送線路の伝送モードを5個、幅広で30個考慮している。3開口解析では、入出力及び内部伝送線路Tで2個、接合部で 5×5 程度考慮すれば設計中心周波数（3GHz）で真値一致しているのが分かる。なお参考のためにモードインピーダンス間の相関関係を(13)式に示す。



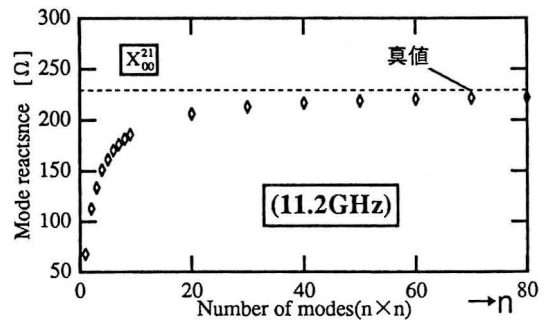
(a) 全体の周波数特性の収束状況



(b) (a)の11GHz付近の拡大



(c) 5GHzでの考慮モード数による収束



(d) 11.2GHzでの考慮モード数による収束

図5 図4の回路の外部モードインピーダンス X_{00}^{21} の周波数特性と接合回路内の考慮モード数による収束状況

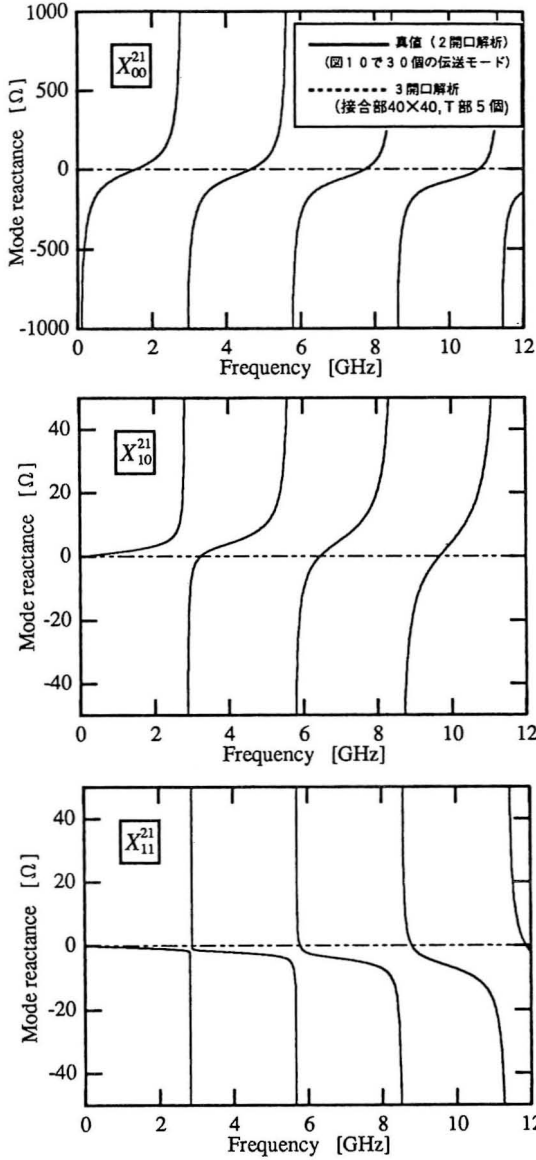


図6 低次モードインピーダンスの計算結果と真値

$$X_{pq}^j = X_{qp}^j, \text{ また } X_{pq}^{11} = X_{pq}^{22} \text{ (} W_1 = W_2 \text{の時)} \quad (13)$$

5. 2分岐ハイブリッド回路への適用 接合回路と内部伝送線を複数用いる多開口回路を解析する例として図8に示す2分岐ハイブリッド回路を考える。本回路は設計中心周波数を3GHzとした。接合回路のモード数と伝送線のモード数をパラメータとしたS行列の広帯域周波数特性を図9に示す。図9での厳密解は、4.の結果より伝送線路部のモード数5個、接合部でのモード次数を40×40とした。

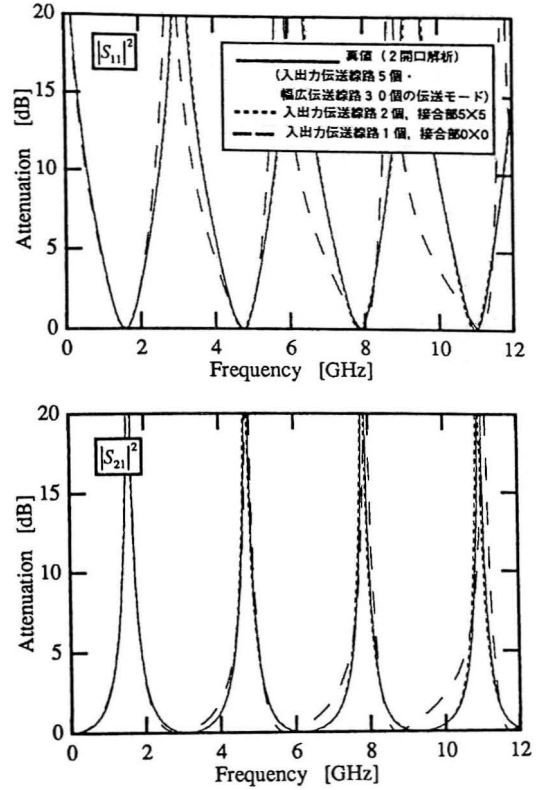


図7 Sパラメータの考慮モード数による収束状況 また考慮したモード数に対する収束性を検討するために伝送線路部1個接合部0×0及び伝送線路部3個、接合部8×8の場合も同時に示した。前者の取り扱い（基本伝送モード及び接合部のコンデンサモード）では十分な計算精度が得られないが、後者の場合はほぼ厳密解と一致した解が得られた。後者の計算時間は厳密解の場合に比して約1/10であった。

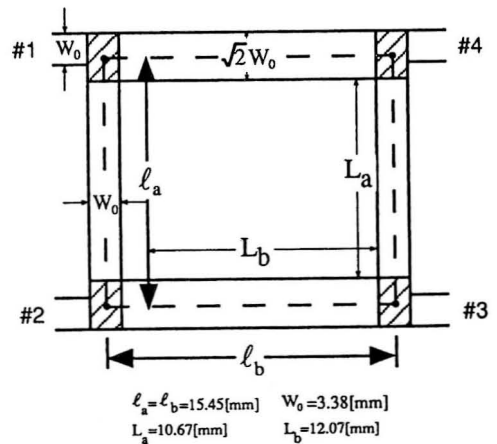


図8 2分岐ハイブリッド回路

$$\begin{aligned} \ell_a = \ell_b = 15.45[\text{mm}] & \quad W_0 = 3.38[\text{mm}] \\ L_a = 10.67[\text{mm}] & \quad L_b = 12.07[\text{mm}] \end{aligned}$$

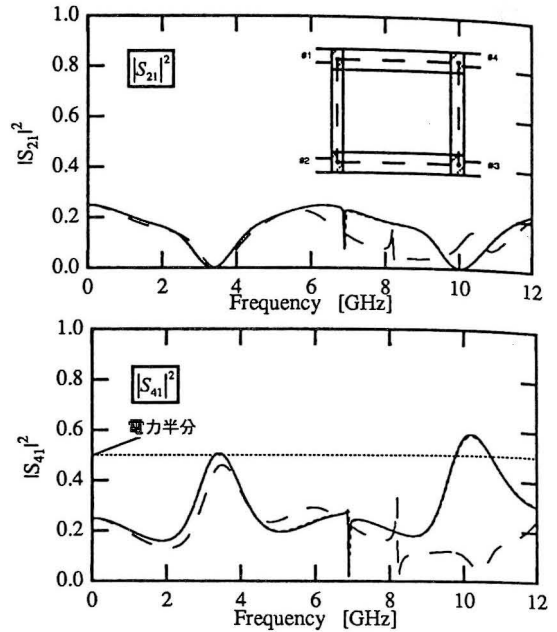
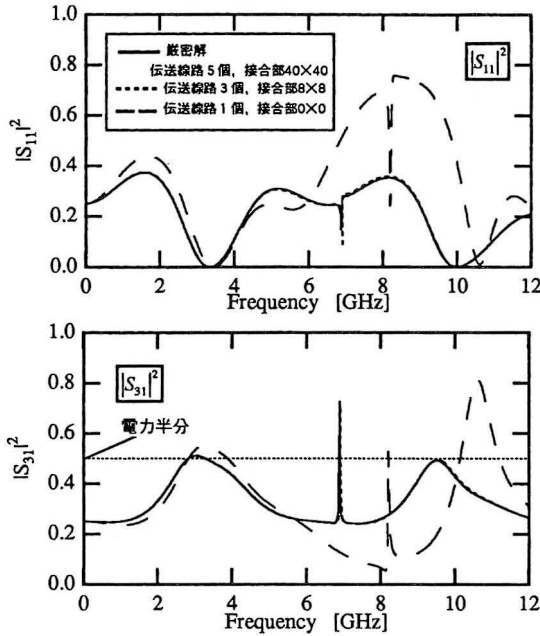


図9 2分岐ハイブリッド回路の厳密解と各部のモード数による収束状況

6. むすび 2次元的に広がったストリップ線回路を平面回路理論及び既存の回路理論に基づいて解析する手法を示した。つまり、回路は外部伝送線路部、内部伝送線路部及び接合回路部に分割され、各部のモードインピーダンスを計算することにより、各開口のモード電圧に関する回路方程式を構成することができ、内部モード電圧・電流を消去により外部モードインピーダンスを導出でき、外部モードインピーダンスの高次モードを対応したモード特性インピーダンスで終端することにより、基本モードに対する実効インピーダンスの計算できることを示した。本手法を具体的に1段スタブ形フィルタ回路及び2分岐ハイブリッド回路へ適用し、適用可能であることを確認した上で、本計算法の問題点である伝送線路部及び接合回路部の所要モード数を厳密解と比較することにより推定した。今後、この考えに基づいて各種ストリップ線回路を解析すると共に、電磁界分布を計算する予定である。なお本学穴田哲夫専任講師には色々ご討論頂き感謝いたします。

参考文献：[1] 許 瑞邦, 穴田 哲夫”ストリップ線回路の平面回路的手法による解析”1983年6月電子通信学会論文誌B Vol.J66-B, No.6, p766-773 [2] 穴田 哲夫, 許 瑞邦”平衡形ストリップ線分岐線路3dBハイブリッド回路の平面回路モデルによる解析”1987年7月電子通信学会論文誌B Vol.J70-B, No.7, p816-825 [3] 谷 浩一郎, 穴田 哲夫, 許 瑞邦”方形平面回路の領域分割によるモードインピーダンスの計算”1994年電子情報通信学会春期全国大会No.C-189

(付録) 2開口解析

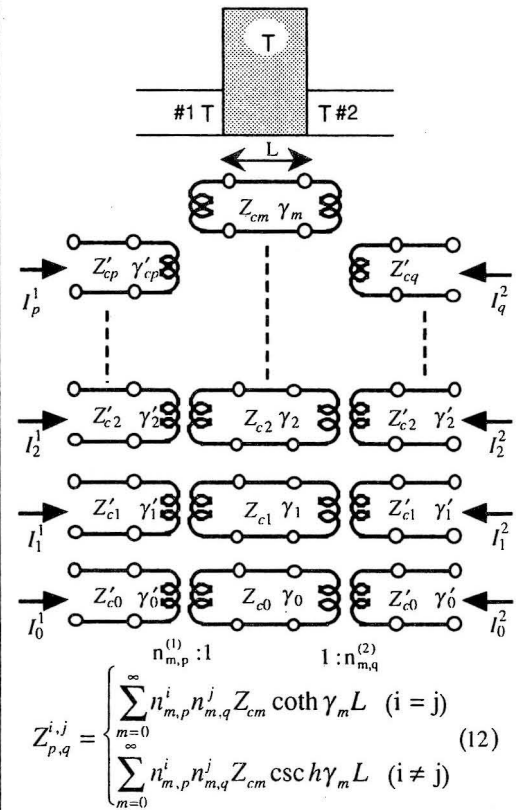


図10 2開口解析 (幅広・幅狭伝送線路の等価回路)