

## 多段側結合ストリップ線マイクロ波回路の 固有モードおよびフォスタ型等価回路の具体的導出

平岡 隆晴 許 瑞邦

神奈川大学工学部電気工学科  
 〒 221 横浜市神奈川区六角橋 3-27-1  
 TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915  
 E-mail : hiraoka@cc.kanagawa-u.ac.jp

あらまし マイクロ波・ミリ波帯でのフィルタ・分波器として頻繁に用いられている等長・対称構造を持った側結合ストリップ線回路の電圧固有モードを固有モードの正規直交性を利用することにより求めた。固有モード展開法に基づき求めた固有モード（固有値，固有関数）からフォスタ型等価回路の回路定数（共振周波数，結合度）を2段1共振器から4段3共振器まで具体的に導出した。また、導出したフォスタ型等価回路より周波数特性を計算し、通過帯域特性では、帯域内の固有モードのみで記述できることを示した。

キーワード 側結合ストリップ線回路，固有モード展開法，正規直交化，フォスタ型等価回路

### Derivation of Eigenmode and Foster-type Equivalent Network for Multi-stage Side-coupled Stripline Microwave Circuit

Takaharu Hiraoka Hsu, Jui-Pang

Department of Electrical Engineering, Kanagawa University  
 3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221 Japan  
 TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915  
 E-mail : hiraoka@cc.kanagawa-u.ac.jp

Abstract Eigenvalue and voltage distribution of eigen-mode for side-coupled stripline microwave circuit with equal-length and symmetric structure, always used for filter or power-divider at microwave and millimeter wave, are calculated. In these calculation, a degenerate mode are properly treated for normalization and orthogonalization. In order to obtain foster-type equivalent network parameter based on eigen-mode expansion, eigen-mode(eigenvalue, eigenfunction) for 2 stage 1 resonator to 4 stage 3 resonator are practically derived. Frequency characteristics in the pass band are approximately calculated by the eigen-mode in the corresponding band and are compared with the exact results. Good agreement are obtained, which means the performance of the circuit can be approximately described by eigen-mode in the corresponding band.

key words Side-coupled stripline circuit, Eigen-mode expansion, Normalization and orthogonalization, Foster-type equivalent network

## 1. はじめに

ここでは、マイクロ波・ミリ波帯でフィルタ・分波器として頻りに用いられている等長・対称構造を持った側結合ストリップ線回路の固有モードとその電圧分布を具体的に求め、固有モード展開法によりフォスタ型等価回路の回路定数を2段1共振器から4段3共振器まで導出した<sup>[1]</sup>。さらに、極展開法<sup>[2]</sup>と固有モード展開法の両結果を比較検討し、本手法の妥当性を確認した。また、フィルタ回路の通過帯域特性が帯域内の固有モードで記述できることを再確認し<sup>[2]</sup>、本手法の有効性を確かめた。

## 2. 等長・対称構造側結合ストリップ線回路の理論

### 2.1 解析対象回路

ここで解析する等長・対称構造を持った側結合ストリップ線回路の構造を図1(a)に示す。つまり、図1(b)に示す伝送線路幅  $W$ 、結合長  $\ell$ 、平行結合線路間隙  $S$  の平行結合線路（導体  $a$  の  $S^2$  面、導体  $b$  の  $S^1$  面では開放 ( $I_b^{(1)} = 0, I_a^{(2)} = 0$ )）を多段に縦続接続した回路となっている。ここで解析では、線路間隙の側結合のみを考慮し、線路端効果は無視できるものとする。

### 2.2 平行結合線路の回路方程式、回路定数

一般に図1(b)に示す単位平行結合線路が不平衡となっているときには、結合線路方程式は式(1)で記述される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_a}{\partial z} &= -j\omega L_a I_a - j\omega M I_b & \frac{\partial I_a}{\partial z} &= -j\omega(C_a + C_c) V_a + j\omega C_c V_b \\ \frac{\partial V_b}{\partial z} &= -j\omega M I_a - j\omega L_b I_b & \frac{\partial I_b}{\partial z} &= j\omega C_c V_a - j\omega(C_b + C_c) V_b \end{aligned} \quad (1)$$

ところで、今の場合、平行結合線路は、対称構造となっているので、 $L_a = L_b (= L)$ 、 $C_a = C_b (= C)$ となる。

### 2.3 結合線路方程式の偶・奇モードによる表示

良く知られているように、非対称型結合線路での正・負正規直交モードは、対称構造では偶・奇モードとなり、実電圧・電流と偶・奇モード電圧との間には、式(2)の関係がある。(変換行列で  $\alpha = 1$ )<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \text{偶モード} \quad V_e &= \frac{1}{\sqrt{2}}(V_a + V_b), \quad I_e = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_a + I_b) \\ \text{奇モード} \quad V_o &= \frac{1}{\sqrt{2}}(V_a - V_b), \quad I_o = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_a - I_b) \end{aligned} \quad (2)$$

したがって、偶・奇モードに関する回路方程式は、式(1)を書き直して次式となる。

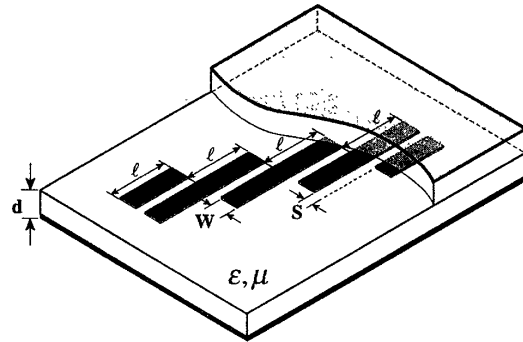
$$\text{偶モード} \quad \begin{cases} \frac{\partial V_e}{\partial z} = -j\omega L_e I_e \\ \frac{\partial I_e}{\partial z} = -j\omega C_e V_e \end{cases} \quad \begin{cases} L_e = L + M \\ C_e = C \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{奇モード} \quad \begin{cases} \frac{\partial V_o}{\partial z} = -j\omega L_o I_o \\ \frac{\partial I_o}{\partial z} = -j\omega C_o V_o \end{cases} \quad \begin{cases} L_o = L - M \\ C_o = C + 2C_c \end{cases} \quad (4)$$

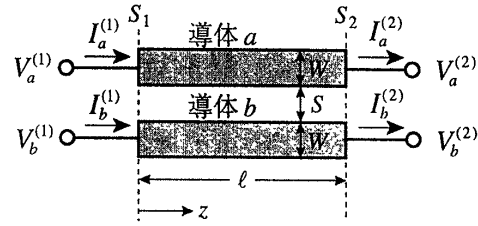
ただし、TEM結合線路となっているこの回路は次の関係が得られている。

$$\frac{M}{L} = \frac{C_c}{C + C_c}, \quad LC \frac{C + 2C_c}{C + C_c} = \epsilon\mu \quad (5)$$

また、偶・奇固有伝送モードの断面での電界分布、磁界分布は、図2に示す形になっており、偶・奇モードの伝

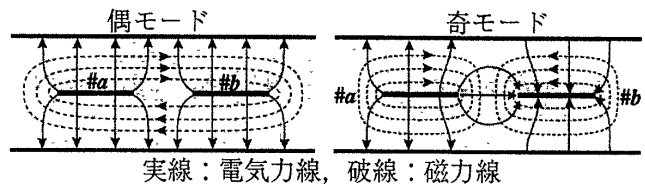


(a) 側結合ストリップ線回路



(b) 単位平行結合線路

図1 側結合ストリップ線回路とその単位平行結合線路  
搬定数、特性アドミタンスも式(3),(4)より同図に示すように計算される。



$$\begin{aligned} \beta_e &= \omega\sqrt{L_e C_e} = \omega\sqrt{\epsilon\mu} & \beta_o &= \omega\sqrt{L_o C_o} = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \\ Y_e &= \sqrt{\frac{C}{L+M}} & Y_o &= \sqrt{\frac{C+2C_c}{L-M}} \end{aligned}$$

図2 偶・奇モード電磁界分布と線路定数

### 2.4 電圧固有モードの導出

式(3),(4)の偶・奇に関する回路方程式から電圧・電流について解くと、一般的に式(6)を得る。(  $\theta = \beta\ell = \omega\sqrt{\epsilon\mu}\ell$  )

$$\begin{cases} V_e = A_e e^{-j\beta z} + B_e e^{j\beta z} \\ I_e = Y_e (A_e e^{-j\beta z} - B_e e^{j\beta z}) \end{cases} \quad \begin{cases} V_o = A_o e^{-j\beta z} + B_o e^{j\beta z} \\ I_o = Y_o (A_o e^{-j\beta z} - B_o e^{j\beta z}) \end{cases} \quad (6)$$

ところで、図1(a)に示す多段側結合ストリップ線の等価回路は、図1(b)の等価回路を用いると図3(b)に示す等価回路となり、回路全体の電圧固有モードは、以下の境界条件を図3(a)の回路に課すことにより求まる。

イ) 端子条件：線路端開放  $I_a^{(1)}(0) = 0, I_b^{(1)}(\ell) = 0$

ロ) 接続条件：電流連続  $I_b^{(i)}(\ell) = I_a^{(i+1)}(0)$   
電圧連続  $V_b^{(i)}(\ell) = V_a^{(i+1)}(0)$

各導体端での境界条件を考慮することで各導体での反射波・進行波の関係がわかることから、回路全体での固有

[1]許, 平岡 「側結合ストリップ線マイクロ波回路の固有モード展開法によるフォスタ型等価回路の導出」 信学技報 MW97-  
[2]宮崎, 穴田, 許 「側結合ストリップ線フィルタ回路のフォスタ型等価回路とその収束性の検討」 信学技報 MW93-99

モード(固有値, 固有関数)が導出できる。この固有関数に式(7)の正規化を施すことにより、正規固有電圧モードが求まる。このとき、長さ $2\ell$ の共振器部分で $(\frac{1}{2}+n)\lambda$ 分布する固有モードは容易に計算できるが、 $n$ 波長分布する場合には入出力部の長さ $\ell$ の導体も共振器となるため、共振周波数は同じだが電圧分布が異なる縮退したモードが存在する。この場合は、式(7)の関係を用いて直交性を確保した正規電圧固有モードを求めることができる。

$$\sum_i \int_0^{\ell_i} [Y_e^i V_{e_n}^i(z_i) V_{e_m}^i(z_i) + Y_o^i V_{o_n}^i(z_i) V_{o_m}^i(z_i)] dz_i = \delta_{mn} \quad (7)$$

このようにして、 $n$ 番目の固有モードの固有角周波数 $\omega_n$ 、正規化電圧固有関数 $V_{e_n}^i(z_i)$ ,  $V_{o_n}^i(z_i)$  ( $0 \leq z_i \leq \ell_i$ ,  $i=1, \dots, N$ )が求まる。

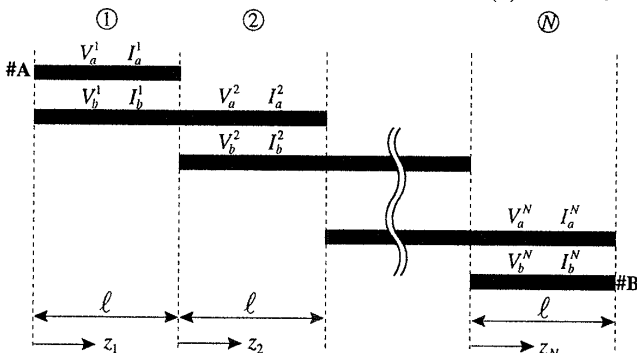
### 2.5 フォスタ型等価回路の導出

2.4で求めた固有値および固有関数より図3(a)に示す $N$ 段側結合ストリップ線回路の#A, Bよりみたインピーダンス行列は、式(8)で与えられる。

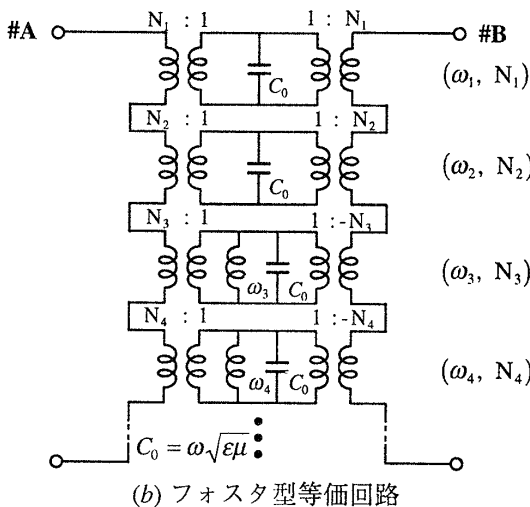
$$\mathbf{Z} = -j \frac{1}{C_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} \mathbf{N}_n \mathbf{N}_n^T, \quad C_0 = \sqrt{\epsilon\mu} \quad (8)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{N}_n = \begin{pmatrix} N_n^A \\ N_n^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{e_n}^i(z_i=0) \\ V_{o_n}^i(z_i=\ell_N) \end{pmatrix} \quad (9)$$

したがって、フォスタ型等価回路は、図3(b)となる。



(a)  $N$ 段縦続平行結合線路回路の構造・座標系



(b) フォスタ型等価回路

図3  $N$ 段縦続平行結合線路回路の構造とフォスタ型等価回路

### 3. 2段1共振器

図4に、単位区間結合線路が $S_1$ で縦続接続された構造の2段1共振器側結合ストリップ線回路を示す。この回路の境界条件・連続条件を考慮することにより、2段1共振器の固有値、固有関数を導出する。

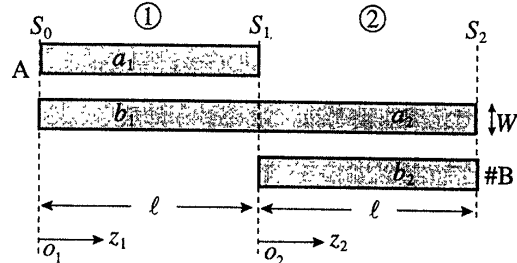


図4 2段1共振器の構造と座標系

#### 3.1 固有値, 固有関数の導出

この場合の境界条件・連続条件は、次式のようにになる。

$$\begin{aligned} & I_a^1(z_1=0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ I_e^1(0) + I_o^1(0) \} = 0 \\ & \text{at } S_0 \quad I_b^1(z_1=0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ I_e^1(0) - I_o^1(0) \} = 0 \quad \text{よって、} \quad \begin{matrix} A_e^1 = B_e^1 \\ A_o^1 = B_o^1 \end{matrix} \\ & I_a^2(z_2=\ell) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ I_e^2(\ell) + I_o^2(\ell) \} = 0 \\ & \text{at } S_2 \quad I_b^2(z_2=\ell) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ I_e^2(\ell) - I_o^2(\ell) \} = 0 \quad \text{よって} \quad \begin{matrix} B_e^2 = e^{-j2\theta} A_e^2 \\ B_o^2 = e^{-j2\theta} A_o^2 \end{matrix} \\ & I_a^1(z_1=\ell) = 0 \quad I_b^2(z_2=0) = 0 \\ & \text{at } S_1 \quad V_b^1(z_1=\ell) = V_a^2(z_2=0) \quad I_b^1(z_1=\ell) = I_a^2(z_2=0) \end{aligned}$$

この条件を式(6)の電圧電流基本式に代入し、その反射・進行波振幅係数の関係を式(10)のようにまとめる。

$$\begin{bmatrix} Y_e \sin \theta & Y_o \sin \theta & 0 & 0 \\ \cos \theta & -\cos \theta & -e^{-j\theta} \cos \theta & -e^{-j\theta} \cos \theta \\ Y_e \sin \theta & -Y_o \sin \theta & Y_e e^{-j\theta} \sin \theta & -Y_o e^{-j\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 & Y_e e^{-j2\theta} \sin \theta & -Y_o e^{-j2\theta} \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_e^1 \\ A_o^1 \\ A_e^2 \\ A_o^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

下線部分の行列式を求めると、次のようにまとまる。

$$\det = Y_e^2 (Y_e + Y_o) \sin^3 \theta \cos \theta = 0$$

固有値は  $\cos \theta = 0$  のとき、または  $\sin^3 \theta = 0$  のときとなる。

[ $\alpha$ ]  $\cos \theta = 0$

このとき固有値は、 $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$  であり、反射・進行波振幅係数の関係は、

$$A_o^1 = -\frac{Y_e}{Y_o} A_e^1, \quad A_e^2 = -j(-1)^n A_e^1, \quad A_o^2 = -j(-1)^n \frac{Y_e}{Y_o} A_e^1$$

この振幅係数より、固有関数は以下のようにになる。

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^2(z_2) &= -2(-1)^n A_e^1 \sin \beta z_2 \\ V_o^1(z_1) &= -2\frac{Y_e}{Y_o} A_e^1 \cos \beta z_1 & V_o^2(z_2) &= -2(-1)^n \frac{Y_e}{Y_o} A_e^1 \sin \beta z_2 \end{aligned} \quad (11)$$

[ $\beta$ ]  $\sin^3 \theta = 0$

このとき固有値は、 $\theta = m\pi$  であり3重縮退モードとなる。この3つのモードは相互のモード間に存在する式(7)の直交性を利用することにより、導出する。

$V_b^1(z_1=\ell) = V_a^2(z_2=0)$  より

$$A_e^1 (e^{-j\theta} + e^{j\theta}) - A_o^1 (e^{-j\theta} + e^{j\theta}) = A_e^2 (1 + e^{-j2\theta}) + A_o^2 (1 + e^{-j2\theta})$$

$$\text{よって、} \quad A_e^1 - A_o^1 = (-1)^m (A_e^2 + A_o^2) \quad (12)$$

ここで、 $m$ : 偶数の場合と  $m$ : 奇数の場合とに分ける。

<1> m: 偶数の場合  $\theta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

$$A_e^1 - A_o^1 = A_e^2 + A_o^2 \quad (13)$$

さらに、端子 #A, B での励振方法について、偶励振と奇励振とに分けて考える。

(a) 偶モード

$$V_a^1(z_1=0) = V_b^2(z_2=l) \text{ より} \\ A_e^1 + A_o^1 = A_e^2 - A_o^2 \quad (14)$$

式(13)と式(14)から、 $A_e^{(1)} = A_e^{(2)}$ ,  $A_o^{(1)} = -A_o^{(2)}$   
この時点で、固有関数は、次のように表される。

$$V_e^1(z_1) = 2A_e^1 \cos \beta z_1 \quad V_e^2(z_2) = 2A_e^1 \cos \beta z_2 \\ V_o^1(z_1) = 2A_o^1 \cos \beta z_1 \quad V_o^2(z_2) = -2A_o^1 \cos \beta z_2 \quad (15)$$

未知数は、 $A_e^1$ ,  $A_o^1$ の2つなので、2つのモードが存在する。  
相互のモード間には、直交性が存在するので、  
 $(A_{e1}^1, A_{o1}^1)$ ,  $(A_{e2}^1, A_{o2}^1)$ の2つのモードの直交性を利用して  
振幅係数を求める。式(7)より、

$$\sum_i \int_0^l [Y_e^i V_{e1}^i(z_i) V_{e2}^i(z_i) + Y_o^i V_{o1}^i(z_i) V_{o2}^i(z_i)] dz_i \\ = (8A_{e1}^1 A_{e2}^1 Y_e + 8A_{o1}^1 A_{o2}^1 Y_o) \int_0^l \cos^2 \beta z dz$$

ここで、 $\int_0^l \cos^2 \beta z dz = \begin{cases} l & (\theta = \beta l = 0) \\ \frac{l}{2} & (\theta = \beta l \neq 0) \end{cases}$ なので、

$$A_{e1}^1 A_{e2}^1 Y_e + A_{o1}^1 A_{o2}^1 Y_o = 0$$

したがって、 $Y_e$ ,  $Y_o$ が(偶・奇モード特性アドミタンス)がどんな場合でも成り立つためには、

$$A_{e1}^1 A_{e2}^1 = 0 \quad \text{かつ} \quad A_{o1}^1 A_{o2}^1 = 0$$

この条件より、以下のモードが存在する。

$$\beta-1 \quad (A_e^1, 0)$$

$$\beta-2 \quad (0, A_o^1)$$

$\beta-1$ の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_e^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{2Y_e l} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{Y_e l} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (16)$$

$\beta-2$ の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_o^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{2Y_o l} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{Y_o l} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (17)$$

(b) 奇モード

端子 #A, B では、逆励振であるので、

$$V_a^1(z_1=0) = -V_b^2(z_2=l) \text{ より} \\ A_e^1 + A_o^1 = -(A_e^2 - A_o^2) \quad (18)$$

また、奇モードは中心導体 = 0 より、

$$A_e^1 - A_o^1 = A_e^2 + A_o^2 = 0 \quad (19)$$

式(18), 式(19)より、 $A_o^1 = A_e^1$ ,  $A_e^2 = -A_e^1$ ,  $A_o^2 = A_e^1$   
これらの振幅係数の関係より、 $\beta-3$ の固有関数は、

$$V_e^1(z_1) = 2A_e^1 \cos \beta z_1 \quad V_e^2(z_2) = -2A_e^1 \cos \beta z_2 \\ V_o^1(z_1) = 2A_e^1 \cos \beta z_1 \quad V_o^2(z_2) = 2A_e^1 \cos \beta z_2 \quad (20)$$

$$\text{正規化振幅} \quad (2A_e^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{2(Y_e + Y_o)l} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{(Y_e + Y_o)l} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (21)$$

<2> m: 奇数の場合  $\theta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

m: 偶数のときと同様に求めると、

(a) 偶モード

固有関数は、次のようになる。(  $A_e^1, A_o^1$  )

$$V_e^1(z_1) = 2A_e^1 \cos \beta z_1 \quad V_e^2(z_2) = 2A_e^1 \cos \beta z_2 \\ V_o^1(z_1) = 2A_o^1 \cos \beta z_1 \quad V_o^2(z_2) = -2A_o^1 \cos \beta z_2 \quad (22)$$

$$\beta-1 \quad (A_e^1, 0) \\ \beta-2 \quad (0, A_o^1) \quad (23)$$

(b) 奇モード ( $\beta-3$ )

$$V_e^1(z_1) = 2A_e^1 \cos \beta z_1 \quad V_e^2(z_2) = -2A_e^1 \cos \beta z_2 \\ V_o^1(z_1) = 2A_e^1 \cos \beta z_1 \quad V_o^2(z_2) = 2A_e^1 \cos \beta z_2 \quad (24)$$

### 3.2 フォスタ型等価回路の導出

3.1で求めた固有関数から式(9)で定義した結合度が計算でき、フォスタ型等価回路が図5で表せる。図6は導出したフォスタ型等価回路より計算した通過帯域の周波数特性である。実線は  $[\alpha]\theta = \frac{\pi}{2}$  のモードの特性であり、通過帯域では、この帯域内の固有モードのみで特性を記述できることがわかる。

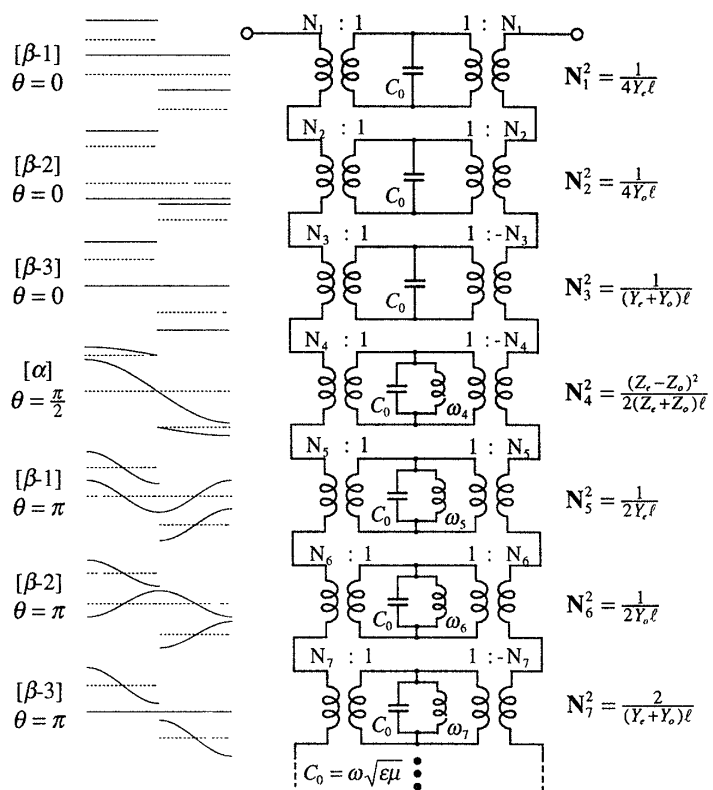


図5 2段1共振器のフォスタ型等価回路

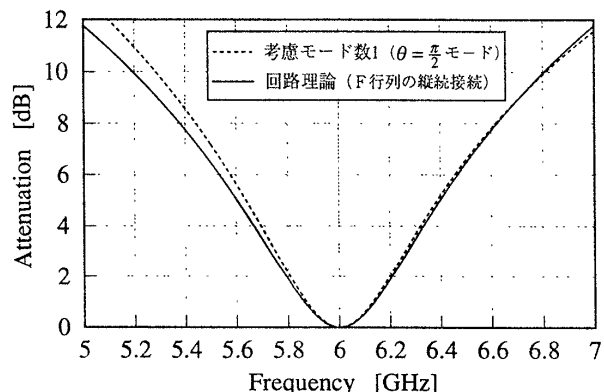


図6 周波数特性 (通過帯域近傍)

### 4. 3段2共振器

図7に、単位区間結合線路が $S_1, S_2$ で3段縦続接続された構造の3段2共振器側結合ストリップ線回路を示す。この回路の境界条件・連続条件を考慮することにより、3段2共振器の固有値、固有関数を導出する。

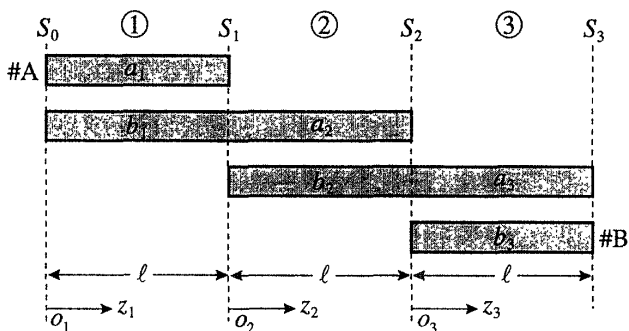


図7 3段2共振器の構造と座標系

#### 4.1 固有値、固有関数の導出

3段2共振器の境界条件・連続条件は、次式となる。

$$\begin{aligned} \text{at } S_0 \quad & I_a^1(z_1=0)=0 \quad \text{これより} \quad A_e^1 = B_e^1 \\ & I_b^1(z_1=0)=0 \quad \text{これより} \quad A_o^1 = B_o^1 \\ \text{at } S_3 \quad & I_a^3(z_3=l)=0 \quad \text{これより} \quad B_e^3 = e^{-j2\theta} A_e^3 \\ & I_b^3(z_3=l)=0 \quad \text{これより} \quad B_o^3 = e^{-j2\theta} A_o^3 \\ \text{at } S_1, S_2 \quad & I_a^i(z_i=l) = I_a^{i+1}(z_{i+1}=0) \quad I_b^i(z_i=l) = I_b^{i+1}(z_{i+1}=0) \end{aligned}$$

この条件を式(6)の電圧電流基本式に代入し、その反射・進行波振幅係数の関係を式(25)のようにまとめる。下線部部分の行列式から固有値は次のように求まる。

$$\begin{aligned} 4 \frac{Y_o + Y_e}{Y_o - Y_e} \cos^2 \theta - 1 = 0 \quad & \theta = \frac{\pi}{2} \pm \phi + n\pi \\ \sin^4 \theta = 0 \quad & \theta = m\pi \end{aligned} \quad (26)$$

[ $\alpha$ ]  $\theta = \frac{\pi}{2} \pm \phi + n\pi$  のとき

このときの各区間の反射・進行波振幅係数は

$$\begin{aligned} A_o^1 &= -\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1, \quad A_e^2 = -(e^{j\theta} \mp 1) A_e^1, \quad A_o^2 = -(e^{j\theta} \pm 1) \frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \\ B_e^2 &= -(e^{-j\theta} \mp 1) A_e^1, \quad B_o^2 = (e^{-j\theta} \pm 1) \frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \\ A_e^3 &= \mp e^{j\theta} A_e^1, \quad A_o^3 = \pm e^{j\theta} \frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \\ V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1, \quad V_e^3(z_3) = \mp 2A_e^1 \cos(\theta - \beta z_3) \\ V_o^1(z_1) &= -2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos \beta z_1, \quad V_o^3(z_3) = \pm 2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos(\theta - \beta z_3) \\ V_e^2(z_2) &= -2A_e^1 \{ \cos(\theta - \beta z_2) \mp \cos \beta z_2 \} \\ V_o^2(z_2) &= 2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \{ \cos(\theta - \beta z_2) \pm \cos \beta z_2 \} \end{aligned} \quad (27)$$

固有値  $\theta = \frac{\pi}{2} + \phi + n\pi$  のときの固有関数を ( $\alpha_+$ )、同様に  $\theta = \frac{\pi}{2} - \phi + n\pi$  のときの固有関数を ( $\alpha_-$ ) とする。

[ $\beta$ ]  $\sin^4 \theta = 0 \quad \theta = m\pi$  のとき

このとき固有値は、 $\theta = m\pi$  であり4重縮退モードとなる。この4つのモードは相互のモード間に存在する直交性を利用することにより導出する。

接合部  $S_1, S_2$  での連続条件より次の振幅係数の関係が得られる。

$$\begin{aligned} A_e^2 + A_o^2 &= (-1)^m (A_e^1 - A_o^1) \\ A_e^2 - A_o^2 &= (-1)^m (A_e^3 + A_o^3) \end{aligned} \quad (28)$$

<1>  $m$ : 偶数の場合

さらに、端子 #A, B での励振法について、偶励振と奇励振とに分けて考える。

(a) 偶モード

$$\begin{aligned} V_a^1(z_1=0) = V_b^3(z_3=l) \text{ より} \quad & A_e^1 + A_o^1 = A_e^3 - A_o^3 \\ V_b^1(z_1=0) = V_a^3(z_3=l) \text{ より} \quad & A_e^1 - A_o^1 = A_e^3 + A_o^3 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\text{式(29)から、} \quad A_e^1 = A_e^3, \quad A_o^1 = -A_o^3$$

式(25)と(28)から、 $A_e^2 = B_e^2 = A_e^1 - A_o^1, \quad A_o^2 = B_o^2 = 0$  この時点で、固有関数は、次のようになる。

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1, \quad V_e^3(z_3) = 2A_e^1 \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1, \quad V_o^3(z_3) = -2A_o^1 \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= 2(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 \\ V_o^2(z_2) &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

未知数は、 $A_e^1, A_o^1$  の2つなので、2つのモードが存在する。相互のモードの間には、直交性が存在するので、 $(A_{e1}^1, A_{o1}^1), (A_{e2}^1, A_{o2}^1)$  の2つのモードの直交性を利用して振幅係数を求める。式(30)の固有関数を式(7)に代入すると次の式が求まる。

$$\{ 2A_{e1}^1 A_{e2}^1 + (A_{e1}^1 - A_{o1}^1)(A_{e2}^1 - A_{o2}^1) \} Y_e + 2A_{o1}^1 A_{o2}^1 Y_o = 0$$

したがって、 $Y_e, Y_o$  がどんな場合でも成り立つためには、

$$\begin{cases} A_{o1}^1 A_{o2}^1 = 0 \\ 2A_{e1}^1 A_{e2}^1 + (A_{e1}^1 - A_{o1}^1)(A_{e2}^1 - A_{o2}^1) = 0 \end{cases}$$

この条件より、以下のモードが存在することがわかる。

$$\begin{aligned} \beta-1 \quad & (A_e^1, 0) \\ \beta-2 \quad & (A_e^1, 3A_e^1) \end{aligned} \quad (31)$$

$\beta-1$  の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_e^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{3Y_e \ell} & (\theta = 0) \\ \frac{2}{3Y_e \ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (32)$$

$\beta-2$  の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_e^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{6(Y_e + 3Y_o)\ell} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{3(Y_e + 3Y_o)\ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} Y_e \sin \theta & Y_o \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 \cos \theta & 2 \cos \theta & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ j2Y_e \sin \theta & -j2Y_o \sin \theta & Y_e & -Y_e & Y_o & -Y_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_e & -Y_e & -Y_o & Y_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_e e^{-j\theta} & -Y_e e^{j\theta} & Y_o e^{-j\theta} & -Y_o e^{j\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{-j\theta} & -e^{j\theta} & e^{-j\theta} & e^{j\theta} & 2e^{-j\theta} \cos \theta & 2e^{-j\theta} \cos \theta \\ 0 & 0 & -Y_e e^{-j\theta} & Y_e e^{j\theta} & Y_o e^{-j\theta} & -Y_o e^{j\theta} & -j2Y_e e^{-j\theta} \sin \theta & -j2Y_o e^{-j\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_e \sin \theta & -Y_o \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_e^1 \\ A_o^1 \\ A_e^2 \\ B_e^2 \\ A_o^2 \\ B_o^2 \\ A_e^3 \\ A_o^3 \end{bmatrix} = 0 \quad (25)$$

(b) 奇モード

奇モードの場合、端子#A,Bでは、逆励振であるため、

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1=0) &= -V_o^3(z_3=\ell) \text{ より } A_e^1 + A_o^1 = -(A_e^3 - A_o^3) \\ V_o^1(z_1=0) &= -V_e^3(z_3=\ell) \text{ より } A_e^1 - A_o^1 = -(A_e^3 + A_o^3) \end{aligned} \quad (34)$$

式(34)から、  $A_e^1 = -A_o^3, A_o^1 = A_e^3$

式(25),(28)から、  $A_e^2 = B_e^2 = 0, A_o^2 = B_o^2 = A_e^1 - A_o^1$

このとき、固有関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= -2A_e^1 \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= 2A_o^1 \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= 0 \\ V_o^2(z_2) &= 2(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 \end{aligned} \quad (35)$$

未知数は、 $A_e^1, A_o^1$ の2つなので、2つのモードが存在する。相互のモードの間には、直交性が存在するので、 $(A_{e1}^1, A_{o1}^1), (A_{e2}^1, A_{o2}^1)$ の2つのモードの直交性を利用して振幅係数を求める。式(35)の固有関数を式(7)に代入して、

$$2A_{e1}^1 A_{e2}^1 Y_e + \{2A_{o1}^1 A_{o2}^1 + (A_{e1}^1 - A_{o1}^1)(A_{e2}^1 - A_{o2}^1)\} Y_o = 0$$

したがって、 $Y_e, Y_o$ がどんな場合でも成り立つには、

$$\begin{cases} A_{e1}^1 A_{e2}^1 = 0 \\ 2A_{o1}^1 A_{o2}^1 + (A_{e1}^1 - A_{o1}^1)(A_{e2}^1 - A_{o2}^1) = 0 \end{cases}$$

この条件より、以下のモードが存在する。

$$\begin{aligned} \beta-3 & (0, A_o^1) \\ \beta-4 & (3A_e^1, A_e^1) \end{aligned} \quad (36)$$

$\beta-3$ の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_o^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{3Y_o \ell} & (\theta = 0) \\ \frac{2}{3Y_o \ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (37)$$

$\beta-4$ の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_e^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{6(3Y_e + Y_o) \ell} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{3(3Y_e + Y_o) \ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (38)$$

<2> m: 奇数の場合  $\theta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

m: 偶数のときと同様に求めると、

(a) 偶モード

固有関数は、次のようになる。

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^3(z_3) &= -2A_e^1 \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= 2A_o^1 \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= 0 \\ V_o^2(z_2) &= -2(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \beta-1 & (0, A_o^1) & \text{正規化振幅 } (2A_o^1)^2 &= \frac{2}{3Y_o \ell} \\ \beta-2 & (3A_e^1, A_e^1) & \text{正規化振幅 } (2A_e^1)^2 &= \frac{1}{3(3Y_e + Y_o) \ell} \end{aligned} \quad (40)$$

(b) 奇モード

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^3(z_3) &= 2A_e^1 \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= -2A_o^1 \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= -2(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 \\ V_o^2(z_2) &= 0 \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \beta-3 & (A_e^1, 0) & \text{正規化振幅 } (2A_e^1)^2 &= \frac{2}{3Y_e \ell} \\ \beta-4 & (A_e^1, 3A_e^1) & \text{正規化振幅 } (2A_e^1)^2 &= \frac{1}{3(Y_e + 3Y_o) \ell} \end{aligned} \quad (42)$$

4.2 フォスタ型等価回路の導出

4.1で求めた固有関数から式(9)で定義した結合度が計算でき、フォスタ型等価回路が図8で表せる。図9は導出したフォスタ型等価回路より計算した通過帯域の周波数特性である。実線は  $(\alpha_{\pm})\theta = \frac{\pi}{2} \pm \phi$  のモードの特性であり、通過帯域では、帯域内の固有モードのみで特性を記述できることがわかる。

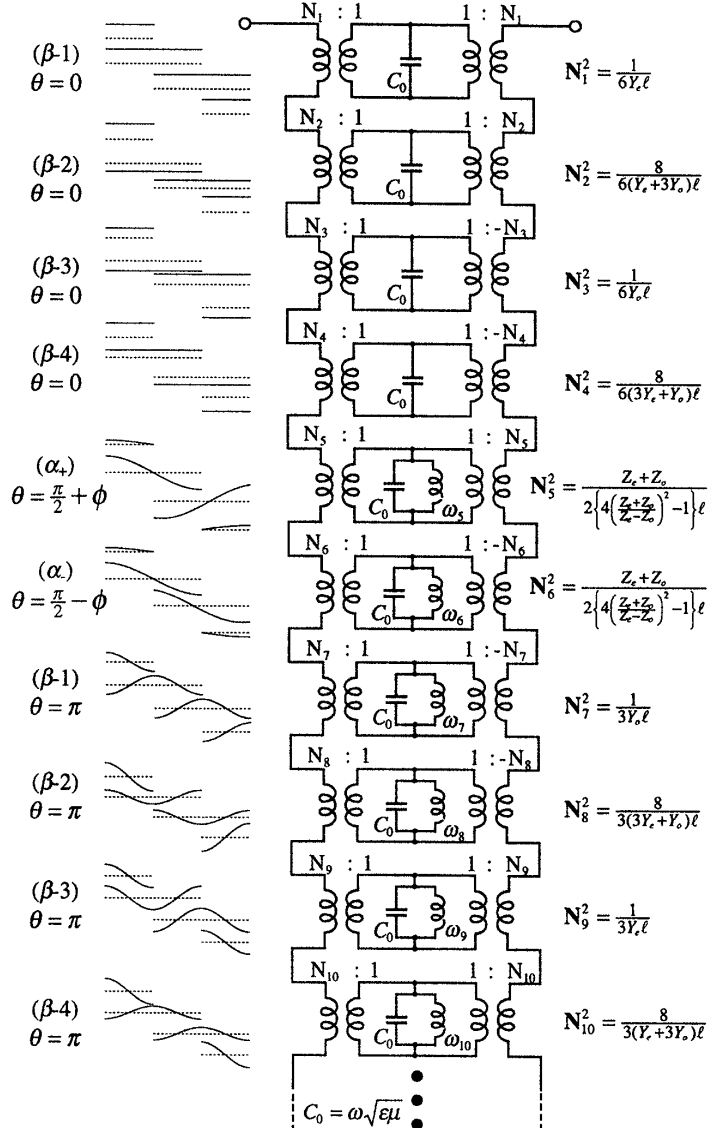


図8 3段2共振器のフォスタ型等価回路

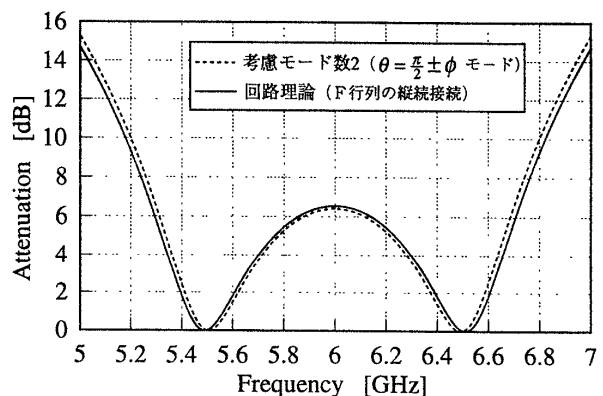


図9 周波数特性 (通過帯域近傍)

5. 4段3共振器

図13に、単位区間結合線路が $S_1, S_2, S_3$ で4段縦続接続された構造の4段3共振器側結合ストリップ線回路を示す。この回路の境界条件・連続条件を考慮することにより、4段3共振器の固有値、固有関数を導出する。

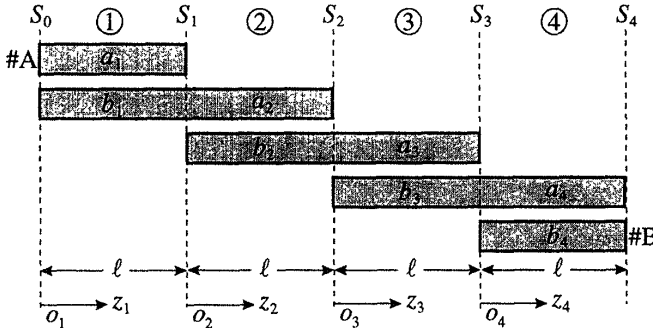


図10 4段3共振器の構造と座標系

5.1 固有値、固有関数の導出

境界条件・連続条件から、固有値は次のようになる。

$$\begin{aligned} \cos \theta &= 0 & \theta &= \frac{\pi}{2} + n\pi \\ 2 \frac{Y_o + Y_e}{Y_o - Y_e} \cos^2 \theta - 1 &= 0 & \theta &= \frac{\pi}{2} \pm \phi + n\pi \\ \sin^5 \theta &= 0 & \theta &= m\pi \end{aligned}$$

[ $\alpha_0$ ]  $\theta = \frac{\pi}{2} + n\pi$  のとき

各区間の反射・進行波振幅係数と固有関数は、

$$\begin{aligned} A_1^1 &= -\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1, A_e^1 = -e^{-j\theta} A_e^1, B_e^1 = -e^{-j\theta} A_e^1, \\ A_2^1 &= -\frac{Y_o}{Y_e} e^{j\theta} A_e^1, B_o^1 = -\frac{Y_o}{Y_e} e^{-j\theta} A_e^1, A_e^2 = -A_e^1, B_e^2 = -A_e^1, \\ A_3^1 &= \frac{Y_o}{Y_e} A_e^1, B_o^2 = \frac{Y_o}{Y_e} A_e^1, A_e^3 = e^{j\theta} A_e^1, A_o^4 = \frac{Y_o}{Y_e} e^{j\theta} A_e^1 \\ V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^2(z_2) &= -2A_e^1 \cos(\theta - \beta z_2) \\ V_o^1(z_1) &= -2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos \beta z_1 & V_o^2(z_2) &= -2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos(\theta - \beta z_2) \\ V_e^3(z_3) &= -2A_e^1 \cos \beta z_3 & V_e^4(z_4) &= 2A_e^1 \cos(\theta - \beta z_4) \\ V_o^3(z_3) &= 2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos \beta z_3 & V_o^4(z_4) &= 2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos(\theta - \beta z_4) \end{aligned} \quad (43)$$

[ $\alpha_{\pm}$ ]  $\theta = \frac{\pi}{2} \pm \phi + n\pi$  のとき

各区間の反射・進行波振幅係数と固有関数は、

$$\begin{aligned} A_1^1 &= -\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1, A_e^1 = -(e^{j\theta} \mp \sqrt{2}) A_e^1, B_e^1 = -(e^{-j\theta} \mp \sqrt{2}) A_e^1, \\ A_2^1 &= -\frac{Y_o}{Y_e} (e^{j\theta} \pm \sqrt{2}) A_e^1, B_o^1 = -\frac{Y_o}{Y_e} (e^{-j\theta} \pm \sqrt{2}) A_e^1, \\ A_3^1 &= (1 \mp \sqrt{2} e^{j\theta}) A_e^1, B_e^2 = (1 \mp \sqrt{2} e^{-j\theta}) A_e^1, \\ A_4^1 &= -\frac{Y_o}{Y_e} (1 \pm \sqrt{2} e^{j\theta}) A_e^1, B_o^3 = -\frac{Y_o}{Y_e} (1 \pm \sqrt{2} e^{-j\theta}) A_e^1, \\ A_e^4 &= -e^{j\theta} A_e^1, A_o^4 = \frac{Y_o}{Y_e} e^{j\theta} A_e^1 \\ V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 \\ V_o^1(z_1) &= -2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos \beta z_1 \\ V_e^2(z_2) &= -2A_e^1 \{ \cos(\theta - \beta z_2) \mp \sqrt{2} \cos \beta z_2 \} \\ V_o^2(z_2) &= -2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \{ \cos(\theta - \beta z_2) \pm \sqrt{2} \cos \beta z_2 \} \\ V_e^3(z_3) &= 2A_e^1 \{ \cos \beta z_3 \mp \sqrt{2} \cos(\theta - \beta z_3) \} \\ V_o^3(z_3) &= -2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \{ \cos \beta z_3 \pm \sqrt{2} \cos(\theta - \beta z_3) \} \\ V_e^4(z_4) &= -2A_e^1 \cos(\theta - \beta z_4) \\ V_o^4(z_4) &= -2\frac{Y_o}{Y_e} A_e^1 \cos(\theta - \beta z_4) \end{aligned} \quad (44)$$

[ $\beta$ ]  $\sin^5 \theta = 0 \quad \theta = m\pi$  のとき

このとき固有値は、 $\theta = m\pi$  であり5重縮退モードとなる。この5つのモードは相互のモード間に存在する直交性を利用することにより導出する。接合部 $S_1, S_2, S_3$ での連続条件より次の振幅係数の関係が得られる。

$$\begin{aligned} A_e^2 + A_o^2 &= (-1)^m (A_e^1 - A_o^1), A_e^3 + A_o^3 = (-1)^m (A_e^2 - A_o^2) \\ A_e^3 - A_o^3 &= (-1)^m (A_e^4 + A_o^4) \end{aligned} \quad (45)$$

<1>  $m$ : 偶数の場合

さらに、端子#A,Bでの励振法について、偶励振と奇励振とに分けて考える。

(a) 偶モード

偶モード励振では、以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} A_e^4 &= A_e^1, A_o^4 = -A_o^1, A_e^3 = A_e^2, A_o^3 = -A_o^2 \\ A_e^1 - A_o^1 &= A_e^2 + A_o^2 \end{aligned}$$

この関係から、固有関数は、次のようになる。

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^3(z_3) &= 2A_e^2 \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= -2(A_e^1 - A_o^1 - A_e^2) \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= 2A_e^2 \cos \beta z_2 & V_e^4(z_4) &= 2A_e^1 \cos \beta z_4 \\ V_o^2(z_2) &= 2(A_e^1 - A_o^1 - A_e^2) \cos \beta z_2 & V_o^4(z_4) &= -2A_o^1 \cos \beta z_4 \end{aligned} \quad (46)$$

未知数は、 $A_e^1, A_o^1, A_e^2$ の3つなので、3つのモードが存在する。相互のモードの間には、直交性が存在するので、 $(A_{e1}^1, A_{o1}^1), (A_{e2}^1, A_{o2}^1)$ のモードの直交性を利用して振幅係数を求める。式(7)より、次の関係が成り立つ。

$$\begin{cases} A_{e1}^1 A_{e2}^1 + A_{o1}^1 A_{o2}^1 = 0 \\ A_{o1}^1 A_{o2}^1 + (A_{e1}^1 - A_{o1}^1 - A_{e2}^1)(A_{e2}^1 - A_{o2}^1 - A_{e2}^2) = 0 \end{cases}$$

この条件より、以下のモードが存在することがわかる。

$$\beta-1 \quad (0, A_o^1, 0) \quad (2A_o^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{4Y_o^2 \ell} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{2Y_o \ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (47)$$

$$\beta-2 \quad (A_o^1, A_o^1, -A_o^1) \quad (2A_o^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{4(Y_e + Y_o) \ell} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{2(Y_e + Y_o) \ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (48)$$

$$\beta-3 \quad (A_e^1, 0, A_e^1) \quad (2A_e^1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{4Y_e \ell} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{2Y_e \ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (49)$$

(b) 奇モード

奇モードの場合、次の関係式が得られる。

$$A_e^4 = -A_e^1, A_o^4 = A_o^1, A_e^3 = A_e^2, A_o^3 = -A_o^2$$

さらに、奇モードは中心導体が電位0となるため、

$$A_e^2 = A_o^2 = -A_e^3 = A_o^3$$

よって、 $2A_e^2 = A_e^1 - A_o^1$

したがって、固有関数は次のようになる。

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^3(z_3) &= -(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= (A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= (A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 & V_e^4(z_4) &= -2A_e^1 \cos \beta z_4 \\ V_o^2(z_2) &= (A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 & V_o^4(z_4) &= 2A_o^1 \cos \beta z_4 \end{aligned} \quad (50)$$

未知数は、 $A_e^1, A_o^1$ の2つなので、2つのモードが存在する。相互のモードの間には、直交性が存在するので、 $(A_{e1}^1, A_{o1}^1), (A_{e2}^1, A_{o2}^1)$ の2つのモードの直交性を利用して振幅係数を求める。式(7)より次の関係が成り立つ。

$$\begin{cases} 4A_{e1}^1 A_{e2}^1 + (A_{e1}^1 - A_{o1}^1)(A_{e2}^1 - A_{o2}^1) = 0 \\ 4A_{o1}^1 A_{o2}^1 + (A_{e1}^1 - A_{o1}^1)(A_{e2}^1 - A_{o2}^1) = 0 \end{cases}$$

よって、 $A_{e1}^1 A_{e2}^1 = A_{o1}^1 A_{o2}^1$

この条件より、以下のモードが存在する。

$$\beta-4 \quad (A_e^1, (3+2\sqrt{2})A_e^1) \quad (51)$$

$$\beta-5 \quad (A_e^1, (3-2\sqrt{2})A_e^1) \quad (52)$$

$\beta-4$  の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_e^{(1)})^2 = \begin{cases} \frac{1}{4\{(2+\sqrt{2})Y_e + (10+7\sqrt{2})Y_o\}\ell} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{2\{(2+\sqrt{2})Y_e + (10+7\sqrt{2})Y_o\}\ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (53)$$

$\beta-5$  の固有関数の正規化振幅は、

$$(2A_e^{(1)})^2 = \begin{cases} \frac{1}{4\{(2-\sqrt{2})Y_e + (10-7\sqrt{2})Y_o\}\ell} & (\theta = 0) \\ \frac{1}{2\{(2-\sqrt{2})Y_e + (10-7\sqrt{2})Y_o\}\ell} & (\theta = 2\pi, 4\pi, \dots) \end{cases} \quad (54)$$

<2>  $m$ : 奇数の場合  $\theta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

$m$ : 偶数のときと同様に求めると、

(a) 偶モード

固有関数は、次のようになる。

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^3(z_3) &= -2A_e^2 \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= -2(A_e^1 - A_o^1 + A_e^2) \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= 2A_e^2 \cos \beta z_2 & V_e^4(z_4) &= -2A_e^1 \cos \beta z_4 \\ V_o^2(z_2) &= -2(A_e^1 - A_o^1 + A_e^2) \cos \beta z_2 & V_o^4(z_4) &= 2A_o^1 \cos \beta z_4 \end{aligned}$$

$$\beta-1 \quad (0, A_o^1, 0) \quad (56)$$

$$\beta-2 \quad (A_e^1, A_o^1, -A_o^1) \quad (57)$$

$$\beta-3 \quad (A_e^1, 0, A_e^1) \quad (58)$$

(b) 奇モード

$$\begin{aligned} V_e^1(z_1) &= 2A_e^1 \cos \beta z_1 & V_e^3(z_3) &= -(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_3 \\ V_o^1(z_1) &= 2A_o^1 \cos \beta z_1 & V_o^3(z_3) &= (A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_3 \\ V_e^2(z_2) &= -(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 & V_e^4(z_4) &= 2A_e^1 \cos \beta z_4 \\ V_o^2(z_2) &= -(A_e^1 - A_o^1) \cos \beta z_2 & V_o^4(z_4) &= -2A_o^1 \cos \beta z_4 \end{aligned}$$

$$\beta-4 \quad (A_e^1, (3+2\sqrt{2})A_e^1) \quad (60)$$

$$\beta-5 \quad (A_e^1, (3-2\sqrt{2})A_e^1) \quad (61)$$

正規化振幅は、<1> $m$ : 偶数のときと同じである。

### 5.2 フォスタ型等価回路の導出

5.1で求めた固有関数から式(9)で定義した結合度が計算でき、フォスタ型等価回路が図11で表せる。図12は導出したフォスタ型等価回路より計算した通過帯域の周波数特性である。実線は $(\alpha)\theta = \frac{\pi}{2}$ と $(\alpha_{\pm})\theta = \frac{\pi}{2} \pm \phi$ の3つのモードの特性であり、通過帯域では帯域内の固有モードのみで特性を記述できることがわかる。

### 6. むすび

側結合ストリップ線回路の電圧固有モードを具体的に計算し、固有モード展開法によりフォスタ型等価回路を2段1共振器から4段3共振器まで導出した。さらにフォスタ型等価回路に基づいて周波数特性を計算し、通過帯域の特性が帯域内の固有モードのみで記述できることを確認した。本手法により共振動作時の電圧分布がわかるため、フィルタ回路の合成に役立つと考えられる。

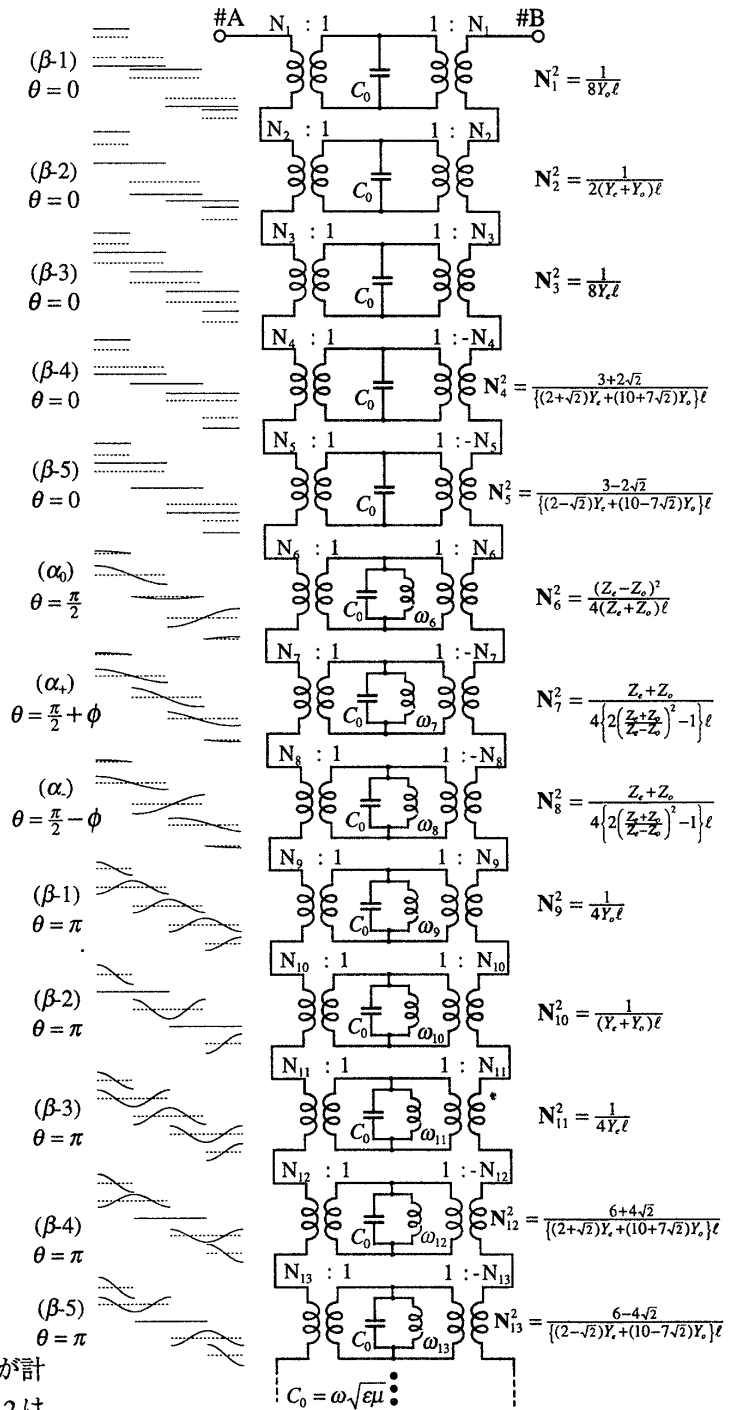


図11 4段3共振器のフォスタ型等価回路

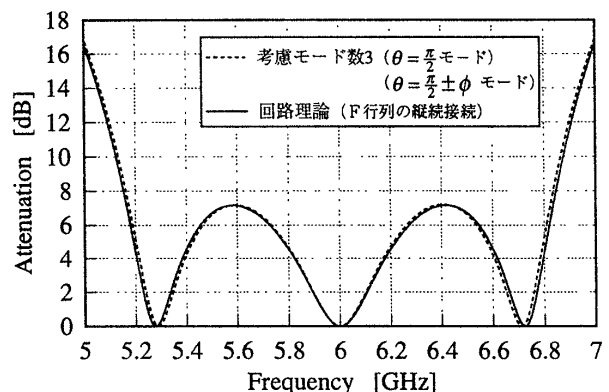


図12 周波数特性 (通過帯域近傍)