

## 側結合ストリップ線マイクロ波回路の 固有モード展開法によるフォスタ型等価回路の導出

許 瑞邦      平岡 隆晴

神奈川大学工学部電気工学科  
〒 221 横浜市神奈川区六角橋 3-27-1  
TEL : 045(481)5661      FAX : 045(491)7915  
E-mail : tukui@kyolab3.cc4-4.kanagawa-u.ac.jp

あらまし 側結合ストリップ線回路は、マイクロ波の集積化に伴って、より変形した形での利用も含めて、今後より頻繁に利用されると考えられる。したがって、変形した回路も含めて統一的かつ合理的に解析・合成する手法を確立しておくことは有意義である。この手法として、フォスタ型等価回路による取り扱いを考え、この手法が側結合ストリップ線回路にも適用できることを本報告は示している。具体的には、平行結合線路の線路方程式および線路定数間の関係とその直交化、多段従属接合平行結合線路の固有モードの導出法とその直交性・正規化、回路内動作電圧の固有モード展開によるフォスタ型等価回路の導出を説明し、本結果が妥当であることを簡単な例で示した。

キーワード 側結合ストリップ線回路, 従属接続, 固有モード展開, フォスタ型等価回路

## Side-coupled Strip-line microwave circuit - Eigen-mode Expansion and Foster-type Equivalent network representation -

Hsu, Jui-Pang      Takaharu Hiraoka

Department of Electrical Engineering, Kanagawa University  
3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221 Japan  
TEL : 045(481)5661      FAX : 045(491)7915  
E-mail : tukui@kyolab3.cc4-4.kanagawa-u.ac.jp

**Abstract** Side-coupled stripline circuit and its modified structure will be frequently utilized at microwave along with the advance of circuit integration. Hence, it is meaningful to establish the systematic method of analysis and synthesis in the unified and reasonable mannar for these circuit. Foster-type equivalent network representation method, which is known to be useful at microwave frequency, is again shown to be applicable to the side-coupled stripline circuit in general. Practically, in this report, side-coupled stripline circuit equations with the line parameter relations and its decoupled form, calculation of eigen-modes for the parallel coupled stripline cascaded in the multi-stage, and derivation of Foster-type network are explained in detail.

**key words** Side-coupled stripline circuit , Cascaded connection, Eigen-mode expansion, Foster-type equivalent network

## 1. はじめに

図1(a)に示す側結合ストリップ線回路は、その変形も含めてマイクロ波帯での各種機能を実現する回路として頻繁に利用されており、今後ともこの種の回路は、マイクロ波・ミリ波回路の高集積化に伴って、より変形した形でより頻繁に使われると考えられる。したがってこの種の回路を統一的かつ合理的に取り扱う手法を確立しておくことは重要と考える。

ここでは、この手法としてフォスタ型等価回路による取り扱いを考え、この手法が側結合ストリップ線回路に適用できることを示すために、まず、平行結合線路の線路方程式、線路定数間の関係、線路方程式の直交化（正・負モードの定義）を説明し、更に多段側結合回路の固有モードの一般的な導出法を説明した上で、導出された固有モードが正規直交性を有することを利用して、動作時の側結合マイクロ波回路内の電圧分布を固有モード展開して、フォスタ型等価回路を導出する。

また、具体的な適用例として、側結合2段1共振器を取り上げ、その固有モードおよびフォスタ型等価回路を求め、従来の回路理論より求めたインピーダンス行列の極展開と一致したことから本手法の妥当性を確認した。

## 2. 平行結合線路の回路方程式とその直交化<sup>(1)</sup>

図1に示す側結合ストリップ線路は、図2(a)に示す任意長の平行結合線路が多段に従属接続された回路形状と考えられる。ここでは、単一平行結合線路の結合線路方程式と線路定数間の関係を説明した上で、この線路定数を活用して、線路方程式の直交化を計り、正・負モードに対する非結合線路方程式を導出する。

### 2.1 平行結合線路の結合線路方程式

図2(a)に示すように、接地導体間の一様媒質中（ $\epsilon, \mu$ ）にある  $a$  ストリップ導体、 $b$  ストリップ導体よりなる平行結合線路では、基本伝送モードは、TEM モードとなるので、線路  $a, b$  上での電圧・電流  $V_a, V_b, I_a, I_b$  が一義的に定義され、その関係は次の結合線路方程式で記述され、その等価回路は図2(b)となる。

$$\frac{\partial V_a(z)}{\partial z} = -j\omega L_{aa} I_a(z) - j\omega L_{ab} I_b(z)$$

$$\frac{\partial V_b(z)}{\partial z} = -j\omega L_{ba} I_a(z) - j\omega L_{bb} I_b(z) \quad (1)$$

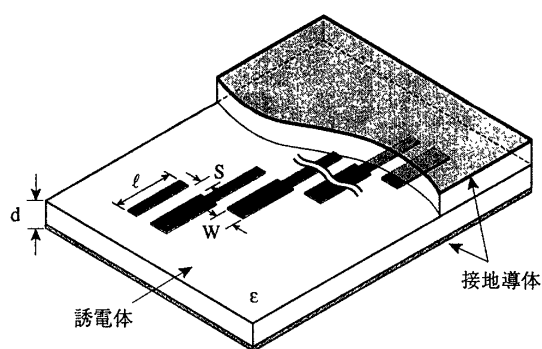
$$\frac{\partial I_a(z)}{\partial z} = -j\omega C_{aa} V_a(z) - j\omega C_{ab} V_b(z)$$

$$\frac{\partial I_b(z)}{\partial z} = -j\omega C_{ba} V_a(z) - j\omega C_{bb} V_b(z) \quad (2)$$

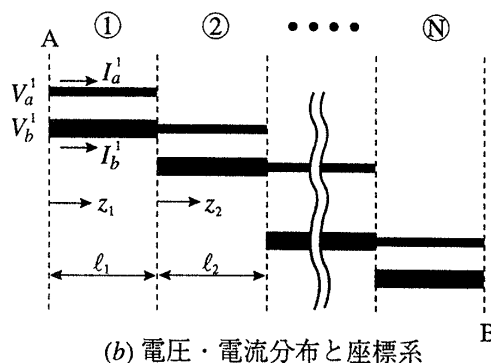
但し、線路定数の間には、 $a, b$  線間の単位長辺りの相互インダクタンス、線間容量をおのおの  $M, C_c$  とすると、次の関係がある。

$$L_{ab} = L_{ba} \quad (3)$$

$$C_{ab} = C_{ba} = -C_c, \quad C_{aa} = C_a + C_c, \quad C_{bb} = C_b + C_c$$

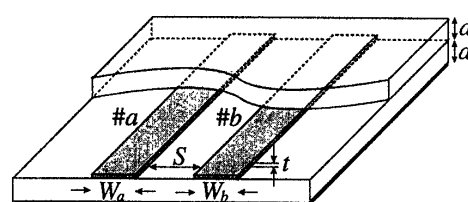


(a) 構造

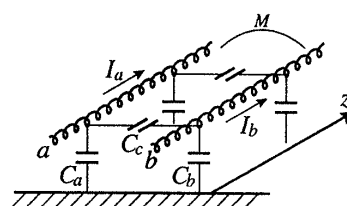


(b) 電圧・電流分布と座標系

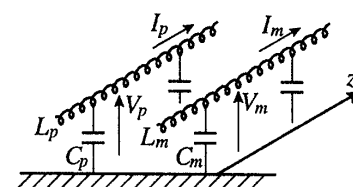
図1 側結合ストリップ線回路の構造  
電圧・電流分布と座標系



(a) 構造



(b) 結合ストリップ線路 (a, b)



(c) 直交化（非結合）ストリップ線路 (p, m)

図2 側結合ストリップ線路の構造・等価回路

参考文献 (1) Bernard M. Oliver, "Directional Electromagnetic Couplers", Proc.IRE, vol.42, No.11, pp1686-1692, (Nov. 1954)

今、線路 $a, b$ に関する電圧、電流縦行列、インダクタンス・容量行列を式(5)のように定義すると、式(1),(2)の線路方程式は式(4)と表現される。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}(z) = -j\omega \mathbf{L} \mathbf{i}(z) \\ \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{i}(z) = -j\omega \mathbf{C} \mathbf{v}(z) \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{但し、} \mathbf{v}(z) = \begin{bmatrix} V_a(z) \\ V_b(z) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}(z) = \begin{bmatrix} I_a(z) \\ I_b(z) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} \\ C_{ba} & C_{bb} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ba} & L_{bb} \end{bmatrix}$$

## 2.2 線路定数間の関係

ところで、TEM結合線路でのインダクタンス・容量行列の間には常に次の関係があるので、

$$\mathbf{LC} = \varepsilon \mu \mathbf{I} \quad (6)$$

$L, C$  行列の要素間には、次の関係が生ずる。

$$-\frac{L_{ab}}{C_{ab}} = -\frac{L_{ba}}{C_{ba}} = \frac{L_{aa}}{C_{bb}} = \frac{L_{bb}}{C_{aa}} = Z_n^2 \text{ (一定値)} \quad (7)$$

線路 $a, b$ 間の誘導結合係数 $k_L$ 、容量結合係数 $k_C$ は、次のように定義される。

$$k_L^2 = \frac{(L_{ab})^2}{L_{aa}L_{bb}}, \quad k_C^2 = \frac{(C_{ab})^2}{C_{aa}C_{bb}} \quad (8)$$

式(7)より $|k_L| = |k_C| = k$ となるので、次の関係が生じる。

$$\begin{aligned} L_{ab} &= L_{ba} = M = k\sqrt{L_{aa}L_{bb}} \quad (M \text{ は正}) \\ C_{ab} &= C_{ba} = -C_c = -k\sqrt{C_{aa}C_{bb}} \quad (C_c \text{ は正}) \end{aligned} \quad (9)$$

また、式(6)と式(9)より次の関係も得られる。

$$L_{aa}C_{aa} = L_{bb}C_{bb} = \varepsilon\mu/(1-k)^2 \quad (10)$$

## 2.3 結合線路方程式の直交化

式(4)の $L, C$ 行列は非対角項があるので、結合方程式となっている。非結合方程式化を計るために、正負モード電圧・電流、 $V_p(z), V_m(z), I_p(z), I_m(z)$ を導入し、正負モード電圧電流縦行列を $\mathbf{v}_N = (V_p, V_m)^T$ ,  $\mathbf{i}_N = (I_p, I_m)^T$ を式(11)で定義する。

$$\mathbf{v}_N(z) = \mathbf{T}_v \mathbf{v}(z) \quad \mathbf{i}_N(z) = \mathbf{T}_i \mathbf{i}(z) \quad (11)$$

$$\text{但し、} \mathbf{T}_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \alpha & \frac{1}{\alpha} \\ \alpha & -\frac{1}{\alpha} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} & \alpha \\ \frac{1}{\alpha} & -\alpha \end{bmatrix} \quad (11')$$

$$\alpha = \left( \frac{L_{bb}}{L_{aa}} \right)^{\frac{1}{4}} = \left( \frac{C_{aa}}{C_{bb}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

式(4)に関して、次のベクトル演算を施すと、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{T}_v \mathbf{v}) &= -j\omega (\mathbf{T}_v \mathbf{C} \mathbf{T}_i^{-1}) (\mathbf{T}_i \mathbf{i}) \\ \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{T}_i \mathbf{i}) &= -j\omega (\mathbf{T}_i \mathbf{C} \mathbf{T}_v^{-1}) (\mathbf{T}_v \mathbf{v}) \end{aligned} \quad (12)$$

\* 伝送電力の考察より  $\mathbf{i}_N' \cdot \mathbf{v}_N = \mathbf{i}' \cdot \mathbf{v} \therefore \mathbf{T}_i' \mathbf{T}_v = \mathbf{I}$  (12')

インダクタンス、容量行列が式(13)に示すように容易に対角化されるので、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_v \mathbf{C} \mathbf{T}_i^{-1} &= \sqrt{L_{aa}L_{bb}} \begin{bmatrix} 1+k & 0 \\ 0 & 1-k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_p & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} = \mathbf{L}_N \\ \mathbf{T}_i \mathbf{C} \mathbf{T}_v^{-1} &= \sqrt{C_{aa}C_{bb}} \begin{bmatrix} 1-k & 0 \\ 0 & 1+k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_m \end{bmatrix} = \mathbf{C}_N \end{aligned} \quad (13)$$

対角化されたインダクタンス・容量係数 $\mathbf{L}_N, \mathbf{C}_N$ を用いると、式(12)は次式に変形され、正負モードに関する非結合化方程式(直交化)が得られる。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}_N = -j\omega \mathbf{L}_N \mathbf{i}_N \\ \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{i}_N = -j\omega \mathbf{C}_N \mathbf{v}_N \end{cases} \quad (14)$$

つまり、正負モードに関する回路方程式は、式(15)に示す伝送線路方程式となり、各モードの特性インピーダンス、伝搬定数は式(16)となる。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} V_p(z) = -j\omega L_p I_p(z) & \frac{\partial}{\partial z} V_m(z) = -j\omega L_m I_m(z) \\ \frac{\partial}{\partial z} I_p(z) = -j\omega C_p V_p(z) & \frac{\partial}{\partial z} I_m(z) = -j\omega C_m V_m(z) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} L_p &= \sqrt{L_{aa}L_{bb}}(1+k) & L_m &= \sqrt{L_{aa}L_{bb}}(1-k) \\ C_p &= \sqrt{C_{aa}C_{bb}}(1-k) & C_m &= \sqrt{C_{aa}C_{bb}}(1+k) \\ Z_{C_p} &= \sqrt{\frac{L_p}{C_p}} = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} Z_N & Z_{C_m} &= \sqrt{\frac{L_m}{C_m}} = \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} Z_N \end{aligned} \quad (16)$$

$$\beta_p = \omega \sqrt{L_p C_p} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \beta$$

$$\beta_m = \omega \sqrt{L_m C_m} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \beta$$

したがって、正負モードで平行結合線路を表現したときの等価回路は図2(c)となる。正負モード電圧・電流が実際に解かれると、 $a, b$ 線路での電圧、電流は式(14)より式(17)で与えられる。(式(12)'  $\mathbf{T}_i' \mathbf{T}_v = \mathbf{I}$ を利用) \*

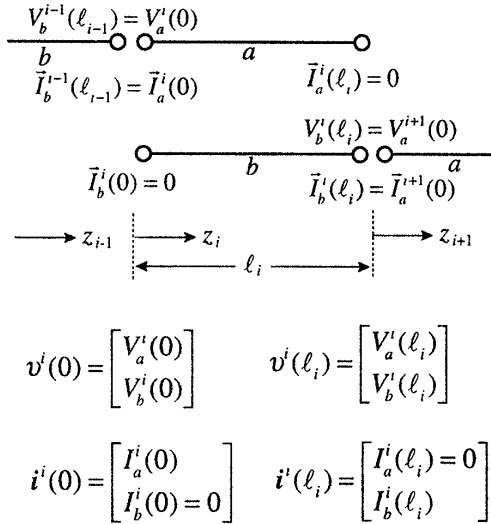
$$\begin{cases} \mathbf{v} = \mathbf{T}_v^{-1} \mathbf{v}_N = \mathbf{T}_i' \mathbf{v}_N \\ \mathbf{i} = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{i}_N = \mathbf{T}_v' \mathbf{i}_N \end{cases} \quad (17)$$

## 3. 多段側結合回路の電圧固有モードの導出と正規直交化

ここでは、図1に示す $N$ 段側結合ストリップ線回路で解くべき回路方程式を示した上で、入出力を開放としたときに回路内に存在し得る電圧固有モードの解き方を示す。更に、この電圧固有モード間に存在する直交性を示した上でここで求めた電圧固有モードの正規化を計る。

### 3.1 多段側結合マイクロ波回路で解くべき回路方程式

図1(b)に示す回路で、入出力線路が $A, B$ に接続され、 $I^A, I^B$ の電流がマイクロ波回路に流入したとき、 $i$ 段目の平行結合線路に存在し得る電圧電流 $\mathbf{v}', \mathbf{i}'$ は、次の伝送線路方程式を図3の境界条件で解けば求まる。

図3  $i$ 段目の平行結合線路の入出力部での回路接続条件

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z_i} v^i = -j\omega L i^i \\ \frac{\partial}{\partial z_i} i^i = -j\omega C v^i \end{cases} \quad (18)$$

図3の回路接続条件 ( $i$ 段目の入出力部  $z_i = 0, \ell_i$ での電圧・電流の境界条件)は、入力部 ( $z_i = 0$ )で  $a'$ が  $b^{i+1}$ と接続されており、出力部 ( $z_i = 0, \ell_i$ )で  $b'$ が  $a^{i+1}$ と接続されているので、電圧・電流も連続である。また、初段  $i=1$ と最終段  $i=N$ では、外部よりの流入電流があることにより  $\bar{I}_a^1(0) = I_A, \bar{I}_b^N(\ell_N) = I_B$ となる。

### 3.2 固有モードの導出

図1の側結合マイクロ波回路全体の固有モードは、3.1で述べた回路方程式 (式(18))を 図3の回路接続条件および入出力部開放条件 ( $I_A = I_B = 0$ )を課せば求まる。この場合、 $n$ 番目の固有共振角周波数を  $\omega_n$ 、固有状態での  $i$ 段目の平行結合線路内の電圧、電流分布を  $v_n^i, i_n^i$ とすると、式(19)を満たす。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z_i} v_n^i = -j\omega_n L i_n^i \\ \frac{\partial}{\partial z_i} i_n^i = -j\omega_n C v_n^i \end{cases} \quad (19)$$

### 3.3 電圧固有モードの直交性・正規化

まず、3.2で求めた固有モードの間に式(24)に示す直交性が存在することを示すために  $n$  番目の固有状態 ( $\omega_n, v_n^i, i_n^i$ )と  $m$  番目の固有状態 ( $\omega_m, v_m^i, i_m^i$ )の間には式(19)の関係および  $(C^i)^t = C^i, (L^i)^t = L^i$ を用いると式(20)の関係を得る。

$$\frac{\partial}{\partial z_i} [j\omega_n (i_n^i)^t v_m^i] = \omega_n^2 (v_n^i)^t (C^i) v_m^i - \left( \frac{\partial v_n^i}{\partial z_i} \right)^t (L^i)^t \frac{\partial v_m^i}{\partial z_i} \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial z_i} [j\omega_m (i_m^i)^t v_n^i] = \omega_m^2 (v_m^i)^t (C^i) v_n^i - \left( \frac{\partial v_m^i}{\partial z_i} \right)^t (L^i)^t \frac{\partial v_n^i}{\partial z_i}$$

式(20)の両式の差を取ることで、式(21)の関係を得る。

$$(\omega_n^2 - \omega_m^2) (v_n^i)^t (C^i) v_m^i = \frac{\partial}{\partial z_i} [j\omega_n (i_n^i)^t v_m^i - j\omega_m (i_m^i)^t v_n^i] \quad (21)$$

式(21)の両辺を  $z_i$  に関して  $0 \sim \ell_i$  まで積分する。

$$\begin{aligned} & (\omega_n^2 - \omega_m^2) \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t (C^i) v_m^i dz_i \\ &= [j\omega_n (i_n^i)^t v_m^i - j\omega_m (i_m^i)^t v_n^i]_0^{\ell_i} \\ &= [j\omega_n I_{nb}^i(\ell_i) V_{mb}^i(\ell_i) - j\omega_m I_{mb}^i(\ell_i) V_{nb}^i(\ell_i)] \\ & \quad - [j\omega_n I_{na}^i(0) V_{ma}^i(0) - j\omega_m I_{ma}^i(0) V_{na}^i(0)] \end{aligned} \quad (22)$$

更に、式(22)の両辺を  $i=1 \sim N$  までの  $N$  段の平行結合線路に関して総和を取り、図3に示す回路条件を適用すると (23)式となり、

$$\begin{aligned} & (\omega_n^2 - \omega_m^2) \sum_{i=1}^N \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t (C^i) v_m^i dz_i \\ &= j\omega_n [I_{nb}^N(\ell_N) V_{mb}^N(\ell_N) - I_{na}^1(0) V_{ma}^1(0)] \\ & \quad - \omega_n [I_{mb}^N(\ell_N) V_{nb}^N(\ell_N) - I_{ma}^1(0) V_{na}^1(0)] \end{aligned} \quad (23)$$

回路の端(A,B)では開放条件となっていることより、流れる電流は零となるので、式(23)の右辺は零となり、次の関係を得る。

$$(\omega_n^2 - \omega_m^2) \left[ \sum_{i=1}^N \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t (C^i) v_m^i dz_i \right] = 0 \quad (23)'$$

したがって、異なるモード間では、 $\omega_n \neq \omega_m$  となるので、式(23)'より次の直交性が存在する。

$$\sum_{i=1}^N \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t (C^i) v_m^i dz_i = 0 \quad (24)$$

また、同じモードの場合、 $\omega_n = \omega_m$  となるので、式(23)'の条件で式(24)を満たす必要がない。この場合固有状態の大きさに関する自由度が残されており、ここでは正規化定数  $C_0$  を適当に定め、式(25)を満足するように電圧固有モードの大きさ  $v_n^i(z_i)$  を決める。

$$\sum_{i=1}^N \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t (C^i) v_n^i dz_i = C_0 \quad (25)$$

式(24),(25)より固有モードは次の正規直交系をなす。

$$\sum_{i=1}^N \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t (C^i) v_m^i dz_i = C_0 \delta_{mn} \quad (26)$$

### 3.4 正規化定数、正負モードによる正規化状態の表示

固有状態での実際の電圧  $v_n^i(z_i)$  の代わりに、2.3で定義した正負モードを用い、正規化定数  $C_0 = \sqrt{\epsilon \mu}$  とすると正規化固有モードの計算が容易となる。つまり、 $n$  番目の固有モードの  $i$  番目の電圧分布  $v_n^i$  は、正負モード電圧分布  $v_{Nn}^i$  を用いて、式(17)より式(27)と変換できる。

$$v_n^i(z_i) = (T_i^i)^t v_{Nn}^i(z_i) \quad (27)$$

式(27)を用いて、式(25)の被積分関数を表示すると

$$(v_n^i)^t C^i v_n^i = (v_{Nn}^i)^t (T_i^i)^t C^i (T_i^i)^t v_{Nn}^i$$

となり、 $(T_i^i)^t C^i (T_i^i)$  は、式(17)'を用いて  $T_i C^i T_i^{-1}$  となり、

式(13)の結果より  $C_N^i$  となるので、式(26)は式(28)となる。

$$\sum_{i=1}^N \int_0^{\ell_i} (v_{Nn}^i)^t C_N^i v_{Nn}^i dz_i = \sqrt{\epsilon\mu} \quad (28)$$

但し、 $C_N^i = \text{diag.}(C_p^i, C_m^i)$

ところで、 $C_N^i/\sqrt{\epsilon\mu}$  の表示は、式(16)より求まる正負モードの特性アドミタンスで式(29)と表現される。

$$\frac{C_N^i}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \begin{pmatrix} Y_{C_p}^i & 0 \\ 0 & Y_{C_m}^i \end{pmatrix} \quad (29)$$

したがって、固有モードの正規化は、正負モード電圧を用いると式(30)と表現される。

$$\sum_{i=1}^N \int_0^{\ell_i} [Y_{C_p}^i (V_{np}^i(z_i))^2 + Y_{C_m}^i (V_{nm}^i(z_i))^2] dz_i = 1 \quad (30)$$

#### 4. フォスタ型等価回路の導出

図1の入出力点A,Bで、 $I^A, I^B$ の電流で側結合回路を励振したとき回路内の電圧分布を3.で求めた電圧固有モードで展開すると式(38)が得られ、この結果を利用すると端子A,Bより多段側結合マイクロ波回路を見たときの端子インピーダンスが式(41)と求まる。この結果より、フォスタ型等価回路を導出することができる。

##### 4.1 動作時の電圧分布の電圧固有モード展開

今、図1の回路を $I^A, I^B$ の電流で励振したときの回路内の電圧分布は3.1で述べた端条件・回路接続条件の下で式(18)を解けば求まる。この電圧分布を3.で求めた正規化固有モード電圧で式(31)のごとく展開すると

$$v^i(z^i) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n v_n^i(z^i) \quad i=1, \dots, N \quad (31)$$

展開係数 $a_n$ は式(26)の正規直交性を用いると式(32)の計算を行えば求まることになる。

$$a_n = \frac{1}{C_0} \sum_{i=0}^N \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t C^i v_n^i dz_i \quad (32)$$

ところで、角周波数 $\omega$ の励振電流 $I^A, I^B$ で回路を励振したときの電圧・電流分布 $v^i, i^i$  ( $i=1, \dots, N$ )と $n$ 番目の固有モードとの間には、式(20)と同様にして式(33)の関係がある。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z_i} [j\omega(i^i)^t v_n^i] &= \omega^2 (v_n^i)^t C^i v_n^i - \left( \frac{\partial v_n^i}{\partial z} \right)^t (i^i)^{-1} \frac{\partial v_n^i}{\partial z_i} \\ \frac{\partial}{\partial z_i} [j\omega_n (i_n^i)^t v^i] &= \omega_n^2 (v_n^i)^t C^i v^i - \left( \frac{\partial v_n^i}{\partial z} \right)^t (i^i)^{-1} \frac{\partial v^i}{\partial z_i} \end{aligned} \quad (33)$$

したがって、式(33)の両式の差を取ることで次式が得られる。

$$(\omega^2 - \omega_n^2) [(v_n^i)^t C^i v^i] = \frac{\partial}{\partial z_i} [j\omega(i^i)^t v_n^i - j\omega_n(i_n^i)^t v^i] \quad (34)$$

この式の両辺を $z_i$ に関して $0 \sim \ell_i$ にわたって積分した上で、 $i$ に関して $1 \sim N$ までの総和を取り、図3に示す回路接続条件を課すと、式(35)を得る。ところで、電圧固有モードを求めた際、A,Bは開放条件を課したので、

$$\begin{aligned} & (\omega^2 - \omega_n^2) \sum_{i=1}^N \left[ \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t C^i v_n^i dz_i \right] \\ &= j\omega [I_b^N(\ell_N) V_{nb}^N(\ell_N) - I_a^1(0) V_{na}^1(0)] \\ & \quad - j\omega_n [I_{nb}^N(\ell_N) V_b^N(\ell_N) - I_{na}^1(0) V_a^1(0)] \end{aligned} \quad (35)$$

$I_{nb}^N(\ell_N) = I_{na}^1(0) = 0$ となり、式(35)右辺の第2かつこは0となり、また、動作時の流入電流より $\bar{I}_a^1(0) = I^A$ 、 $\bar{I}_b^N(\ell_N) = -I^B$ となるので、式(35)は式(36)となる。

$$(\omega^2 - \omega_n^2) \sum_{i=1}^N \left[ \int_0^{\ell_i} (v_n^i)^t C^i v_n^i dz_i \right] = -j\omega [I^B V_{nb}^N(\ell_N) + I^A V_{na}^1(0)] \quad (36)$$

したがって、式(32)の展開係数は、式(36)の結果を用いて式(37)で与えられる。

$$a_n = \frac{1}{jC_0} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} [V_{na}^1(0) I^A + V_{nb}^N(\ell_N) I^B] \quad (37)$$

したがって、動作時の回路内の電圧分布は、式(31)に代入して、式(38)を得る。

$$v^i(z_i) = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} [N_n^A I^A + N_n^B I^B] v_n^i(z_i) \quad (38)$$

但し、 $N_n^A = V_{na}^1(0)$ 、 $N_n^B = V_{nb}^N(\ell_N)$

式(39)で与えられた結合度 $N_n^A, N_n^B$ は、図1に示す多段側結合回路での $n$ 番目の正規過電圧固有関数の入出力点A,Bでの値である。

##### 4.2 端子インピーダンス

図1の回路で入出力点A,Bより電流 $I^A, I^B$ で回路を励振したときの回路内の電圧分布が式(38)より与えられるので、端子A,Bの動作時での電圧は、次式で与えられる。

$$V^A = V_a^1(0) = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} [N_n^A I^A + N_n^B I^B] V_{na}^1(0)$$

$$V^B = V_b^N(\ell_N) = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} [N_n^A I^A + N_n^B I^B] V_{nb}^N(\ell_N)$$

ところで、 $V_{na}^1(0) = N_n^A$ 、 $V_{nb}^N(\ell_N) = N_n^B$ となるので、側結合ストリップ線回路全体での端子インピーダンス行列は、式(40)となる。

$$\begin{bmatrix} V^A \\ V^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^{AA} & Z^{AB} \\ Z^{BA} & Z^{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^A \\ I^B \end{bmatrix} \quad (40)$$

但し、 $Z^{AA} = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} (N_n^A)^2$

$$Z^{AB} = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} (N_n^A)(N_n^B) \quad (=Z^{AB})$$

$$Z^{BB} = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} (N_n^B)^2 \quad (41)$$

##### 4.3 フォスタ型等価回路の導出

図1に示した多段側結合ストリップ線回路のインピーダンス行列式(40),(41)は式(42)と変形できるので、図4に示すフォスタ型等価回路が得られる。

$$Z = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} N_n \cdot N_n' \quad \text{但し、} N_n' = (N_n^A, N_n^B) \quad (42)$$

この等価回路で  $N_n^A$ ,  $N_n^B$  は、 $n$  番目の固有モードと外部回路の結合を示す理想変圧器の変圧比を表す。

### 5. 具体的な適用例 — 2 段側結合ストリップ線回路 —

ここでは、多段側結合ストリップ線回路のフォスタ型等価回路を求める例として、図5に示す等長2段側結合ストリップ線回路 ( $a_2$  の構造 =  $b_1$  の構造,  $b_2$  の構造 =  $a_1$  の構造) を取り上げ、先ず、この回路の正規化電圧固有モードを求め、これに基づいてフォスタ型等価回路を導く。この結果は回路理論より求めたインピーダンス行列の極展開の結果と一致することにより、本手法の妥当性を示す。

#### 5.1 電圧固有モードの計算

図5(a)に示す2段の等長側結合ストリップ線回路の各段の線路方程式と回路定数は図5(b)に示す通りである。この結合線路方程式を2.3の結果を用いて直交化を計ると図6に示す正負モードを用いた等価回路が得られる。ここでの各段の変換行列の  $\alpha$  の値は、式(11)および図5の線路定数より次式となるので、

$$\alpha^1 = \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^{\frac{1}{4}} = \alpha, \quad \alpha^2 = \left( \frac{L_1}{L_2} \right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\alpha} \quad (43)$$

図6に示す結果となる。また、図6の回路で正負モードの特性インピーダンス、位相定数は、式(7)、式(16)および図5の線路定数より表1に示す結果を得る。

ところで、①段目の(1)ポートおよび②段目の(2)ポートは正負モードとも開放条件となっているので、図6での各段の正負モードの電圧・電流分布は  $V_p^1$ ,  $V_m^1$ ,  $V_p^2$ ,  $V_m^2$  を未定として次式を得る。

$$\begin{aligned} V_p^1(z_1) &= V_p^1 \cos \beta z_1 & \bar{I}_p^1(z_1) &= -jY_{C_p} V_p^1 \sin \beta z_1 \\ V_m^1(z_1) &= V_m^1 \cos \beta z_1 & \bar{I}_m^1(z_1) &= -jY_{C_m} V_m^1 \sin \beta z_1 \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} V_p^2(z_2) &= V_p^2 \cos \beta(\ell - z_2) & \bar{I}_p^2(z_2) &= jY_{C_p} V_p^2 \sin \beta(\ell - z_2) \\ V_m^2(z_2) &= V_m^2 \cos \beta(\ell - z_2) & \bar{I}_m^2(z_2) &= jY_{C_m} V_m^2 \sin \beta(\ell - z_2) \end{aligned}$$

また、1段目と2段目の回路接合部で、次の境界条件があるので、

$$I_a^1(\ell) = 0, \quad I_b^1(\ell) = I_a^2(0), \quad V_b^1(\ell) = V_a^2(0), \quad I_b^2(0) = 0$$

式(44)の結果および図6の変換行列を用いて次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} (Y_{C_p} V_p^1 + Y_{C_m} V_m^1) \sin \theta &= 0 \\ -(Y_{C_p} V_p^1 - Y_{C_m} V_m^1) \sin \theta &= (Y_{C_p} V_p^2 + Y_{C_m} V_m^2) \sin \theta \\ (V_p^1 - V_m^1) \cos \theta &= (V_p^2 + V_m^2) \cos \theta \\ (Y_{C_p} V_p^2 - Y_{C_m} V_m^2) \sin \theta &= 0 \quad (\theta = \beta \ell) \end{aligned} \quad (45)$$

式(46)より固有モードとして  $\cos \theta = 0$  の場合と  $\sin \theta = 0$  の場合があり、各場合について次の正規化固有関数が得られる。

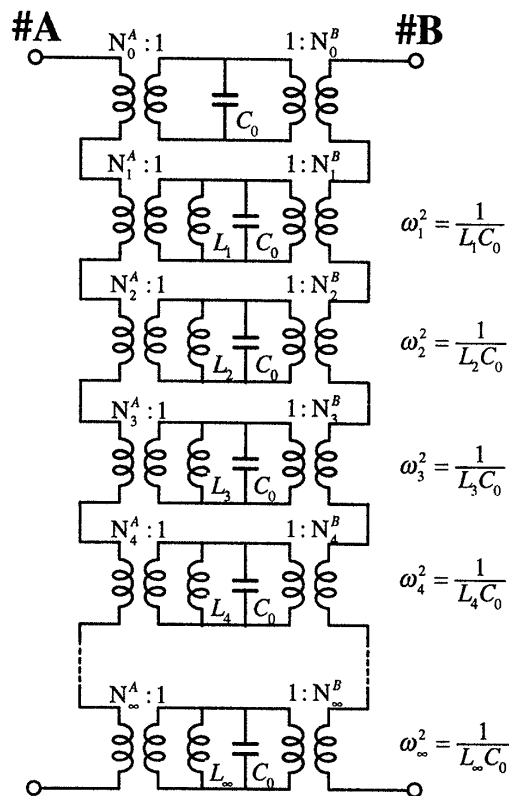
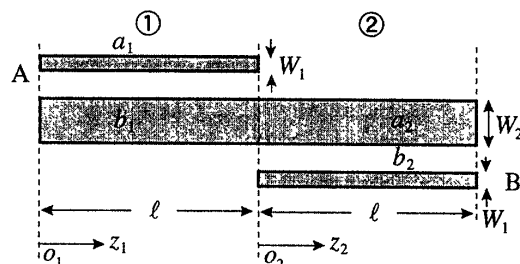
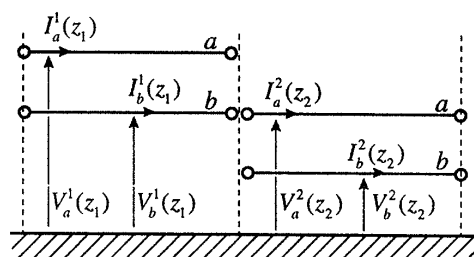


図4 側結合ストリップ線回路のフォスタ型等価回路



(a) 2 段側結合ストリップ線回路構造



$$v^1(z_1) = \begin{pmatrix} V_a^1(z_1) \\ V_b^1(z_1) \end{pmatrix}, \quad i^1(z_1) = \begin{pmatrix} I_a^1(z_1) \\ I_b^1(z_1) \end{pmatrix}, \quad v^2(z_2) = \begin{pmatrix} V_a^2(z_2) \\ V_b^2(z_2) \end{pmatrix}, \quad i^2(z_2) = \begin{pmatrix} I_a^2(z_2) \\ I_b^2(z_2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^1}{\partial z_1} &= -j\omega L^1 \cdot i^1 & \frac{\partial v^2}{\partial z_2} &= -j\omega L^2 \cdot i^2 \\ \frac{\partial i^1}{\partial z_1} &= -j\omega C^1 \cdot v^1 & \frac{\partial i^2}{\partial z_2} &= -j\omega C^2 \cdot v^2 \end{aligned}$$

$$L^1 = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}, \quad C^1 = \begin{bmatrix} C_1 & -C_c \\ -C_c & C_2 \end{bmatrix}, \quad L^2 = \begin{bmatrix} L_2 & M \\ M & L_1 \end{bmatrix}, \quad C^2 = \begin{bmatrix} C_2 & -C_c \\ -C_c & C_1 \end{bmatrix}$$

$$k^1 = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{C_c}{\sqrt{C_1 C_2}} = k, \quad k^2 = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{C_c}{\sqrt{C_1 C_2}} = k$$

(b) 等価伝送線路と線路定数・結合度

図5 2 段側結合ストリップ線路と等価伝送線路

(イ)  $\cos\theta = 0$  の場合  $\theta_n = \frac{\pi}{2} + n\pi$  ( $n = 0, 1, \dots$ )

$\sin\theta \neq 0$  となるので式(45)より

$$V_m^1 = -\frac{Y_{Cp}}{Y_{Cm}} V_p^1, \quad V_m^2 = \frac{Y_{Cp}}{Y_{Cm}} V_p^2, \quad V_p^2 = -V_p^1 \quad (46)$$

また、式(30)の正規化条件により次式を得る。

$$(V_p^1)^2 = \frac{Y_{Cm}}{Y_{Cp}} \cdot \frac{1}{Y_{Cp} + Y_{Cm}} \cdot \frac{1}{\ell} = \frac{Z_{Cp}^2}{Z_{Cp} + Z_{Cm}} \cdot \frac{1}{\ell} \quad (47)$$

正規化電圧固有モードは、式(44),(46),(48)および表1の変換行列を用いると、表2に示す結果が得られる。

(ロ)  $\sin\theta = 0$  の場合  $\theta_m = m\pi$  ( $m = 0, 1, \dots$ )

式(46)より次の関係が得られ、3個の自由度が存在すること

$$V_p^1 - V_m^1 = V_p^2 + V_m^2 \quad (48)$$

より3重の縮退モードが存在することがわかる。この3重の縮退モード間に式(26)の直交性が成立するように電圧分布を決め、更に正規化を施すと式(49)の関係が得られ、この場合の正規化固有モード電圧を表2にまとめる。

$$(\square - 1) V_p^1 = V_p^2, \quad (V_m^1 = V_m^2 = 0) \quad (V_p^1)^2 = \epsilon_m / (2Y_{Cp}\ell)$$

$$(\square - 2) V_m^1 = V_p^1, \quad V_m^2 = -V_p^2, \quad (V_p^1 - V_m^1 = V_p^2 - V_m^2 = 0) \\ V_p^2 = -V_p^1 \quad (V_p^1)^2 = \epsilon_m / [2(Y_{Cp} + Y_{Cm})\ell] \quad (49)$$

$$(\square - 3) V_m^2 = -V_m^1 \quad (V_p^2 = V_p^1 = 0) \quad (V_m^1)^2 = \epsilon_m / [2Y_{Cm}\ell]$$

①	②
$v_N^1(z_1) = \begin{pmatrix} V_p^1(z_1) \\ V_m^1(z_1) \end{pmatrix}, \quad i_N^1(z_1) = \begin{pmatrix} I_p^1(z_1) \\ I_m^1(z_1) \end{pmatrix}, \quad v_N^2(z_2) = \begin{pmatrix} V_p^2(z_2) \\ V_m^2(z_2) \end{pmatrix}, \quad i_N^2(z_2) = \begin{pmatrix} I_p^2(z_2) \\ I_m^2(z_2) \end{pmatrix}$	
$v_N^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha & \frac{1}{\alpha} \\ \alpha & -\frac{1}{\alpha} \end{pmatrix} v^1, \quad v_N^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & \alpha \\ \frac{1}{\alpha} & -\alpha \end{pmatrix} v^2$	
$i_N^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & \alpha \\ \frac{1}{\alpha} & -\alpha \end{pmatrix} i^1, \quad i_N^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha & \frac{1}{\alpha} \\ \alpha & -\frac{1}{\alpha} \end{pmatrix} i^2$	
$v^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} \\ \alpha & -\alpha \end{pmatrix} v_N^1, \quad v^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ \frac{1}{\alpha} & -\frac{1}{\alpha} \end{pmatrix} v_N^2$	
$i^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ \frac{1}{\alpha} & -\frac{1}{\alpha} \end{pmatrix} i_N^1, \quad i^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\alpha} \\ \alpha & -\alpha \end{pmatrix} i_N^2$	
$Z_{Cp}^1 = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} Z_n = Z_p, \quad Z_{Cp}^2 = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} Z_n = Z_p$	
$Z_{Cm}^1 = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} Z_n = Z_p, \quad Z_{Cm}^2 = \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} Z_n = Z_p$	
$Y_p = 1/Z_p, \quad Y_m = 1/Z_m, \quad \beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu}, \quad Z_n = \sqrt{L_2/C_1} = \sqrt{L_1/C_2} [\Omega]$	

表1 直交化等価回路と各段の変換行列

## 5.2 フォスタ型等価回路の導出

図5に示す2段側結合回路の正規化固有関数(表2)および固有値より、各モードの固有共振角周波数、理想変圧器の変圧比は、表2より表3のようにまとめられるので、対応したフォスタ型等価回路は図6となる。同図ではまた、対応した電圧固有モードも同時に示す。

また、回路のインピーダンス行列は、図6の等価回路また式(43)を用いて式(50)と与えられる。

$$Z = Z^A + Z^B$$

$$Z^A = -j \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_n^2} \cdot \frac{1}{2\alpha^2} \frac{(Z_{Cp} - Z_{Cm})^2}{Z_{Cp} + Z_{Cm}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z^B = -j \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_m^2} \cdot \frac{\epsilon_m}{4\alpha^2} (Z_{Cp} + Z_{Cm}) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ -j \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_m^2} \cdot \frac{\epsilon_m}{\alpha^2} \cdot \frac{Z_{Cp} Z_{Cm}}{Z_{Cp} + Z_{Cm}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

## 5.3 本手法の妥当性の確認

図5に示す2段側結合回路の入出力点でのインピーダンス行列(式(41))は、回路理論および図2(c)の正負モードの等価回路を用いて次式のように求まる。

$$Z^{AA} = Z^{BB} = -jn^2 \frac{Z_{Cp} - Z_{Cm}}{r} \cdot \frac{2r^2 \cos^2 \theta - 1}{\sin 2\theta}$$

$$Z^{AB} = Z^{BA} = -jn^2 \frac{Z_{Cp} - Z_{Cm}}{r} \cdot \frac{1}{\sin 2\theta}$$

①	②
$(\text{イ}) \text{ の場合 } \theta_n = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad (V_p^1)^2 = \frac{Z_{Cp}}{Z_{Cp} + Z_{Cm}} \frac{1}{\ell} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$	
$V_a^1 = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha} \frac{Z_{Cp} - Z_{Cm}}{Z_{Cp}} V_p^1 \cos \beta_n z_1, \quad V_a^2 = \frac{-\alpha}{\sqrt{2}} \frac{Z_{Cp} + Z_{Cm}}{Z_{Cp}} V_p^1 \cos \beta_n (\ell - z_2)$	
$V_b^1 = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \frac{Z_{Cp} + Z_{Cm}}{Z_{Cp}} V_p^1 \cos \beta_n z_1, \quad V_b^2 = \frac{-1}{\sqrt{2}\alpha} \frac{Z_{Cp} - Z_{Cm}}{Z_{Cp}} V_p^1 \cos \beta_n (\ell - z_2)$	
$(\text{ロ}) \text{ の場合 } \theta_m = m\pi, \quad V_p^1 - V_m^1 = V_p^2 + V_m^2 \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$	
$(\square - 1) V_p^2 = V_p^1, \quad V_m^2 = V_m^1 = 0, \quad (V_p^1)^2 = \epsilon_m / (2Y_{Cp}\ell)$	
$V_a^1 = (1/\sqrt{2}\alpha) V_p^1 \cos \beta_n z_1, \quad V_a^2 = (\alpha/\sqrt{2}) V_p^1 \cos \beta_n (\ell - z_2)$	
$V_b^1 = (\alpha/\sqrt{2}) V_p^1 \cos \beta_n z_1, \quad V_b^2 = (1/\sqrt{2}\alpha) V_p^1 \cos \beta_n (\ell - z_2)$	
$(\square - 2) V_m^1 = V_p^1, \quad V_m^2 = -V_p^2, \quad V_p^2 = -V_p^1, \quad (V_p^1)^2 = \epsilon_m / [2(Y_{Cp} + Y_{Cm})\ell]$	
$V_a^1 = (2/\sqrt{2}\alpha) V_p^1 \cos \beta_n z_1, \quad V_a^2 = 0$	
$V_b^1 = 0, \quad V_b^2 = -(2/\sqrt{2}\alpha) V_p^1 \cos \beta_n (\ell - z_2)$	
$(\square - 3) V_m^2 = -V_m^1, \quad V_p^2 = V_p^1 = 0, \quad (V_m^1)^2 = \epsilon_m / (2Y_{Cm}\ell)$	
$V_a^1 = (1/\sqrt{2}\alpha) V_m^1 \cos \beta_n z_1, \quad V_a^2 = -(\alpha/\sqrt{2}) V_m^1 \cos \beta_n (\ell - z_2)$	
$V_b^1 = -(\alpha/\sqrt{2}) V_m^1 \cos \beta_n z_1, \quad V_b^2 = (1/\sqrt{2}\alpha) V_m^1 \cos \beta_n (\ell - z_2)$	

表2 2段側結合回路の固有値・固有関数

$$\text{但し, } r = \frac{Z_{Cp} + Z_{Cm}}{Z_{Cp} - Z_{Cm}}, \quad n = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha}, \quad \theta = \beta\ell$$

したがって、式(51)の極は、 $\sin 2\theta = 0$ つまり  $2\theta = M\pi$  つまり  $\theta = M\pi/2$  ( $M$ :整数) となるので、5.2の結果と対応し易いように  $\theta_n = \frac{\pi}{2} + n\pi$  および  $\theta_m = m\pi$

( $n, m = 0, 1, 2, \dots$ ) に分離して、式(51)で関係項に極展開を施すと式(52)を得る。

$$\frac{2r^2 \cos^2 \theta - 1}{\sin 2\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_n^2} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m (2r^2 - 1)}{2} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_m^2}$$

$$\frac{1}{\sin 2\theta} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-\theta}{\theta^2 - \theta_n^2} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m}{2} \cdot \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_m^2} \quad (52)$$

式(52)の極展開を用いると式(51)のインピーダンス行列は次式となる。

$$Z = -jn^2 \frac{Z_{Cp} - Z_{Cm}}{r} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_n^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_m^2} \frac{\varepsilon_m}{2} r^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta}{\theta^2 - \theta_m^2} \frac{\varepsilon_m}{2} (r^2 - 1) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \quad (53)$$

式(53)の結果は式(50)の結果と一致することにより、固有モードの展開法の妥当性を確認することができる。

## 6. むすび

マイクロ波回路として頻繁に利用されるストリップ線側結合回路の電圧固有モードを求め、この固有モードで回路内の動作時の電圧分布を展開することにより、入出力端より見た回路のインピーダンス行列を求め、また、この行列に対応したフォスタ型等価回路を導出した。

更に、本手法の具体的な適用例として、2段側結合回路を取り上げ、この場合の固有モードおよびこれに基づいたフォスタ型等価回路を導出した。この結果は、回路理論より導いたインピーダンス行列の極展開と一致したことにより、ここで述べた手法の妥当性を確認した。

今後、この考え方を具体的な多段側結合回路およびその変形に適用し、回路の合理的な解析・合成に役立てたいと考えている。

	固有共振角周波数	理想変圧器の変圧比
イ	$\omega_n = (\frac{\pi}{2} + n\pi) / \sqrt{\varepsilon\mu}\ell$	$N_n^b = -N_n^a$ (奇), $(N_n^a)^2 = \frac{1}{2\alpha^2} \frac{(Z_{Cp} - Z_{Cm})^2}{Z_{Cp} + Z_{Cm}} \frac{1}{\ell}$
□	1	$N_n^b = N_n^a$ (偶), $(N_n^a)^2 = \frac{\varepsilon_n}{4\alpha^2} \frac{Z_{Cp}}{\ell}$
	2	$N_n^b = -N_n^a$ (奇), $(N_n^a)^2 = \frac{\varepsilon_n}{\alpha^2} \frac{Z_{Cp} Z_{Cm}}{Z_{Cp} + Z_{Cm}} \frac{1}{\ell}$
	3	$N_n^b = N_n^a$ (偶), $(N_n^a)^2 = \frac{\varepsilon_n}{4\alpha^2} \frac{Z_{Cm}}{\ell}$

表3 2段側結合回路の固有角共振周波数、変圧比

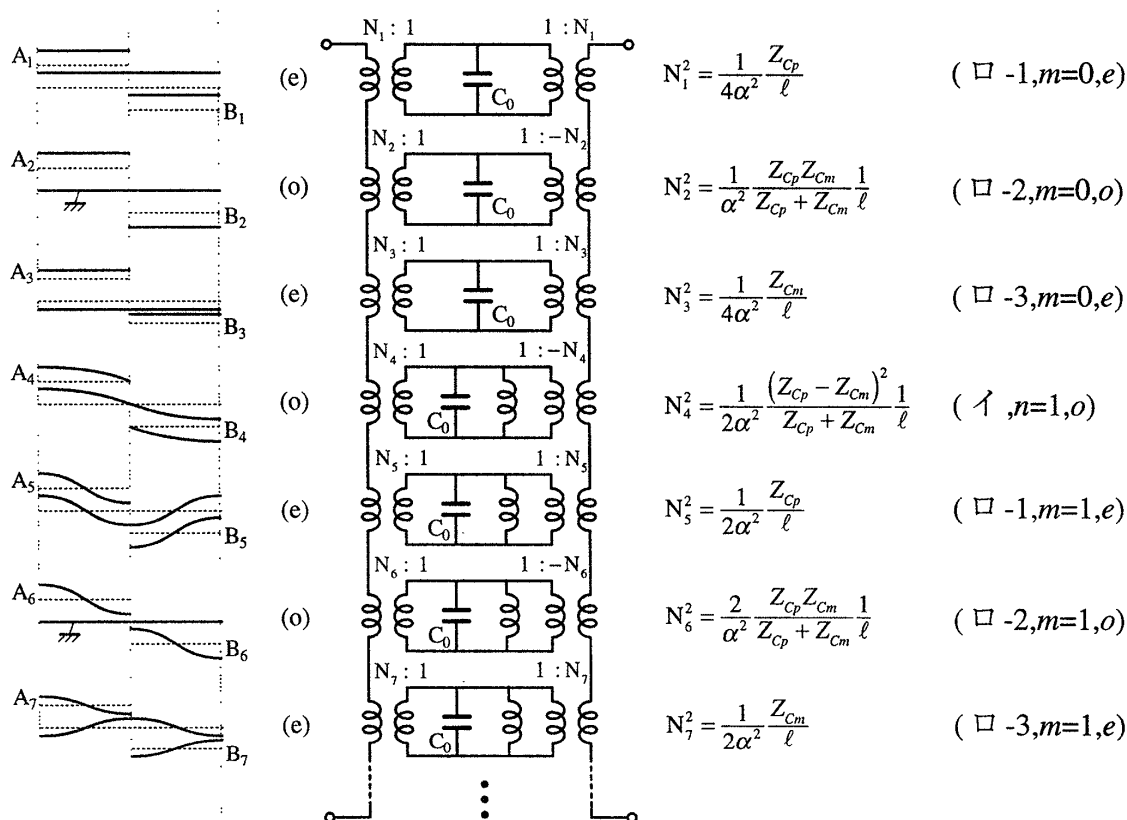


図6 2段側結合回路のフォスタ型等価回路