

チェビシェフ形帯域通過フィルタの フォスタ形等価回路の回路定数導出 - $Q_n \omega_n$ 表示 -

田中 徹 平岡 隆晴 許 瑞邦

神奈川大学工学部電気工学科

〒221 横浜市神奈川区六角橋3-27-1

TEL : 045(413)5739

E-mail: tanaka@kyolab3.cc4-4.kanagawa-u.ac.jp

あらまし

マイクロ波フィルタ回路を固有モード展開を用いて合成するとき必要となる、所要周波数特性を実現するフォスタ形等価回路の回路定数（任意の動作中心周波数、比帯域、リップル、負荷インピーダンスに対応した結合度、共振周波数）を具体的にチェビシェフ形帯域通過フィルタ（1, 2, 3, 5, 7段）に対して導出した。

キーワード 固有モード展開法 フォスタ形等価回路 回路定数 チェビシェフ形帯域通過フィルタ

Derivation of Foster-Type Equivalent Network Parameters for Chebyshev-Type Microwave Band-pass Filter with Q_n and ω_n

Tohru Tanaka Takaharu Hiraoka Hsu, Jui-Pang

Department of Electrical Engineering, Kanagawa University

3-27-1 Rokkakubashi, Kanagawa-ku, Yokohama, Kanagawa, 221 Japan

Phone: 045(413)5739

E-mail: tanaka@kyolab3.cc4-4.kanagawa-u.ac.jp

Abstract In the case where microwave filter is synthesized by normal mode expansion method, Foster-type equivalent network parameter (which are described by ω_n and Q_n) must be given. In this report how to derive the Foster-type network parameters for the Chebyshev-type microwave band pass filter is explained and this parameter are actually derived for 1, 2, 3, 5 and 7 stages. For even number stage network parameter are calculated with some approximation. Hence, realized frequency characteristics for even number stage case are a little different from the desired frequency characteristics. Derived equations which give the desired network parameters are summarized in the table.

key words Normal Mode Expansion Method Foster-type network Network parameter Chebyshev-type band pass filter

1. はじめに

マイクロ波フィルタ回路を固有モードの考え方で合成する場合、図1で所要周波数特性(a)を実現するフォスタ形等価回路(b)の回路定数を求めておく必要がある。ここでは具体的にチェビシェフ形帯域通過フィルタに対して任意の動作中心角周波数 ω_0 、比帯域 r 、リップル $\alpha_p(k)$ 、負荷インピーダンス Z_0 に対応した結合 Q_n 、共振周波数 ω_n を求めたので報告する。

2. フォスタ形等価回路導出の考え方

図1(a)に示すチェビシェフ形帯域通過フィルタ式(1)表示される

$$|S_{21}|^2 = \left[1 + k^2 T_N^2 \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right) \right]^{-1}$$

$$T_N(x) = \cos(n \cos^{-1} x) \quad (1)$$

(A) 奇数段の回路に対しては表1のステップに従って対称形2開口インピーダンス行列が得られ、この行列式に極展開を施すことにより式(2)が得られる。

$$\frac{Z}{Z_0} = -j \sum \frac{1/Q_n}{(\omega/\omega_n - \omega_n/\omega)} \begin{bmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

これによりチェビシェフ形帯域通過フィルタのフォスタ形等価回路の回路定数 ω_n 、 Q_n が得られる。

(B) 偶数段の回路に対しては、まず回路の対称性を得るためにインバータ回路を用い、対称性のとれた回路にして2開口インピーダンス行列を求める。そのうえでインピーダンス行列式に近似的に極展開を施すことにより奇数段と同様に式(2)が近似的に得られる。

なお、図1(b)の理想変圧器の所要結合度 n_n は

$$n_n^2 / C_n = (\omega_n / Q_n) \cdot Z_0$$

で与えられる。

3. 多段チェビシェフ形帯域通過フィルタの回路定数の具体的な導出

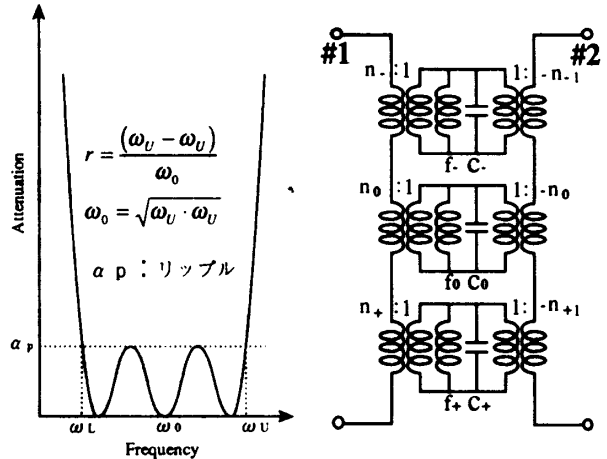
フォスタ形等価回路の回路定数を具体的に導出する。奇数段に対しては、2で述べた考え方で正確に求められるので3段の例を、また、偶数段に対しては近似的な取り扱いが必要となるので2段の例について具体的な導出法を説明する。

(A) 奇数段の場合 (3段の例)

3段の場合は $n=3$ とし式(1)を使用すれば所要周波数特性は

$$|S_{21}|^2 = \left[1 + k^2 \{4x^3 - 3x\}^2 \right]^{-1} \quad x = \frac{1}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (3)$$

式(3)となり、これに対しインピーダンス行列を表1に従って求めると次式を得る。



(a) チェビシェフ形帯域通過 (b) フォスタ形等価回路フィルタ希望周波数特性

図1 固有モード展開による合成 (3段)

$$\frac{Z_{11}}{Z_0} = \frac{Z_{22}}{Z_0} = \frac{S_e + K_e}{S_o - K_o} = \frac{8akX^2 + 1}{8kX^3 + \left(4ka^2 + \frac{1}{a} + 3k\right)X}$$

$$\frac{Z_{12}}{Z_0} = \frac{Z_{21}}{Z_0} = \frac{1}{S_o - K_o} = \frac{1}{8kX^3 + \left(4ka^2 + \frac{1}{a} + 3k\right)X}$$

$$X = \frac{1}{r} \left(\frac{S}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{S} \right), S = j\omega, a = \sinh \left[\frac{1}{3} \ln \left\{ \sqrt{\frac{1}{k^2} + 1} + \frac{1}{k} \right\} \right] \quad (4)$$

この行列式を式(2)のような形にし、Qの値を導出するために ω において極展開をすると、式(5)になる。

$$\frac{Z_{11}}{Z_0} = \frac{Z_{22}}{Z_0} = -j \left\{ \frac{\frac{ar/2}{\left(\sqrt{\frac{r^2}{4ka} + 4}\right)}}{\left(\frac{\omega}{\omega_-} - \frac{\omega_-}{\omega}\right)} + \frac{ar/2}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} + \frac{\frac{ar/2}{\left(\sqrt{\frac{r^2}{4ka} + 4}\right)}}{\left(\frac{\omega}{\omega_+} - \frac{\omega_+}{\omega}\right)} \right\} \quad (5)$$

$$\frac{Z_{12}}{Z_0} = \frac{Z_{21}}{Z_0} = -j \left\{ \frac{\frac{-ar/2}{\left(\sqrt{\frac{r^2}{4ka} + 4}\right)}}{\left(\frac{\omega}{\omega_-} - \frac{\omega_-}{\omega}\right)} + \frac{ar/2}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} + \frac{\frac{-ar/2}{\left(\sqrt{\frac{r^2}{4ka} + 4}\right)}}{\left(\frac{\omega}{\omega_+} - \frac{\omega_+}{\omega}\right)} \right\}$$

したがって、チェビシェフ形帯域通過形フィルタ3段におけるフォスタ形等価回路回路定数 ω 、Qは

表1: インピーダンス行列導出

$ S_{21} ^{-2} \equiv 1 + K(s)K(-s) \equiv S(s)S(-s)$ $K(s) = K_e(s) + K_o(s) \quad S(s) = S_e(s) + S_o(s)$ $Z_{11} = Z_{22} = Z_0 \frac{S_e + K_e}{S_o - K_o}$ $Z_{12} = Z_{21} = Z_0 \frac{1}{S_o - K_o} \quad s = j\omega$
--

$$Q_0 = 2/ar \quad Q_{\pm} = 2\sqrt{\frac{r^2}{4ka} + 4}/ar$$

$$\frac{\omega_{\pm}}{\omega_0} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{r^2}{4ka} + 4} \pm \frac{r}{2\sqrt{ka}} \right) a = \sinh \left[\frac{1}{3} \ln \left\{ \sqrt{\frac{1}{k^2} + 1} + \frac{1}{k} \right\} \right]$$

となる。また、1, 5, 7段においても同様に計算することができ、各奇数段の回路定数を求めまとめると、表2のようになる。但し、7段の回路定数に関しては、固有値が陽関数として導出できなかったため、計算機による計算結果を用いている。

偶数段 (2段の例)

2段の場合については、まず回路に対称性を持たせるために、図2に示すように、2段の回路にインバータ回路をもちいる。この対称性を持った回路に対してインピーダンス行列を求める。まずF行列は

$$F = \begin{pmatrix} -X\omega g_1 & jX \\ -\frac{1}{jX} - jX\omega^2 g_1^2 & -X\omega g_1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

となり、これよりインピーダンス行列は

$$\frac{Z_{11}}{Z_0} = \frac{Z_{22}}{Z_0} = -\frac{j}{2g_1} \left(\frac{1}{\omega + \frac{1}{g_1 X}} + \frac{1}{\omega - \frac{1}{g_1 X}} \right) \quad (7)$$

$$\frac{Z_{12}}{Z_0} = \frac{Z_{21}}{Z_0} = -\frac{j}{2g_1} \left(\frac{1}{\omega + \frac{1}{g_1 X}} - \frac{1}{\omega - \frac{1}{g_1 X}} \right)$$

式(7)に示すように導出される。この行列式を(2)のような形にし、Qの値を導出するために式(7)において ω を

$$\omega = \frac{1}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

とおくと、式(7) Z_{11} の第1項は

$$-\frac{j r \omega_0 \omega}{2g_1} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \frac{r}{g_1 X} \omega_0 \omega - \omega_0^2} \quad (8)$$

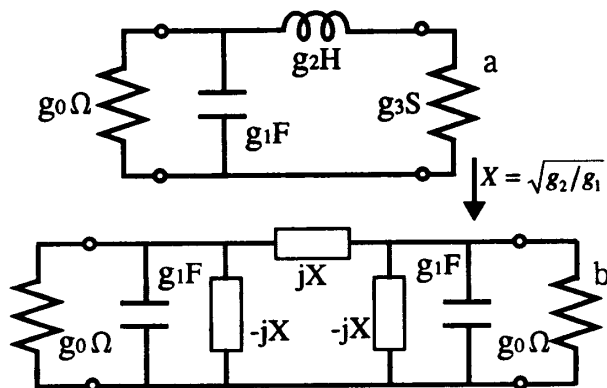


図2 インバータ回路による変換

と表すことが出来る。Z₁₁の第2項に対しても同様に計算を行い、1部近似計算を用い極展開を施すと式(9)の様なる。したがって、チェビシェフ形帯域通過形フィルタ2段におけるフォスタ形等価回路回路定数Qは式(10)となり、表2のようにまとめられる。

$$\frac{Z_{11}}{Z_0} = \frac{Z_{22}}{Z_0} = -j \left\{ \frac{\frac{X}{\sqrt{1 + \left(\frac{2g_1 X}{r}\right)^2}}}{\left(\frac{\omega}{\omega_-} - \frac{\omega_-}{\omega}\right)} + \frac{\frac{X}{\sqrt{1 + \left(\frac{2g_1 X}{r}\right)^2}}}{\left(\frac{\omega}{\omega_+} - \frac{\omega_+}{\omega}\right)} \right\} \quad (9)$$

$$\frac{Z_{12}}{Z_0} = \frac{Z_{21}}{Z_0} = -j \left\{ \frac{\frac{X}{\sqrt{1 + \left(\frac{2g_1 X}{r}\right)^2}}}{\left(\frac{\omega}{\omega_-} - \frac{\omega_-}{\omega}\right)} - \frac{\frac{X}{\sqrt{1 + \left(\frac{2g_1 X}{r}\right)^2}}}{\left(\frac{\omega}{\omega_+} - \frac{\omega_+}{\omega}\right)} \right\}$$

$$Q_{\pm} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{2g_1 X}{r}\right)^2}}{X} \quad X = \sqrt{g_2/g_1}$$

$$\frac{\omega_{\pm}}{\omega_0} = \frac{r}{2g_1 X} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2g_1 X}{r}\right)^2} \pm 1 \right\} \quad (10)$$

偶数段に対しては、現在の所、2段の回路定数しか導出は行っていないが、2段以降の偶数段に対しても同様の考え方によって、 ω_n , Q_n を導出することが出来る。

4. 2段の近似計算について

奇数段の場合には正確に回路定数を導出する事が出来るが、偶数段の回路定数の導出では一部近似計算がある。その結果として、回路定数 ω_n , Q_n から計算を行った実現周波数特性と所望周波数特性との間に多少の差が生じる。図3に2段の回路定数 ω_n , Q_n より求めた周波数特性と所望周波数特性とを比較したものを示す。これは中心周波数3GHz, リップル0.1dB, 比帯域30%, 20%, 10%, のものである。図3を見れば分かるとおり、近似的取り扱いを用いているため、実現特性と所望特性の間には多少の差が現れていることがわかる。しかし、比帯域を30%から10%と狭めていくと実現特性と所望特性との差が小さくなる。また、比帯域10%の特性に関して言えば実現特性と所望特性との差は通過域においてはほぼ無くなっていることが分かる。この事からも、2段の回路定数は一部近似的取り扱いを用いているが、比帯域10%以下の狭帯域では有効に動作しているといえる。

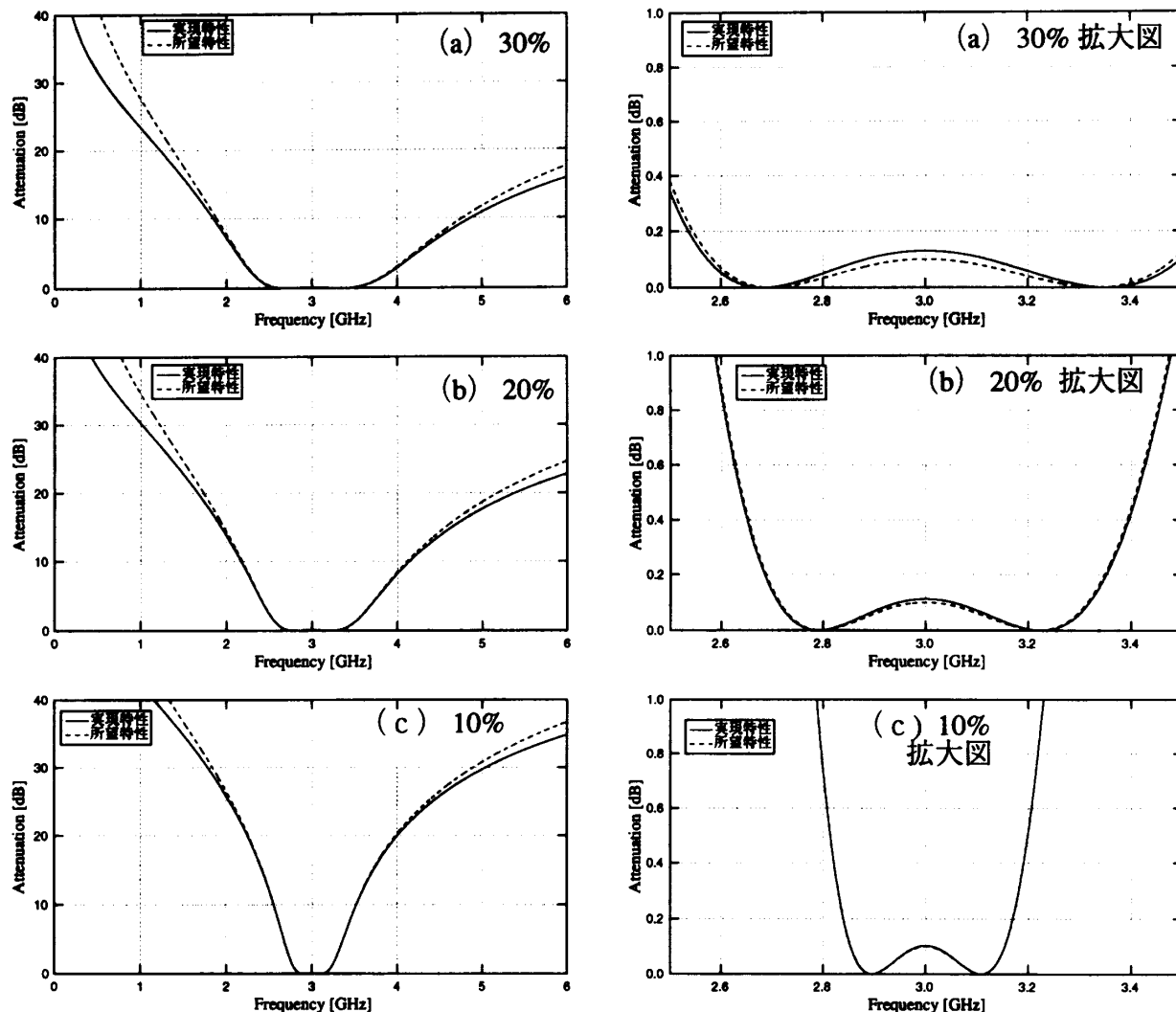


図3 回路定数から求めた周波数特性 2段3GHz リップル0.1dB

5. 比帯域-回路定数特性

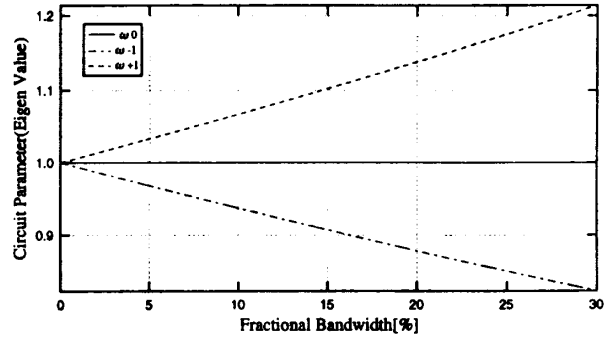
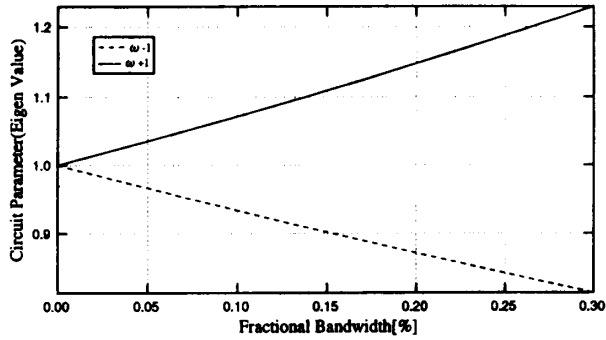
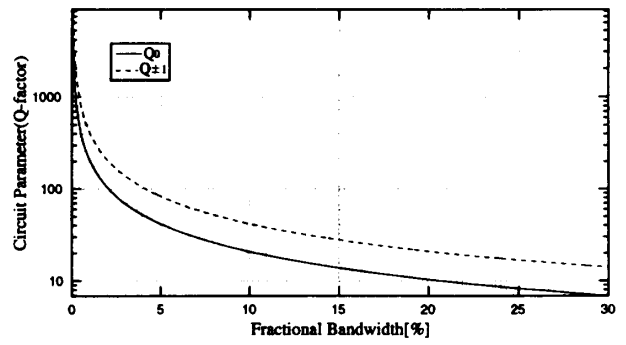
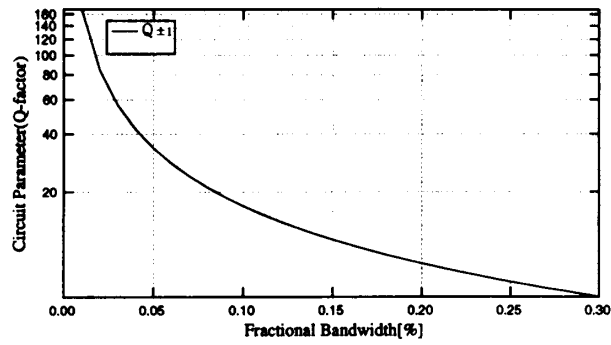
2, 3, 5, 7段, リップル0.1dBにおける回路定数 ω_n , Q_n の比帯域に対する特性を図4に示す。結合 Q は比帯域が大きくなるにつれ小さくなっているが、これは、結合度 n が大きくなっていることを意味している。

6. むすび

マイクロ波フィルタ回路を固有モードの考え方で合成する場合必要となるフォスタ形等価回路の回路定数を具体的にチェビシェフ形帯域通過フィルタに対して任意の動作中心角周波数 ω_0 , 比帯域 r , リップル $\alpha_p(k)$, 負荷インピーダンス Z_0 に対応した結合 Q_n , 共振周波数 ω_n を求め, 1, 2, 3, 5, 7段までについてまとめた。また, 偶数段における近似的取り扱い, 2段の場合について検討した。今後, 多段の回路定数を求めると共に, 具体的なマイクロ波フィルタ回路を合成する予定である。

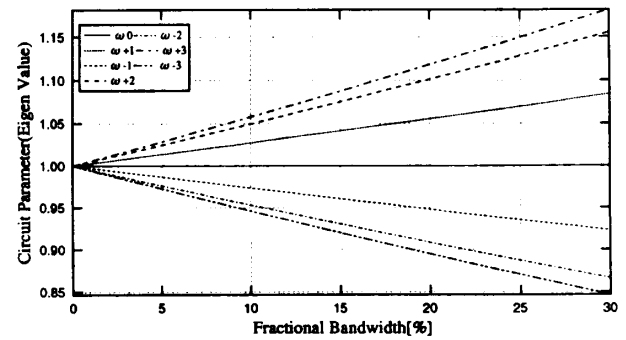
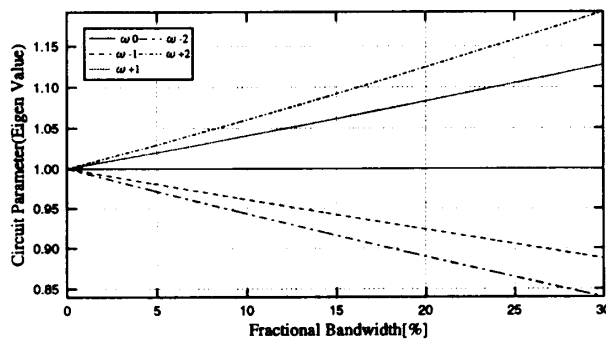
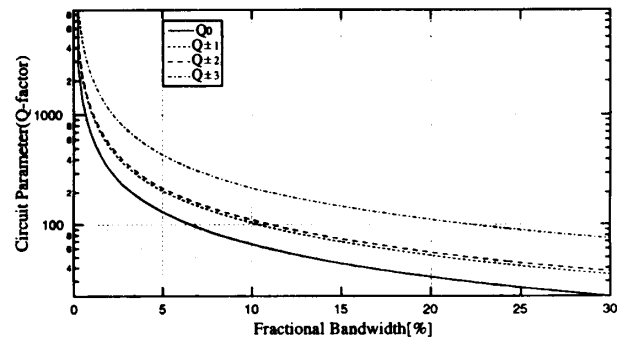
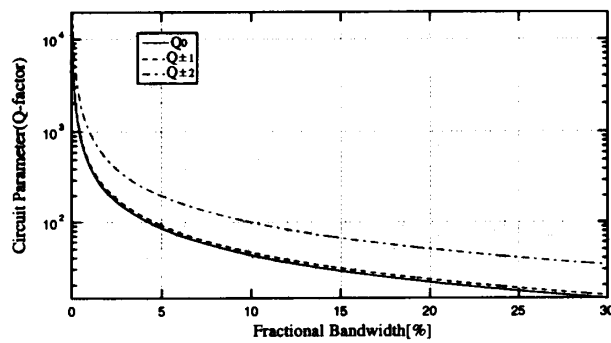
参考文献

- [1]Hsu,Jui-pang,T.Anada,H.Tsubaki,Y.Migita,K.Nagashima "Synthesis of Planar Microwave Band-Pass Filter -based on Foster-type network and Normal Mode Expansion Method-"1992 IEEE/MTT-S Digest DD-4 pp1199~1202
- [2]許 瑞邦, 穴田 哲夫"フィルタ回路のフォスタ形等価回路の回路定数表示-結合 Q_n , 共振周波数 f_n に依る-"1992年電子情報通信学会春季大会 No.C-115
- [3]許 瑞邦, 田中 徹"チェビシェフ形帯域通過フィルタのフォスタ形等価回路回路定数の導出-結合 Q_n , 共振周波数 f_n による-"1995年電子情報通信学会秋季大会 No.C-96
- [4]田中 徹, 許 瑞邦"伝送線路スタブ形帯域通過フィルタの設計-チェビシェフ形帯域通過フィルタ3段の場合-"1996年電子情報通信学会総合全国大会 No.C-113



(a) 2 段

(b) 3 段



(c) 5 段

(d) 7 段

図 4 比帯域-回路定数特性 リップル0.1 d B

表2：フオスタ形等価回路の回路定数

Pole	Foster-type Network	2 port impedance matrix	Circuit parameter
1		$\frac{Z}{Z_0} = -j \frac{YQ_0}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$Q_0 = \frac{2k}{r}$
2		$\frac{Z}{Z_0} = -j \frac{YQ_0}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$Q_0 = \frac{2}{ar}$ $Q_{s1} = \frac{2\sqrt{4 + \frac{4ka}{ar}}}{ar}$ $\frac{\omega_A}{\omega_0} = \frac{1}{2} \left\{ 4 + \frac{r}{4ka} + \frac{r}{2\sqrt{ka}} \right\}$ $\therefore a = \sinh \left[\frac{1}{3} \operatorname{arsh} \left\{ \sqrt{\frac{r}{k}} + 1 + \frac{1}{k} \right\} \right]$ $k = \sqrt{10^{a/r} - 1}$
3		$\frac{Z}{Z_0} = -j \frac{YQ_0}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$Q_0 = \frac{4Ck}{r}$ $Q_{s1} = \frac{32k}{r^2} \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right) \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right) \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right)$ $Q_{s2} = \frac{32k}{r^2} \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right) \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right) \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right)$ $\omega_{s3} = \frac{\pm Z_0 r + \sqrt{Z_0^2 r^2 + 4}}{2}$ $\frac{\omega_{s3}}{\omega_0} = \frac{\pm Z_0 r + \sqrt{Z_0^2 r^2 + 4}}{2}$ $\therefore Z_1 = \sqrt{\frac{-B - \sqrt{B^2 - 36C}}{16}}$ $Z_2 = \sqrt{\frac{-B + \sqrt{B^2 - 36C}}{16}}$ $B = (4Q + \sqrt{5})a^2 + 10$ $C = 4(\sqrt{5} + 1)a^4 + (5 + 3\sqrt{5})a^2 + 5/2$ $a = \sinh \left[\frac{1}{5} \operatorname{arsh} \left\{ \sqrt{\frac{r}{k}} + 1 + \frac{1}{k} \right\} \right]$ $k = \sqrt{10^{a/r} - 1}$
5		$\frac{Z}{Z_0} = -j \frac{YQ_0}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$Q_0 = \frac{128Ck}{r}$ $Q_{s1} = \frac{128Ck}{r^2} X_1 X_2 X_3 \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right) \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right) \left(\frac{\omega_{s1} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s1}} \right)$ $Q_{s2} = \frac{128Ck}{r^2} X_1 X_2 X_3 \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right) \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right) \left(\frac{\omega_{s2} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s2}} \right)$ $Q_{s3} = \frac{128Ck}{r^2} X_1 X_2 X_3 \left(\frac{\omega_{s3} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s3}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s3} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s3}} \right) \left(\frac{\omega_{s3} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s3}} \right)$ $\times \left(\frac{\omega_{s3} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s3}} \right) \left(\frac{\omega_{s3} - \omega_0}{\omega_0 \omega_{s3}} \right)$
7		$\frac{Z}{Z_0} = -j \frac{YQ_0}{\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$C = \frac{1}{2} \{ a^2(2(Q+P+D)+1) + a^2(2(Q-T+Q-R+S+O+S+Q+P+R+P-T)+R+S+T) \}$ $+ a^2(2(O-T-S+Q-R+S+P-R-T)+S+R+S-T+R-T+R-S-T + \frac{1}{Q})$ $\sin \frac{1}{4} \pi = O, \sin \frac{3}{4} \pi = P, \sin \frac{5}{4} \pi = Q$ $\cos \frac{1}{4} \pi = R, \cos \frac{3}{4} \pi = S, \cos \frac{5}{4} \pi = T$ $X_1, X_2, X_3 : \text{計算値による値}$