

ストリップ線角斜め切断直角曲がりの広帯域周波数特性の計算 — フォスタ型等価回路に基づいて —

許 瑞邦 平岡 隆晴 田部井 康

神奈川大学工学部電気工学科
〒 221-8686 横浜市神奈川区六角橋 3-27-1
TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915
E-mail : kyo@kyolab3.cc4-4.kanagawa-u.ac.jp

あらまし ストリップ線直角曲がりは、マイクロ波集積回路の実現に当たって重要な素子であり、既に、2次元近似あるいは3次元の取り扱い方が提案され実行されている。この直角曲がりに適当な切断を入れることにより電力透過特性が改善されていることがよく知られている。この曲がり部分の適切な切断量を解析的に決めるのは難しく、現在では、シミュレーションソフト、又は、実験により決められている。ここでは、ストリップ線直角曲がりを平面回路モデルとフォスタ型等価回路の考えに基づいて解析し、電力透過特性を求め、その実現帯域との関係から最適切断量を検討した。更に、すでに解析されている角正方形切断直角曲がりの解析結果と比較解析した。

キーワード ストリップ線, 多線条伝送線路, 理想変圧器, フォスタ型等価回路, 最適カット

Calculation of wide band frequency characteristics for stripline slantwise corner-cut right-angle bend - Based on Foster-type-equivalent network -

Hsu, Jui-Pang Takaharu Hiraoka Yasushi Tabei

Department of Electrical Engineering, Kanagawa University
3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221 Japan
TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915
E-mail : kyo@kyolab3.cc4-4.kanagawa-u.ac.jp

Abstract Stripline right-angle bend is an important microwave component for microwave circuit integration. So far, two dimensional approximation or three dimension treatment has been proposed and practically applied for analysis of these structures. It is well known that power transmission characteristics can be improved by cutting appropriately the corner of this bend section. The appropriate cut for the bend section has been practically determined by microwave software (electromagnetic field simulator) or experimental method. In order to treat this problem analytically and exactly, the method based on 2D planer circuit model and the equivalent network based on eigen-mode expansion method is proposed here; the power transmission characteristics are calculated, and the optimum cut is investigated and discussed through these analysis. Moreover, these results are compared with that of square-shaped coner-cut right-angle bend.

key words stripline, multi-transmission line, ideal transformer, Foster-type-equivalent network, optimum cut

1.はじめに

図1.aに示すストリップ線直角曲がりは、マイクロ波回路の集積化に当って重要な素子であり、既に図2に示す実効巾近似による平面回路モデルで等価回路定数¹及び周波数特性が計算されている。更に、この直角曲がりの周波数特性を改善するために図1(b),(c)に示すように曲がり部分に適切な切断をいれた形状、又は、(d)に示すように45°の曲がりを2回組み合わせた形状が実用に供されている。各場合に対しての適切な切断量を解析的に求めるのは難しく、現状では、シミュレーションソフト及至実験的に決められている。今後、より高精度の形状設計、形状相互間の性能比較が必要になるので、豊富な計算機資源を積極的に利用した解析ソフトを開発・適用するのが有利である。己に、任意形状平面回路に対して、導波路部分と接合部分に分け、各部分に対して固有モード展開法を適用することにより、図3に示す等価回路が得られることを示し、この等価回路に基づいて、図1(b)に示す角正方形切断直角曲がりの切断量に対する透過特性を計算し、その最適切断量を検討した。

今回は、同じ考え方を図1(c)に示す角斜め切断直角曲がりに適用して、切断量に対する透過特性を計算し、最適切断量を検討した。更に、角斜め切断の形状は、図1(b)に示す角正方形切断直角曲がりと比較して良好な特性が得られる点及び他文献の結果との比較も行った。

2.固有モード展開に基づく等価回路

図1(c)に示す角斜め切断直角曲がりは、図2に示す実効巾近似を行うことにより、図3(a)に示すように境界が磁気壁となっている2次元平面回路として取り扱うことができる。この場合の入出力特性は、次の平面回路方程式を与えられた条件下で直接解くことも可能であるが、

$$\begin{cases} \text{grad}V = -j\omega\mu\mathbf{J} \\ \text{div}\mathbf{J} = -j\frac{\omega\epsilon}{d}V \end{cases} \quad (1)$$

ここでは、図3(a)に示すように直角曲がりを平面導波路部と平面接合部に分解し、各部分に固有モード展開法を適用することにより前者より等価多線条伝送線路が後者よりフォスタ形等価回路が得られる。これを具体的に図示すると同図(b)の如くなり、ベクトル(行列)表示で簡略化すると同図(c)に示す等価回路が得られる。

2.1 平面導波路部の等価回路の回路定数

i番目の平面導波路p番目の固有モードのモード伝搬定数、モード特性インピーダンスは次式で与えられる。

$$r_p^i = \sqrt{\left(\frac{p\pi}{W^i}\right)^2 - k^2}, Y_{cp}^i = \frac{j\omega\mu}{r_p^i} \cdot \frac{d}{W} (s), k^2 = \omega^2\epsilon\mu \quad (2)$$

この際、固有伝送モード巾関数、次式になる。

$$f_p^i(z^i) = \sqrt{\epsilon_p} \cos \frac{p\pi s^i}{W^i} \equiv C_p \left(\frac{s^i}{W^i} \right) \quad (3)$$

2.2 平面接合部のフォスタ形等価回路の回路定数

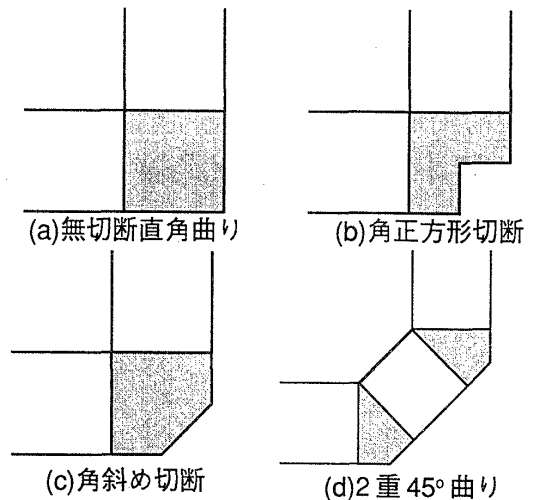


図1. ストリップ線直角曲がりの形状例

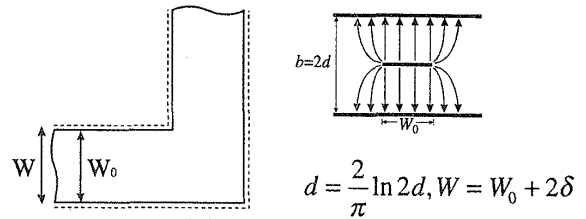


図2. ストリップ線直角曲がりの平面回路モデル

表1に示す平面接合部の固有モードより、図3(b)に示す平面接合部のフォスタ形等価回路での各並列共振器の C_n, L_n 並列角共振周波数 ω_n は式(4)となり、

$$C_0 = \epsilon \frac{S}{d} (F), L_n = \frac{1}{C_0 \omega_n^2} = \frac{\epsilon\mu}{C_0 k_n^2} (H), \omega_n^2 = \frac{k_n^2}{\epsilon\mu} \quad (4)$$

この並列共振器が示すインピーダンスは式(5)となる。

$$Z_n = \left(j\omega C_0 + \frac{1}{j\omega L_n} \right)^{-1} = \frac{1}{jC_0} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} [\Omega] \quad (5)$$

このn番目の固有モードに対応した並列共振器(C_n, L_n)とi番目の導波路のp番目の伝送モードとの変圧比で表現された結合度は平面回路の固有モードと導波路の固有伝送モードとの重ね合わせ積分式(6)と与えられる。

$$n_{np}^i = \frac{1}{W^i} \int_0^{W^i} \psi_n(x, y) f_p^i(s^i) ds^i \quad (6)$$

2.3 回路方程式の行列表示⁷

実際の回路計算の整理とソフト化に当たって行列表示を行うと、式全体の見通しがよい上、式を実行するソフト作成上も便利である。今、開口1,2でのモード電圧・電流縦行列及び開口間モードインピーダンス行列を(8)の如く定義すると電圧・電流間の関係式は式(7)となる。

$$\begin{cases} \mathbf{v}^1 = \mathbf{Z}^{11}\mathbf{i}^1 + \mathbf{Z}^{12}\mathbf{i}^2 \\ \mathbf{v}^2 = \mathbf{Z}^{21}\mathbf{i}^1 + \mathbf{Z}^{22}\mathbf{i}^2 \end{cases} \quad (7)$$

但し、

$$\mathbf{v}^i = \begin{pmatrix} V_0^i \\ V_1^i \\ \vdots \\ V_\infty^i \end{pmatrix}, \mathbf{i}^i = \begin{pmatrix} I_0^i \\ I_1^i \\ \vdots \\ I_\infty^i \end{pmatrix}, \mathbf{Z}^{ij} = \begin{pmatrix} Z_{00}^{ij} & \cdots & Z_{0\infty}^{ij} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\infty 0}^{ij} & \cdots & Z_{\infty\infty}^{ij} \end{pmatrix} \quad (8)$$

所で、図3(b)の等価回路で接合回路のn番目の固有

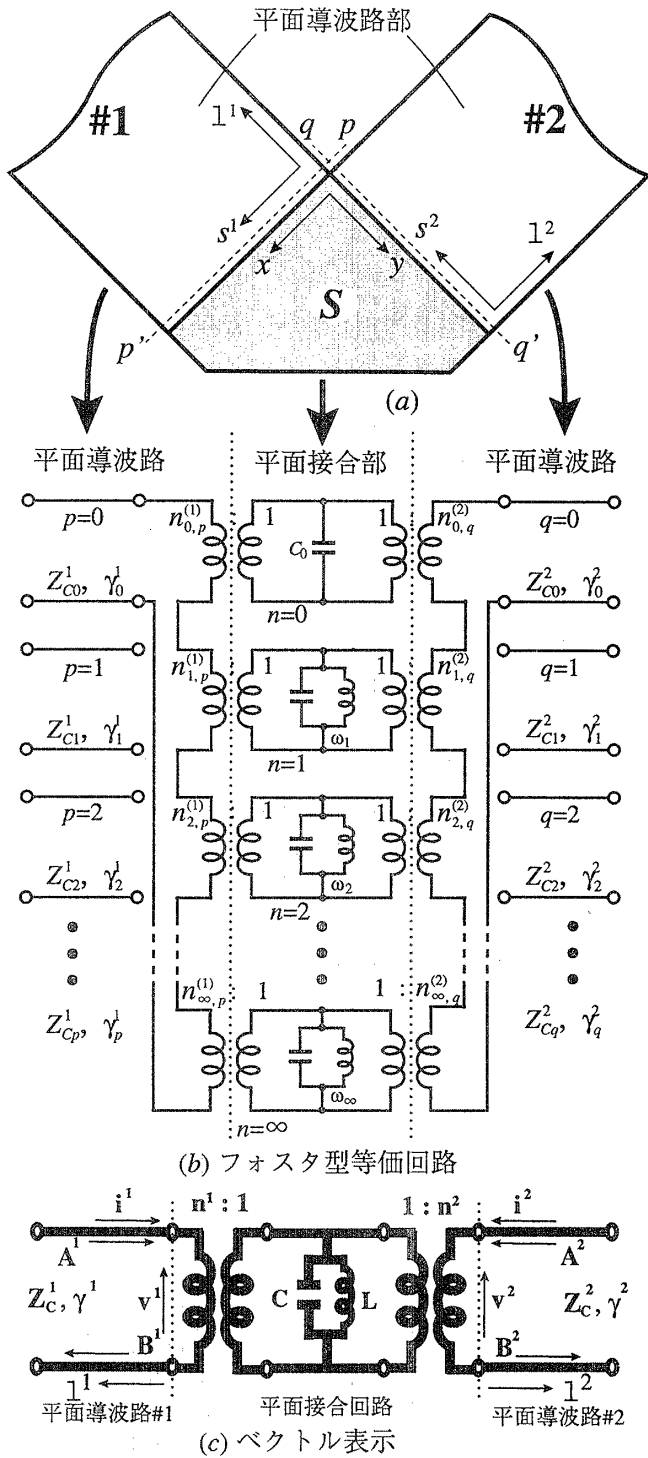


図3. 角斜め切断直角ベンドとその等価回路

表1. 平面回路の固有関数系

$$\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial y^2} + k_n^2 \psi_n(x, y) = 0$$

但し、 $\nabla_t \psi_n \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \psi_n}{\partial n} = 0$ (開放境界)

$$k_0 = 0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \dots \quad (\text{正規直交系})$$

$$\frac{1}{S} \iint_S \psi_n(x, y) \psi_m(x, y) dx dy = \delta_{nm}$$

モードに対応した並列共振の端子電圧・端子電流を V_n, I_n とすると、この回路は理想変圧器を介して外部伝送線路の伝送線路モード電圧・モード電流と次のように関係している。但し、 $(n=0 \dots \infty) (i=1, 2, p=0 \dots \infty)$

$$I_n = \sum_{i=1}^2 \sum_{p=0}^{\infty} n_{np}^i I_p^i, \quad V_p^i = \sum_n n_{np}^i V_n \quad (9)$$

並列共振器の電圧・電流に関する行列及び開口よりフォスタ型等価回路の変圧比行列を式(10)と定義すると、

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} V_0 \\ \vdots \\ V_{\infty} \end{pmatrix}, \mathbf{i} = \begin{pmatrix} I_0 \\ \vdots \\ I_{\infty} \end{pmatrix}, \mathbf{n}^i = \begin{pmatrix} n_{00}^i & \dots & n_{0\infty}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{\infty 0}^i & \dots & n_{\infty \infty}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (n_0^i)^t \\ \vdots \\ (n_{\infty}^i)^t \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\text{但し、} (n_n^i)^t = (n_{n0}^i, n_{n1}^i, \dots, n_{n\infty}^i) \quad (11)$$

式(9)の関数は次の行列式に表示できる。

$$\mathbf{i} = \mathbf{n}^i \mathbf{i}^i + \mathbf{n}^i \mathbf{i}^2, \mathbf{v}^i = (\mathbf{n}^i)^t \mathbf{v} \quad (i=1, 2) \quad (12)$$

この関係式を用いると式(8)で示す開口間モードインピーダンスは次式で与えられる。

$$\mathbf{Z}^j = (\mathbf{n}^j)^t \mathbf{Z} \mathbf{n}^j = \sum_n \mathbf{Z}_n (\mathbf{n}_n^j)^t (\mathbf{n}_n^j) \quad (13)$$

$$\text{但し、} \mathbf{Z} = \text{diag}(Z_0, Z_1, \dots, Z_{\infty}) \quad (14)$$

又、式(7)は式(15)と表示され、

$$\begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}^{11} & \mathbf{Z}^{12} \\ \mathbf{Z}^{21} & \mathbf{Z}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

全開口モード電圧縦行列、電流縦行列 $\mathbf{v}_T, \mathbf{i}_T$ を定義し、式(15)での全開口モードインピーダンス行列を \mathbf{Z}_T とすると、式(15)は式(16)と整理される。

$$\mathbf{v}_T = \mathbf{Z}_T \mathbf{i}_T \quad (16)$$

この際の \mathbf{Z}_T は式(15)より式(10)の変圧比行列を用いて式(17)と表現される。

$$\mathbf{Z}_T = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}^{11} & \mathbf{Z}^{12} \\ \mathbf{Z}^{21} & \mathbf{Z}^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{n}^1)^t \\ (\mathbf{n}^2)^t \end{pmatrix} \mathbf{Z} (\mathbf{n}_1 \quad \mathbf{n}_2) = \mathbf{n}_T^t \mathbf{Z} \mathbf{n}_T \quad (17)$$

2.4 本等価回路での問題点

本等価回路での問題点は、図3の等価回路で無限個のモード対応伝送線路及び無限個の平面回路モード対応並列共振器を取り扱うわけにいかないため、有限個で近似せざるを得ない。ここでは、伝送線路のモードをP次まで、平面回路のモードをN次まで考慮することにする。

3. 固有モードの計算及び等価回路定数の計算

3.1 固有モードの計算法と計算結果^{8,9)}

ここでは、図4(a)に示す角斜め切断正方形平面回路を図4(b)に示すように階段近似し、各ステップを巾広伝送線路モデルで表現することにより、対応した多線条伝送線路等価回路が多開口理想変圧器で多段結合した等価回路が得られる^{8,9)}。この等価回路の固有回路方程式を立てることにより、角斜め切断正方形平面回路の固有値と固有関数を求めることができる。ここでは、切断率を $C=(c/a)$ を0~1.2まで変化させたときの固有値の変化の様子

と $C=0.86$ での低次に固有関数を図5(a),(b)に示す。ここでは、 $k_n a=18$ までの固有モードの固有値を表示した。

3.2 等価回路定数の計算

3.1で求めた固有モードを用いて(2,2)で述べた回路定数を求めることができる。ここでは、最適切断率と考えられる $C=0.86$ での固有値及び結合度を表2に示した。平面接合回路部の固有関数の対称性より $n_{np}^2 = \pm n_{np}^1$ となっているはずであるが、表2の結果を見ると、ある程度の精度でしか実現されていないことがわかる。この点が、固有モードの打ち切り、固有値の精度と共に、最終的な計算精度を決めていることになる。

3.3 回路定数の計算精度(C=1.0の場合)³

本手法での固有関数・固有値の精度を検討するため、固有関数が解析的にわかっている切断率 $C=1.0$ の場合(直角2等辺三角形)をとり上げて計算値と真値を比較した。この場合の固有関数、固有値は次の通りである。

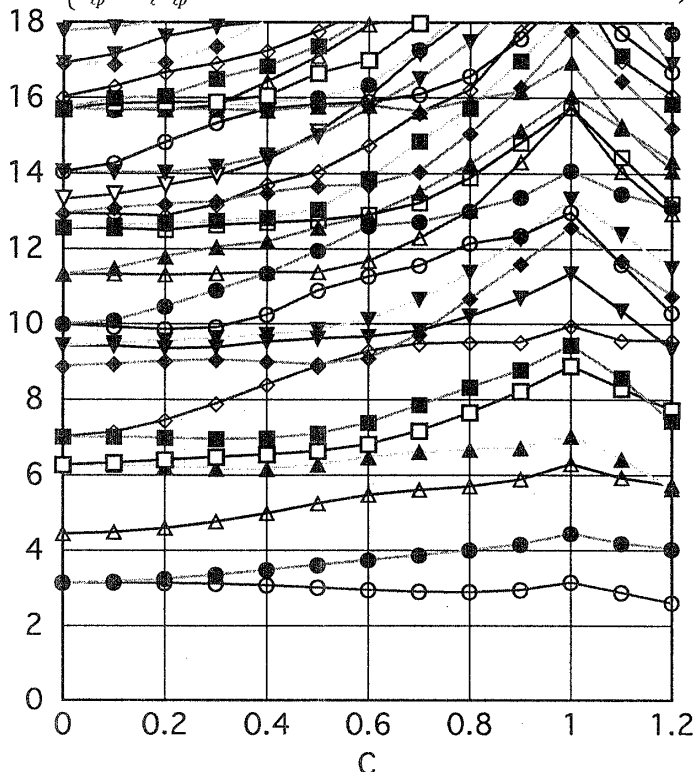
$$\begin{cases} \psi_{\ell,m}^{e/o} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ C_\ell \left(\frac{x}{a} \right) C_m \left(\frac{y}{a} \right) \pm C_m \left(\frac{x}{a} \right) C_\ell \left(\frac{y}{a} \right) \right\} \\ \psi_{\ell,\ell}^e = \frac{1}{\sqrt{2}} C_\ell \left(\frac{x}{a} \right) C_\ell \left(\frac{y}{a} \right) \end{cases} \quad (18)$$

(+ even: $\ell+m=$ 偶数、- odd: $\ell+m=$ 奇数、 $\ell > m$)

$$k_{\ell,m} = \left(\frac{n}{a} \right) \sqrt{\ell^2 + m^2} \quad (19)$$

又、この結果を用いて開口1での変圧比を求めると次の結果を得られる。但し、(+: $\ell+m=$ 偶数、-: $\ell+m=$ 奇数、 $\ell > m$)

$$\begin{cases} n_{lm}^{e/o1} = \sqrt{\epsilon_m} \delta_{\ell p} \pm \sqrt{\epsilon_\ell} \delta_{mp} \\ n_{\ell p}^{e1} = \epsilon_\ell \delta_{\ell p} \end{cases} \quad (20)$$



(a) 切断率(C)を変化したときの固有値($K_n = k_n a$)

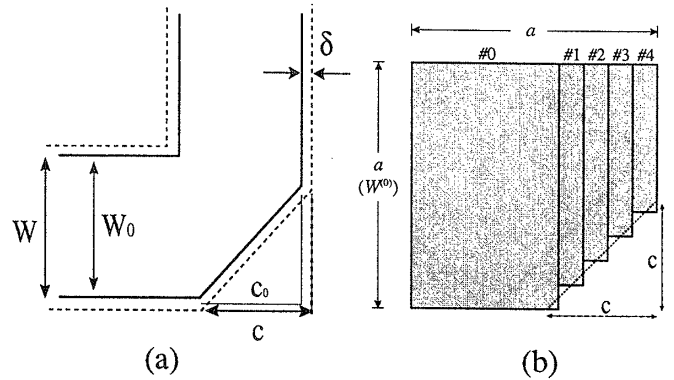


図4.(a)角斜め切断曲がり実効巾近似(平面回路モデル)と (b)平面回路接合部の階段状近似

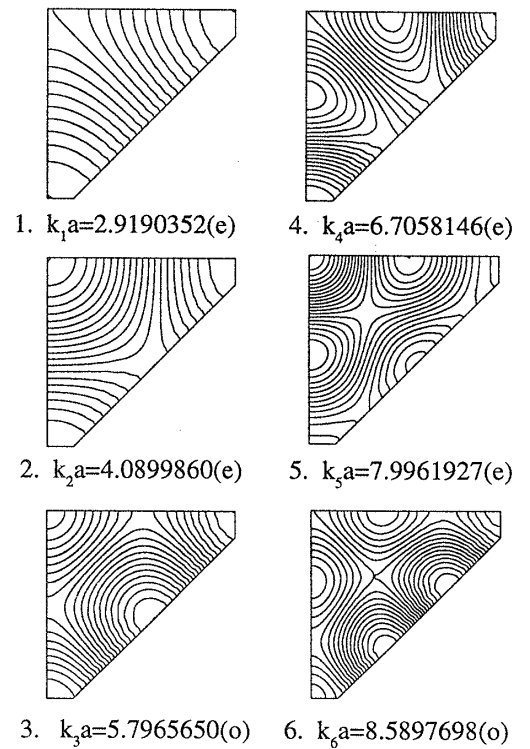
開口2での変圧比は、モードの対称性に基づき次式で与えられる。但し、(+: $\ell+m=$ 偶数、-: $\ell+m=$ 奇数、 $\ell > m$)

$$n_{lm}^{e/o2} = \pm (-1)^p n_{lm}^{e/o1} \quad (21)$$

理論値と3.1,3.2での計算結果を比較したのが表3である。固有値は0.2%程度、結合度は悪くても2%の精度でほぼ一致していることがわかる。

4. 角斜め切断直角曲がりの広帯域周波数特性の計算

ここでの計算精度は、導波路の考慮モード次数P及び接合回路の考慮モード次数Nで決まるので、N,Pをパラメータとして図3(a)に示す角斜め切断直角曲がりの電力透過特性を2.で述べた図3の等価回路に基づいて計算し、N,Pに対する収束性を検討した上で、この直角曲がりの広帯域周波数特性を計算する。更に、この計算結果より角正方形切断直角曲がりでの最適切断量を考察する。



(b) $C=0.86$ での低次固有関数の計算例

図5. 角斜め切断正方形平面回路の固有値と固有関数の計算例($C=c/a$)

4.1 入出力特性の計算—電力散乱行列の計算⁷

図3(c)のベクトル表示の等価回路で各開口での入反射モード電圧縦行列を $A^i, B^i (i = 1, 2)$ とすると、 $v^i = A^i + B^i, i^i = Y_c^i(A^i - B^i)$ となり、全入反射モード電圧縦行列 A, B 、及び全伝送線路モード特性アドミタンス Y_c を式(22)で定義すると、 $v^i = A^i + B^i, i^i = Y_c^i(A^i - B^i)$

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, Y_c = \text{diag}(Y_c^1 \quad Y_c^2) \quad (22)$$

となることより、式(16)に代入整理して式(23)の関係が得られ、全モード電圧散乱行列 S_v が計算される。

$$B = (Z_T Y_c + I)^{-1} (Z_T Y_c - I) A = S_v A \quad (23)$$

S_v は式(24)と分解できるので、容易に基本モードに対する2行2列の電圧散乱行列 S_{v00} を得ることができる。

$$\begin{pmatrix} B^1 \\ B^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_v^{11} & S_v^{12} \\ S_v^{21} & S_v^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \end{pmatrix} \quad S_v = \begin{pmatrix} S_v^{11} & S_v^{12} \\ S_v^{21} & S_v^{22} \end{pmatrix} \quad (24)$$

又、この場合基本モードに対するモード電力散乱行列 S_{P00} は、入出力線路の基本モード特性イミタンスが同じになっていることより次式で与えられる。

$$S_{P00} = S_{v00} \quad (25)$$

4.2 考慮モード次数に対する周波数特性の収束性の計算

伝送線路及び平面接合回路の考慮モード数 P, N で入出力特性の計算精度が決定される。己に、図1(b)の角正方形切断直角曲がりの計算で、伝送線路のモードは5次まで考慮すればかなり収束することがわかっているので、今回は、 $P=5$ として平面接合回路の考慮モード次数 N に対する電力透過係数(dB表示)の収束性を計算し、結果を図6(a)に示す。更に、5GHz及び9GHzでの N を変数とした電力透過係数同図(b)(c)に示す。 $N=20$ 個程度で0.002dB程度の計算精度が実現していると考えられる。

4.3 広帯域電力透過特性の計算

4.2結果より、導波路の伝送モードを5次まで考慮し、平面接合回路の固有モードを、 $N=20$ 次まで考慮して、電力透過係数(dB)の広帯域特性を計算すると図9となる。この結果より、 $C=0.86$ 付近で、電力透過特性はかなり改善されていることがわかる。最適切断率 C を一層正確に求めるために $C=0.86$ の付近で $C=0.80 \sim 0.90$ にわたって広帯域周波数特性を計算すると図9拡大図となる。この結果より、 $C=0.86$ を越すと電力透過特性は改善されるが帯域が狭くなり、 $C=0.86$ より小さくすると電力透過特性は劣化するが帯域が広がることわかる。

5. 検討・考察

5.1 帯域—電力透過係数の実現限界

図9の結果より、通過帯域巾と最大電力透過係数の間には競合関係があるので、この関係を切断率をパラメータとして性能実現限界として表示すると、図7となり、斜線を施した部分は本形状で実現できる範囲である。又、既に角正方形切断の場合が計算されている⁴⁵ので、この結果を用いて同様の限界曲線を図8に示す。この結

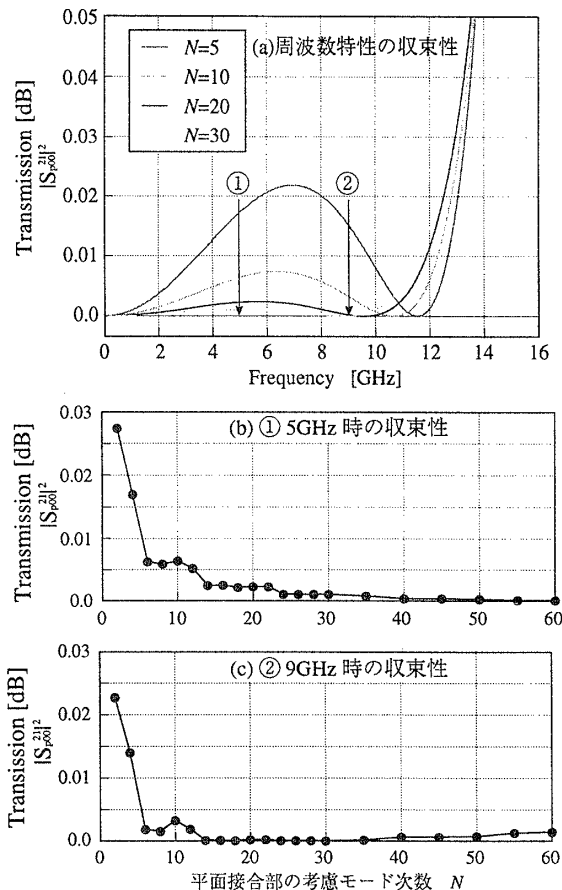


図6. 考慮モード次数 N に対する電力透過係数の収束性
果より、角斜め切断直角曲がりは、角正方形切断に比して良好な特性を実現していることがわかる。

5.2 実寸での最適切断量及び他文献との比較⁶

磁気壁近似による2次元モデルより求められた最適切断率 $c/W = C_{opt} (W=a)$ が得られたとして、図4(a)に示す対応した実寸回路の最適切断量 c_0/W_0 を決定する。図4(a)より次の対応関係があるので、

$$W = W_0 + 2\delta$$

$$c = \sqrt{2}(c_0 / \sqrt{2} - \delta + \sqrt{2}\delta) = c_0 + (2 - \sqrt{2})\delta \quad (26)$$

この関係を $c/W = C_{opt}$ に代入して次式を得る。

$$C_{opt} = \frac{c}{W} = \frac{c_0 + (2 - \sqrt{2})\delta}{W_0 + 2\delta} = \frac{c_0 + 0.5857\delta}{W_0 + 2\delta} \quad (27)$$

従って、実寸での最適切断率は、 $\delta = 0.2206b$ を代入し、

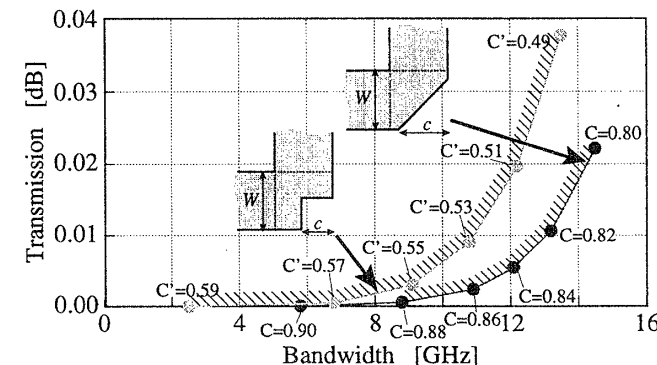


図7. 角切断直角曲がりの帯域—透過特性実現限界

$$c_0 / W_0 = C_{opt} + (2C_{opt} - 0.5857) \times 0.2206(b / W_0) \quad (28)$$

従って、4.3で得られた磁気壁での最適切断を $C_{opt}=0.86$ を代入すると実寸での最適切断率は次式となる。

$$c_0 / W_0 = 0.86 + 0.2502(b / W_0) \quad (29)$$

所で、実寸での最適切断率と W_0/b との関係は、文献⁶に示されているので、この結果と比較すると図8の如くなり、 $b/W_0=1.4 \sim 2.2$ 程度でよく一致している。また C_{opt} をこの近辺でふってみると式(28)より、やはり $C_{opt}=0.86$ の所で一致する範囲が広いので、 $C_{opt}=0.86$ と推定するのはそれ程間違ではないと考えられる。

なお、 W_0/b が小さい所で文献と合わないのは、 W_0 が小さくなりすぎると2次元モデルが成立せず3次元的取り扱いが必要となるためと考える。又、 $W_0/b=2.2$ 以上で、文献⁶と乖離するのは別の理由に基づくものと考えられる。

6. 結び

ストリップ線角斜め切断直角曲がりの広帯域周波数特性を切断率をパラメータとして計算した。本計算結果より、最適切断率は0.86程度となり、この近傍で、帯域と最大電力透過係数間に競争関係があることを示した。又、角斜め切断は、角正方形切断に比して良好な特性が実現されることを示した。今後、より多くの固有モードをより正確に計算することにより、本構造での解析精度の向上を計りたいと考えている。

参考文献

- [1]A.A.Oliner, "Equivalent circuits for discontinuities in balanced strip transmission line", pp134-143, MTT-3, No.2(March 1955) [2]許・穴田・六島・牧野「90°コーナの固有モードによる解析

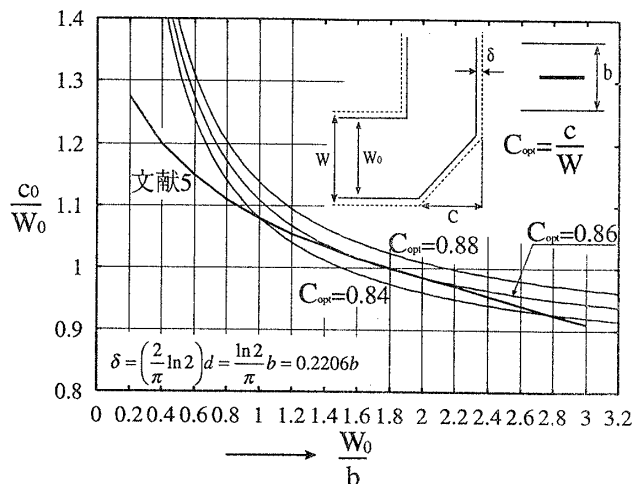


図8. 実寸での最適切断量及び他文献結果[5]との比較

- 電子通信学会 MW73-100 [3]金子・許「90°コーナの固有モードによる解析」(第2報) 電子通信学会 MW76-13 [4]平岡・田部井・許「角正方形切断正方形平面回路の固有モードの計算—モード対応多線条伝送線路等価回路に基づいて—」電子情報通信学会 MW98-106 [5]田部井・平岡・許「ストリップ線角正方形切断直角曲がりの広帯域周波数特性の計算—フォスタ型等価回路に基づいて—」電子情報通信学会 MW98-107 [6]G.Matthaei, L.Young, E.M.T.Jones 「Microwave filters, Impedance-matching networks, and coupling structures」 ARTECH HOUSE BOOKS p206 Fig.5.07-4 [7]許「ストリップ線/マイクロストリップ線回路の解析・設計(合成)—平面回路モデルに基づいて—」APMC98 基礎講座テキスト [8]平岡・許「角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算—階段状分割・等価多線条伝送線路による—」電子情報通信学会マイクロ波研究会資料(1999年5月) [9]平岡・田部井・許「ストリップ線角斜め切断直角曲がりの周波数特性—フォスタ型等価回路による—」1998年電子情報通信学会ソサイエティ大会 No.C-2-62

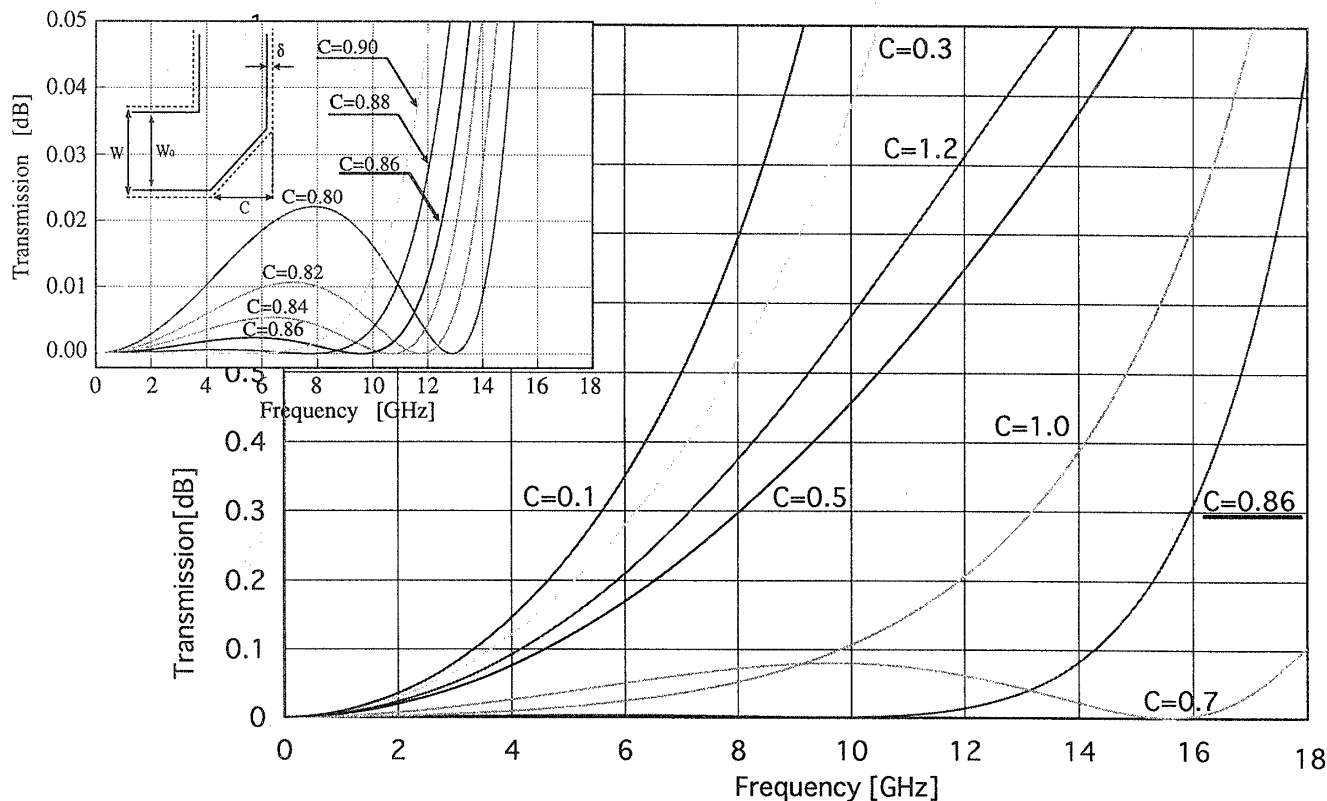


図9. 角斜め切断直角曲がりの広帯域周波数特性 ($\epsilon_r = 2.62, a = W = 5_{[mm]}, d = 1.45_{[mm]}$)

表2. C=0.86 での固有値と変圧比 (結合度)

$$f_n[\text{GHz}] = \frac{150}{\pi} \frac{K_n}{\sqrt{\epsilon_r} a_{(\text{mm})}}$$

$$(K_n = k_n a)$$

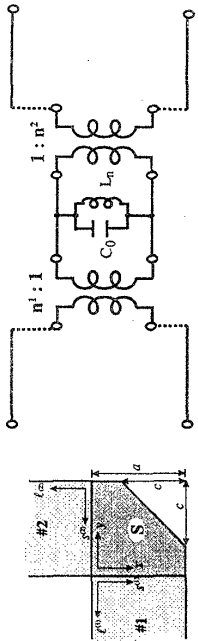
$$C = \frac{c}{a} \text{ (カット率)}$$

$$C_0 = 0.252 \text{ pf} \quad (C = 0.86)$$

$$(a = 5 \text{ mm}, d = 1.45 \text{ mm}, \epsilon_s = 2.62)$$

$$S = \left(1 - \frac{1}{2} C^2\right) a^2 [m^2]$$

$$C_0 = \epsilon \frac{S}{d}$$

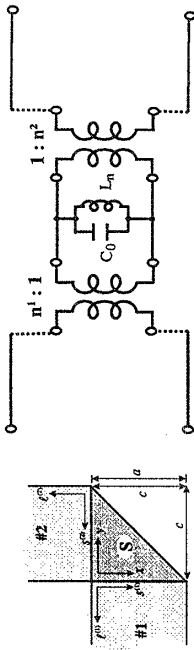


モード次数 n(e/o)	固有値 K _n =k _n a					開口1よりの変圧比 n ₁					開口2よりの変圧比 n ₂							
	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1(o)	2.9190352	-0.903905	-0.016646	0.003449	-0.00107	0.000397	0.905929	0.658413	0.021425	0.00776	0.005147	0.004273	-0.307907	-1.344655	0.012901	-0.004107	0.001373	-0.000528
2(e)	4.0899986	0.931946	0.548402	-0.027292	0.006385	-0.002101	0.931761	-0.003384	0.563333	0.035253	0.002974	0.001997	0.362225	-0.725489	-1.001072	0.023266	-0.006503	0.002277
3(e)	5.7965651	0.362225	-0.042154	0.611416	1.351084	0.04934	-0.039955	-0.61072	1.351354	-0.047574	-0.002352	0.000447	0.962842	0.143426	-0.171576	0.428103	0.044088	0.018222
4(o)	6.7058147	-0.966254	0.116198	0.16213	0.399684	-0.030439	0.007597	0.962842	0.143426	-0.171576	0.428103	0.044088	-0.325888	0.741604	0.229717	0.876414	0.039928	0.013216
5(e)	7.9961927	-0.32444	-0.036529	-0.684887	-0.519134	1.204178	0.030578	-0.00248	0.04052	-0.683889	0.520553	-0.0285	0.04052	-0.683889	0.520553	1.203325	-0.0285	-0.001239
6(o)	8.5897699	0.985612	-0.171334	0.118711	0.476155	0.243325	-0.026861	0.964379	0.262047	0.100751	-0.541305	0.326571	0.964379	0.262047	0.100751	-0.541305	0.326571	0.001291
7(e)	9.505804	0.211718	-0.028525	-0.832596	-1.158662	0.033962	0.009965	-0.210901	0.036774	-0.829166	1.15899	0.04082	-0.210901	0.036774	-0.829166	1.15899	0.04082	0.009777
8(o)	10.503058	0.210685	0.792303	-0.349766	0.060317	-0.665038	0.042177	-0.214969	0.787166	0.370075	0.052789	0.68265	-0.214969	0.787166	0.370075	0.052789	0.68265	0.051282
9(e)	11.249855	0.985612	-0.171334	0.118711	0.476155	0.243325	-0.026861	0.964379	0.262047	0.100751	-0.541305	0.326571	0.964379	0.262047	0.100751	-0.541305	0.326571	0.009777
10(e)	11.905738	0.211718	-0.028525	-0.832596	-1.158662	0.033962	0.009965	-0.210901	0.036774	-0.829166	1.15899	0.04082	-0.210901	0.036774	-0.829166	1.15899	0.04082	0.009777
11(o)	12.281633	0.210685	0.792303	-0.349766	0.060317	-0.665038	0.042177	-0.214969	0.787166	0.370075	0.052789	0.68265	-0.214969	0.787166	0.370075	0.052789	0.68265	0.051282
12(e)	13.242078	0.140362	0.671365	0.447941	-0.271238	1.16599	0.008798	0.146962	-0.671009	0.44997	0.272699	1.162413	0.146962	-0.671009	0.44997	0.272699	1.162413	-0.006354
13(o)	13.784588	0.929578	-0.169675	0.375014	0.160478	-0.878017	-0.129407	-0.923404	-0.197974	-0.38053	0.158806	0.90479	-0.923404	-0.197974	-0.38053	0.158806	0.90479	-0.135
14(o)	14.441647	-0.445384	0.174542	0.812474	0.182715	-0.923611	0.049789	0.442237	0.199277	-0.802644	0.187815	0.914456	0.442237	0.199277	-0.802644	0.187815	0.914456	0.06599
15(e)	14.850829	-0.037365	-0.835704	0.470562	-0.351853	-0.221355	-0.375935	-0.048681	0.805775	0.527711	-0.347415	-0.271448	-0.048681	0.805775	0.527711	-0.347415	-0.271448	0.424496
16(e)	15.766227	-0.11267	-0.154599	0.116528	0.933281	1.07753	-0.157896	-0.11247	0.153101	0.119492	-0.950574	0.162152	-0.11247	0.153101	0.119492	-0.950574	0.162152	0.162152
17(o)	16.085465	-0.230565	-0.583551	-0.444176	0.341769	-0.204204	1.062525	0.235405	-0.58633	0.441447	0.34515	0.203412	0.235405	-0.58633	0.441447	0.34515	0.203412	1.062661
18(e)	16.426317	-0.862521	0.163991	-0.382157	-0.213669	0.001822	-1.147334	-0.92527	0.013191	-0.437896	0.161283	-0.04704	-0.92527	0.013191	-0.437896	0.161283	-0.04704	0.900828
19(o)	17.136485	0.487494	-0.255157	-0.787507	-0.075743	0.130721	-0.882523	0.484061	0.332938	-0.753521	0.110719	0.139001	0.484061	0.332938	-0.753521	0.110719	0.139001	0.833468
20(e)	17.144483	0.474116	-0.497501	-0.624534	-0.237015	0.172417	-0.690476	0.45158	0.083772	-0.87311	-0.058138	0.094648	0.45158	0.083772	-0.87311	-0.058138	0.094648	0.985575
21(o)	18.231221	0.010411	0.314722	-0.342354	-0.838124	-0.007685	1.005911	-0.007777	0.303226	0.355105	-0.850392	0.13035	-0.007777	0.303226	0.355105	-0.850392	0.13035	1.002272
22(e)	18.790347	0.289355	0.212669	0.552719	-0.570509	0.553897	-0.057999	0.249323	-0.213932	0.519189	0.592381	0.554474	0.249323	-0.213932	0.519189	0.592381	0.554474	0.032809
23(o)	19.216382	0.932255	0.016893	0.239954	-0.118984	-0.078063	-0.009393	-0.956528	0.03233	-0.274647	0.070638	0.012535	-0.956528	0.03233	-0.274647	0.070638	0.012535	-0.002895
24(e)	19.426559	-0.165118	0.733057	-0.157005	0.354812	-0.777842	-0.405161	0.183353	-0.766676	-0.342581	-0.354158	-0.787819	0.183353	-0.766676	-0.342581	-0.354158	-0.787819	0.346977
25(e)	19.698767	-0.130966	0.337071	-0.16782	0.436415	0.886471	0.94582	0.065482	-0.24909	-0.253722	-0.395563	0.919759	0.065482	-0.24909	-0.253722	-0.395563	0.919759	-0.924334
26(o)	19.89363	-0.413817	0.365844	0.762229	0.067384	-0.126265	0.132913	0.40555	0.376836	-0.767938	0.049356	0.132909	0.40555	0.376836	-0.767938	0.049356	0.132909	0.117053
27(e)	20.844326	0.081324	-0.324755	0.449141	0.800552	-0.079232	-0.030835	0.095501	0.315753	0.496507	-0.759322	-0.028076	0.095501	0.315753	0.496507	-0.759322	-0.028076	0.059202
28(o)	20.980557	-0.219143	0.105925	-0.607089	0.403554	-0.750033	0.458282	-0.154653	0.039572	0.419401	0.739036	0.80549	-0.154653	0.039572	0.419401	0.739036	0.80549	0.447684
29(o)	22.058502	-0.303906	-0.093947	-0.248273	0.502961	0.772923	-0.141415	-0.008423	-0.084807	0.214632	-0.512523	-0.764812	-0.008423	-0.084807	0.214632	-0.512523	-0.764812	-0.133998
30(e)	22.073477	-0.788684	-0.02755	0.055393	-0.291168	-0.364256	0.051972	-0.927535	0.008125	-0.196019	-0.257208	0.389479	-0.927535	0.008125	-0.196019	-0.257208	0.389479	0.066899
31(o)	22.240722	-0.134498	-0.929817	0.120348	-0.214073	-0.120458	0.00007	0.196397	-0.924805	-0.135183	-0.209474	0.127733	0.196397	-0.924805	-0.135183	-0.209474	0.127733	0.005033
32(e)	22.692165	0.256357	-0.425304	-0.697658	-0.086309	0.236597	-0.305234	0.250831	0.441168	-0.696996	0.072911	0.237253	0.250831	0.441168	-0.696996	0.072911	0.237253	0.303633
33(e)	23.027052	-0.014044	0.072242	-0.459729	0.396979	-0.622585	0.850138	-0.084167	-0.072997	-0.509863	-0.498874	-0.696696	-0.084167	-0.072997	-0.509863	-0.498874	-0.696696	-0.931318
34(o)	23.527809	-0.159885	0.265183	-0.520446	-0.747757	0.127679	0.106155	0.16815	0.237877	0.550844	-0.720261	-0.064875	0.16815	0.237877	0.550844	-0.720261	-0.064875	0.07618
35(e)	23.555719	0.163236	-0.184784	0.472129	0.288766	0.352372	0.72818	-0.089972	-0.130896	-0.237957	0.601967	-0.451884	-0.089972	-0.130896	-0.237957	0.601967	-0.451884	-0.779306

表3. C=1.0での固有値と変圧比(結合度)の計算値と真値の比較

(上段: 計算値/下段: 理論値)

$$f_n[\text{GHz}] = \frac{150}{\pi} \frac{K_n}{\sqrt{\epsilon_r a_{\text{min}}}} \quad (K_n = k_n a) \quad C = \frac{c}{a} \quad (\text{カット率})$$



モード次数n(e/o) (関連正方形モード)	開口1よりの変圧比 n_{p1}					開口2よりの変圧比 n_{p2}						
	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5
固有値 $K_n = k_n a$												
0 (e)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0 (o)	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1 (o)	3.149357	0.994602	0.704530	0.000536	-0.000307	0.000204	0.985012	0.684678	-0.022955	0.022880	-0.023201	-0.023369
1 (e)	3.141593	0.707107	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.707107	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
2 (e)	4.442883	0.015201	-1.409386	0.000864	0.000555	-0.000385	-0.021339	1.388912	0.029108	-0.027356	-0.027613	-0.027790
1 (1)	4.555806	0.000000	-1.414214	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.414214	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
3 (e)	6.298532	0.994610	0.004456	0.003268	0.001491	-0.000915	0.980077	-0.024652	0.674942	-0.035635	-0.035598	-0.035787
2 (o)	6.283185	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.707107	0.000000	0.000000	0.000000
4 (o)	7.041432	0.021564	0.982336	-0.999853	0.003627	-0.001439	0.036410	0.954780	0.951493	0.056107	-0.054019	-0.053841
2 (1)	7.024815	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5 (e)	8.895983	0.015622	0.033231	0.001241	0.001593	-0.001363	-0.026277	0.045482	1.379456	-0.048007	-0.039814	-0.038642
2 (2)	8.885766	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.414214	0.000000	0.000000	0.000000
6 (o)	9.447874	0.994609	0.002830	0.009122	0.006381	-0.005384	0.973364	-0.036146	0.658737	-0.052604	-0.050821	-0.050000
3 (o)	9.424778	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.707107	0.000000	0.000000
7 (e)	9.958110	0.021095	-0.984178	0.005620	-0.999963	0.006637	0.043687	0.945363	-0.040058	0.934788	-0.072655	-0.068765
3 (1)	9.934588	0.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
8 (o)	11.533339	0.023320	-0.040368	-0.977859	1.005323	0.003166	-0.039031	-0.061215	0.951784	0.947422	-0.064305	-0.056565
3 (2)	11.327173	0.000000	0.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000
9 (e)	12.597501	0.994858	0.001382	0.007313	0.012116	0.007583	0.969755	-0.042505	-0.039654	-0.043435	0.648800	-0.060920
4 (o)	12.566371	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
10 (o)	12.983956	0.020789	0.984528	-0.006262	0.010782	-1.002024	0.047633	0.941894	-0.048542	0.064107	0.926195	-0.079928
4 (1)	12.953118	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
11 (e)	13.343042	-0.018873	0.021580	-0.054024	-1.409207	-0.001609	-0.027730	-0.039073	-0.054895	1.385079	-0.060751	-0.033907
3 (3)	13.328649	0.000000	0.000000	0.000000	-1.414214	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.414214	0.000000	0.000000
12 (e)	14.082700	-0.024110	0.040051	0.981156	-0.027934	1.001223	-0.042827	0.063482	0.949690	-0.011031	0.941433	-0.069599
4 (2)	14.049629	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000
13 (o)	15.741952	-0.726720	-0.032634	0.442260	0.645081	-0.667685	0.700701	-0.055405	0.069031	0.614063	0.611728	0.453367
4 (3)*	15.707963	-0.707107	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.707107	0.000000	0.000000	0.000000	0.707107	0.000000
14 (o)	15.747955	0.213690	-0.017167	0.064684	0.954480	-0.991265	-0.229110	-0.069323	-0.070977	0.937606	-0.934068	-0.233046
5 (o)*	15.707963	0.000000	0.000000	0.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
15 (e)	16.057615	-0.020591	0.985594	0.007884	0.023003	-0.030741	-0.049220	0.940260	-0.050580	-0.029285	-0.029346	0.924403
5 (1)	15.707963	0.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000
16 (o)	16.958182	0.025452	-0.040042	-0.982368	0.021320	-0.011315	0.044648	-0.064076	0.948498	-0.026539	-0.032544	0.934757
5 (2)	16.019042	0.000000	0.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	1.000000
17 (e)	17.788894	-0.010317	0.025510	-0.030043	0.080247	-1.408111	-0.017401	-0.031535	-0.036855	-0.071499	1.386156	-0.076469
4 (4)	17.771532	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
18 (e)	18.359892	-0.008824	0.040625	-0.056259	-0.976981	0.053418	-0.021483	-0.049864	-0.065847	0.954576	-0.020698	0.945150
5 (5)	18.378476	0.000000	0.000000	0.000000	-1.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000

* : n=13, n=14の縮退モードの変圧比(結合度)の計算値は近似の具合とモード結合状況により理論値と大きく異なっている。