

ストリップ線 45 度曲がりの解析と応用

浜谷 一弘 伊賀 泰一郎 平岡 隆晴 許 瑞邦

神奈川県 工学部 電気電子情報工学科
〒 221-8686 横浜市神奈川区六角橋 3-27-1
TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915
E-mail : {hamak, hiraoka, kyo}@kyolab.ee.kanagawa-u.ac.jp

あらまし ストリップ線 45 度曲がりの入出力周波数特性は、45 度曲がり部分を接合部とした接合回路型不連続問題を解くことと考えると、精度良くかつ合理的な解析が行える。ここでは 45 度曲がり接合部の固有モードを 3 段構成回路と二重磁気壁対称性を利用して求め、その結果から、45 度曲がりを 2 段配置した直角曲がりの入出力特性をフォスタ型等価回路に基づいて計算した。さらに 45 度曲がり間の導波路長や幅を変えることで、各透過特性を計算し、最も透過量の良くなる形状について検討を行った。

キーワード ストリップ線直角曲がり, 45 度曲がり, 3 段構成回路, 二重磁気壁対称, フォスタ型等価回路

Analysis of stripline 45 angle bend and its application

HAMATANI, Kazuhiro IGA, Taichirou HIRAOKA, Takaharu HSU, Jui-Pang

Department of Electrical, Electronics and Information Engineering
Kanagawa University
3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221-8686 Japan
TEL : +81-45(481)5661 FAX : +81-45(491)7915
E-mail : {hamak, hiraoka, kyo}@kyolab.ee.kanagawa-u.ac.jp

Abstract Input/output frequency characteristics of stripline 45 angle bend can be exactly and systematically analyzed by solving planar junction type discontinuity problem, where planar junction is 45 angle bend. The key step for this analysis is how exactly to calculate eigenmode of the planar junction up to necessary number of mode. Therefore, we propose a new method using three stage cascade-connected stripline configuration and double magnetic wall symmetry. Frequency characteristics for right-angle bend with two stage 45 angle junction are calculated by external mode impedance matrix based on Foster-type equivalent network derived by eigenmode.

Keyword Stripline right-angle bend, 45 angle bend, 3-stage structure circuit, Magnetic wall symmetry, Foster-type equivalent network

1. はじめに

ストリップ線曲がり回路は、マイクロ波回路の集積化を図る上で基本的な素子であり、反射を抑えた特性を得るために、近似的な等価回路を用いて計算を行ったり、実際に回路を作製して最適形状を決定していた。しかし、回路全体での精度の良い計算機解析を行うためには、曲

がり回路を含めた合理的なモデル化が必要となるが、任意角曲がりなどになると形状は簡単でも厳密に計算することは一般的に難しい。そこで基本的な曲がり回路を直線導波路に任意形状の平面接合部が接続された接合回路型不連続問題部として捉え、曲がり回路の精度の良い解析方法を確立することは有効であると考えられる。

この報告では、図1に示す45度曲がりの解析を、以前報告した角斜め切断直角曲がりの磁気壁対称性を利用した解析[1]を応用し、さらにもう一つの対称面で磁気壁対称を用いた二重磁気壁対称による固有モード解析について報告する。解析の手順は次の通りである。

- (1) 回路構成の内、直線導波路として扱える部分（平面導波路部）と45度曲がり接合回路部（平面接合部）に領域分割する。
- (2) 45度曲がり接合部の固有モード（固有値、電圧分布）を3段構成回路および二重磁気壁対称性を用いて計算する。45度曲がり接合部は、斜めの部分があるため、このモデル化を如何に行い、固有モードを計算するかが、本手法の要点である。
- (3) 得られた固有モードからフォスタ型等価回路の回路定数（共振周波数、結合度）を計算し、直角曲がりの外部モードインピーダンス行列並びに入出力周波数特性を導出する。45度曲がり間の導波路(#M)の長さ、幅を変えることで透過特性の良くなる最適形状の検討を行った。

2. ストリップ線路の平面回路モデル

ストリップ線路内の電磁界分布は、本来、3次元的な分布だが、ここでは図2に示す実効幅補正により、側壁が磁気壁の平面回路モデルを導入する。平面回路内の電磁界分布は、 $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$, $\mathbf{H} = (H_x, H_y, 0) = (H_t, 0)$ となるので、平面回路で面電圧、面電流密度を式(1)のように定義すると、平面回路方程式は式(2)で与えられる。

$$V(x, y) = -E_z(x, y) \cdot d \quad \mathbf{J}(x, y) = \mathbf{H}_t(x, y) \times \mathbf{k} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \text{grad}V = -j\omega\mu\mathbf{J} \\ \text{div}\mathbf{J} = -j\frac{\omega\epsilon}{d}V \end{cases} \quad (2)$$

3. 45度曲がり接合部の固有モードの導出

図1(a)の45度曲がりを2つ持った直角曲がりは、2つの45度曲がりと3つの平面導波路#L, #M, #Rに領域分割できる。そのうち、ここでは図1(b)の45度曲がり接合部の固有モードを計算する手法について述べる。

3.1 3段構成回路と二重磁気壁対称性の利用

45度曲がり接合部の固有モードは、以下の方法で斜め部分を近似することなく取り扱った。

- (1) 図3(a)に示すように平面接合部の斜めの部分を背中合わせに4つ組み合わせる。
- (2) その形状は、図3(b)のように長方形領域に分割位置を変えると、線路幅の異なる3つの伝送線路が3段接続されている構成となる（ストリップ線3段構成回路）。
- (3) 分割した長方形領域は、幅 W^0 、長さ L^0 の伝送線路となるので、多線条伝送線路・多開口理想変圧器の等価回路で表され、その固有モードは表1の固有関数系で与えられる。

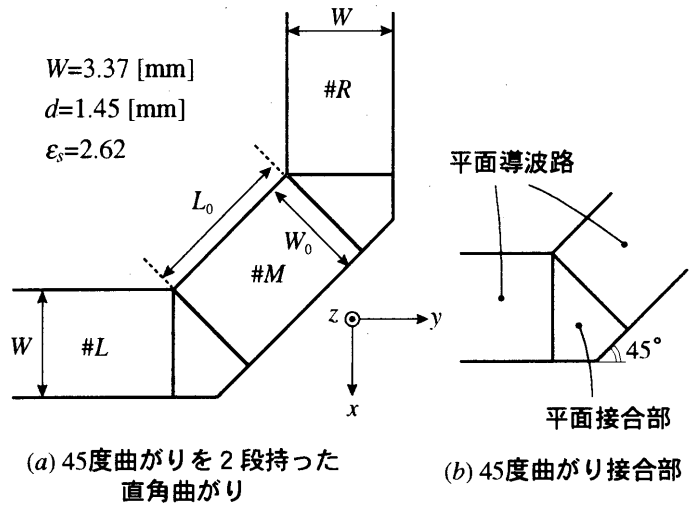


図1 45度曲がり回路

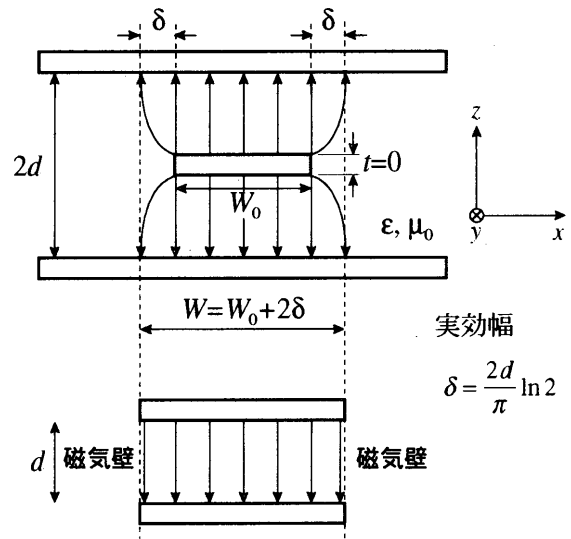


図2 実効幅補正による平面回路モデル

- (4) 計算した3段構成回路の固有モードの中から、図4(a)のA-A', B-B'対称線で共に磁気壁対称となっているモードを選ぶと、45度曲がり接合部の固有モードに相当することとなる。

また、図3(a)で入出力線路の幅 a と b の比を線路幅比 C とすると、線路幅が異なる45度曲がりの固有モードが計算できる。

表1 平面接合部の固有関数系

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2} + k_n^2 \varphi_n(x, y) = 0 \quad (3)$$

$$\text{但し、} \nabla_t \varphi_n \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \varphi_n}{\partial n} = 0 \quad (\text{開放境界/磁気壁}) \quad (4)$$

$$k_0 = 0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \dots$$

$$\frac{1}{S} \iint_S \varphi_n(x, y) \cdot \varphi_m(x, y) dx dy = \delta_{nm} \quad (\text{正規直交系}) \quad (5)$$

$$C = \frac{b}{a} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}} < C < \sqrt{2} \right) \quad (6)$$

3.2 等価回路と固有モードの計算

3段構成回路の導波路部#1,#2,#3は、 p,q,r 次の高次モードを含む多線条伝送線路で表せる。また、2つあるステップ型不連続部は、各導波路部の幅モード固有関数の正規直交性を利用することにより、多開口理想変圧器の変圧比で表される。したがって、高次モードまで考慮した全体の等価回路は、図4となり、同図(b)は多モードを太線で表示した行列表示である。各領域、各端子でのモード電圧・モード電流の関係は、導波路部で式(7)、不連続部で式(8)で与えられ、また、平面回路の固有モードは全周囲を磁気壁の境界条件下で解くので、等価回路の両側端子は開放となり、式(11)となる。したがって、以上の関係から、領域#3端子2から見た内部アドミタンスを計算し、式(11)の固有値方程式を解くと、3段構成回路の固有値が計算でき、低次の固有モードの電圧分布を図6に示す。これらは、 $A-A', B-B'$ 対称面で磁気壁対称か電気壁対称となっているので、図4(b)に示すように4種類に分類できるが、このうちtype Aの $A-A', B-B'$ 対称面で共に磁気壁対称となっているのは、 $n=3, 6, 9$ のモードであり、これらが所望の45度曲がり接合部の固有モードに相当する。同様に高次モードまで求めた電圧分布を図7に示し、等幅のときの固有値表と線路幅率 C ごとに計算した固有値の推移をそれぞれ表3と図5に示す。

4. 周波数特性の計算

前節で得られた45度曲がり接合部を図8(a)に示すように、導波路部# M を介して2段配置した直角曲がりのS行列を計算する。

4.1 フォスタ型等価回路の回路定数

図8(b)に2段45度曲がりを持つ直角曲がりのフォスタ型等価回路を示す。等価回路の中で、並列共振器の共振周波数 ω_n は、45度曲がり接合部の固有値 $k_n a$ より求まり、平面接合部と平面導波路部との結合を表す理想変圧器の変圧比 n は、固有モードの電圧分布 $\phi_n(x,y)$ と幅モード固

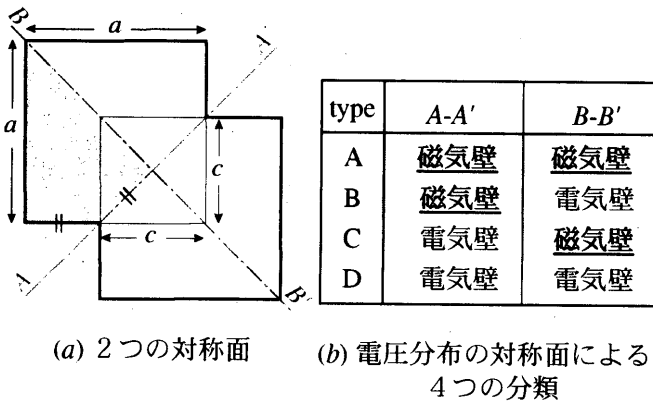


図4 固有モードの選別法

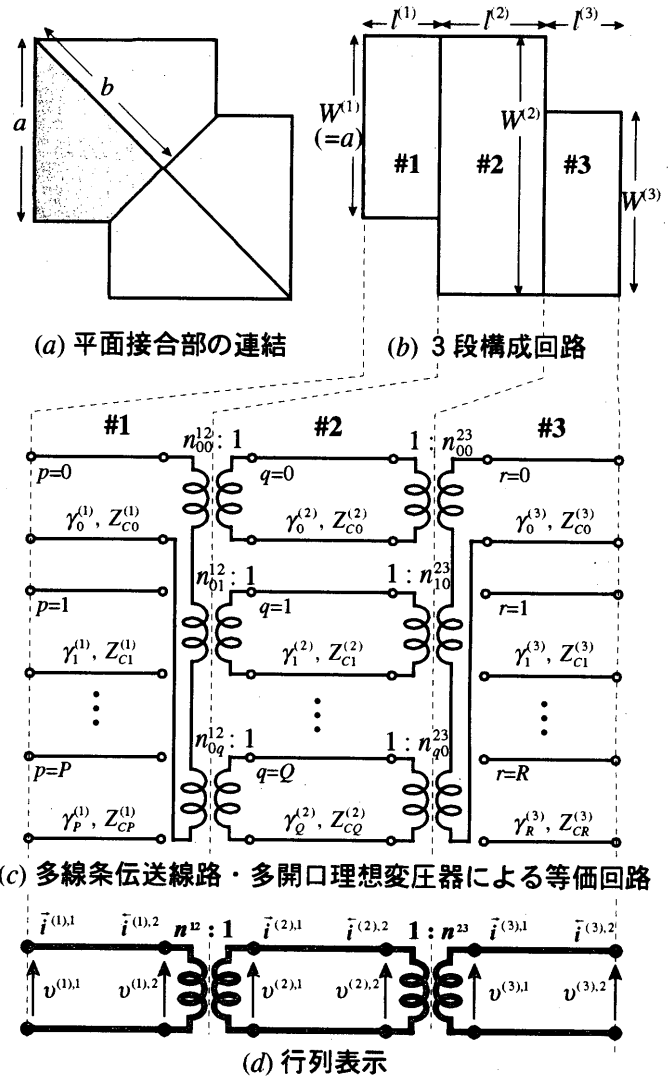


図3 ストリップ線3段回路の構成

表2 等価回路定数と固有値方程式

端子電圧 $v^{(s),i} = [V_1^{(s),i}, V_2^{(s),i}, \dots, V_p^{(s),i}, \dots]^T$ 領域 # $s=1,2,3$
 端子電流 $i^{(s),i} = [I_1^{(s),i}, I_2^{(s),i}, \dots, I_p^{(s),i}, \dots]^T$ 端子 # $i=1,2$
 導波路部

$$\begin{bmatrix} \bar{i}^{(s),1} \\ \bar{i}^{(s),2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_C^{(s)} \coth \gamma^{(s)} l^{(s)} & -Y_C^{(s)} \operatorname{csch} \gamma^{(s)} l^{(s)} \\ -Y_C^{(s)} \operatorname{csch} \gamma^{(s)} l^{(s)} & Y_C^{(s)} \coth \gamma^{(s)} l^{(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^{(s),1} \\ v^{(s),2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

不連続部

$$\begin{cases} V_p^{(1),2} = (n_{p,q}^{(1)(2)})^t \cdot V_q^{(2),1} \\ \bar{I}_q^{(2),1} = n_{p,q}^{(1)(2)} \cdot \bar{I}_p^{(1),2} \end{cases} \quad \begin{cases} V_r^{(3),1} = (n_{q,r}^{(2)(3)})^t \cdot V_q^{(2),2} \\ \bar{I}_q^{(2),2} = n_{q,r}^{(2)(3)} \cdot \bar{I}_r^{(3),1} \end{cases} \quad (8)$$

$$n_{p,q}^{(1)(2)} = \frac{1}{W^{(1)}} \int_0^{W^{(1)}} c_p^{(1)}(s^{(1)}) \cdot c_q^{(2)}(s^{(2)}) ds \quad (9)$$

$$n_{q,r}^{(2)(3)} = \frac{1}{W^{(3)}} \int_0^{W^{(3)}} c_q^{(2)}(s^{(2)}) \cdot c_r^{(3)}(s^{(3)}) ds \quad (10)$$

固有値方程式

$$\bar{i}^{(3),2} = \bar{Y}_{in}^{(3),2} \cdot v^{(3),2} = 0 \quad (11)$$

表3 等幅 (C=1.0) の時の固有値

①	1.971518821	21	11.24734324
②	2.957999453	22	11.42219693
③	3.726576563	23	11.56942897
④	3.726807703	24	11.98573868
⑤	4.42951562	25	12.56658407
⑥	5.446114404	26	12.81142971
⑦	6.444558016	27	12.8116082
⑧	6.450420734	28	12.87623796
⑨	6.789571595	29	12.88595791
10	6.78967534	30	13.64716352
11	7.338356578	31	13.74382837
12	7.96326174	32	13.7438318
13	9.027583132	33	13.77194181
14	9.027715263	34	14.56541128
15	9.250266053	35	14.61613519
16	9.65710564	36	15.60018004
17	9.668900991	37	15.61722615
18	10.0708373	38	15.70886031
19	10.07114474	39	15.77544259
20	10.62592328	40	15.84601346

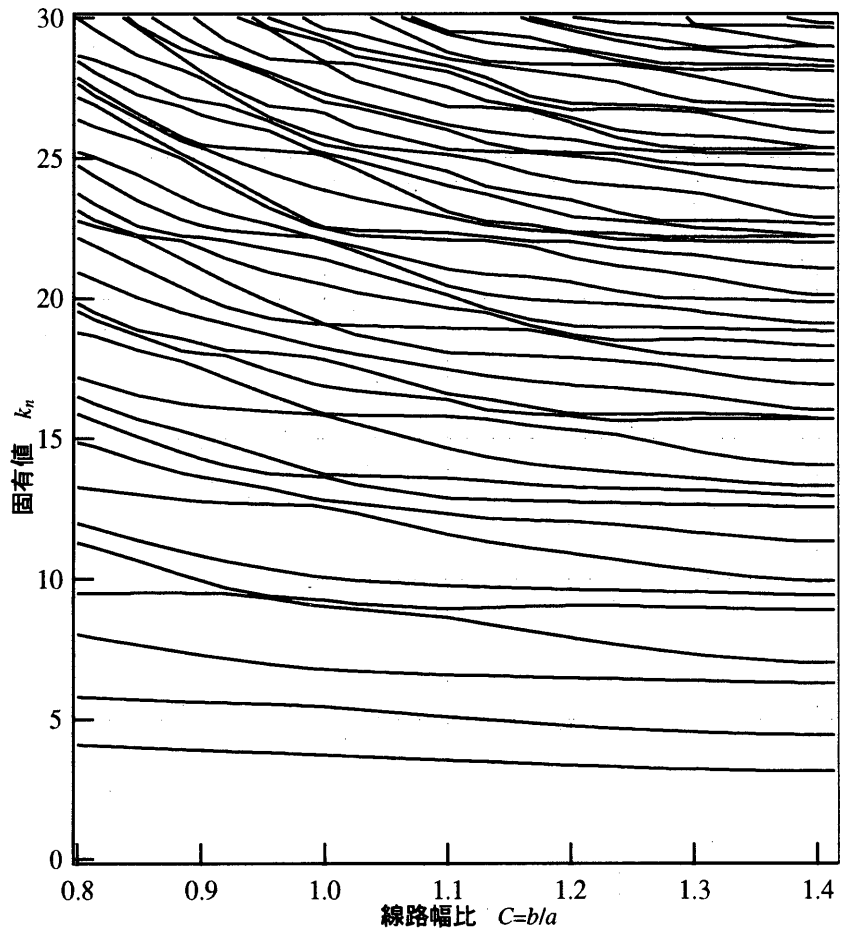


図5 線路幅比に対する固有値の推移

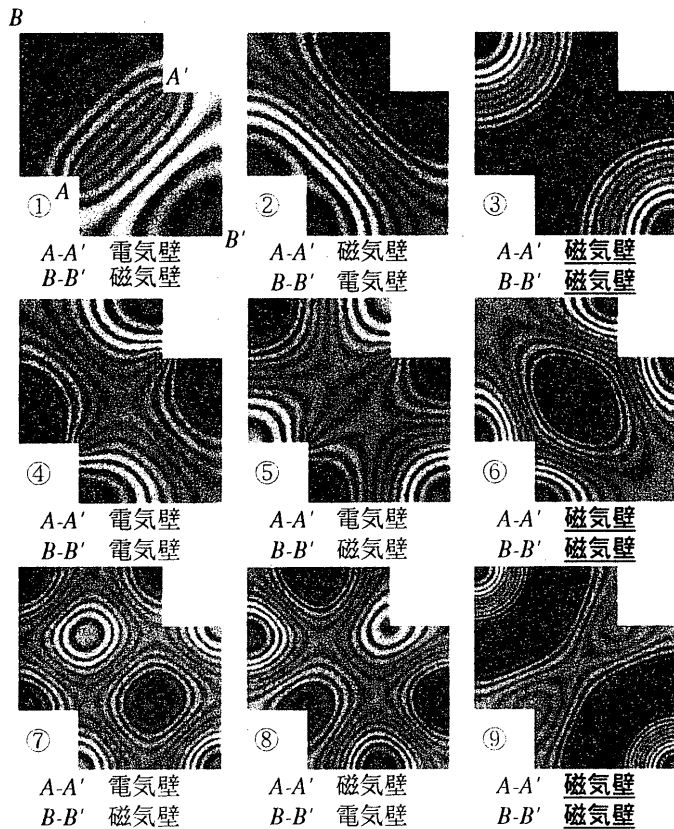


図6 3段構成回路の固有モード電圧分布

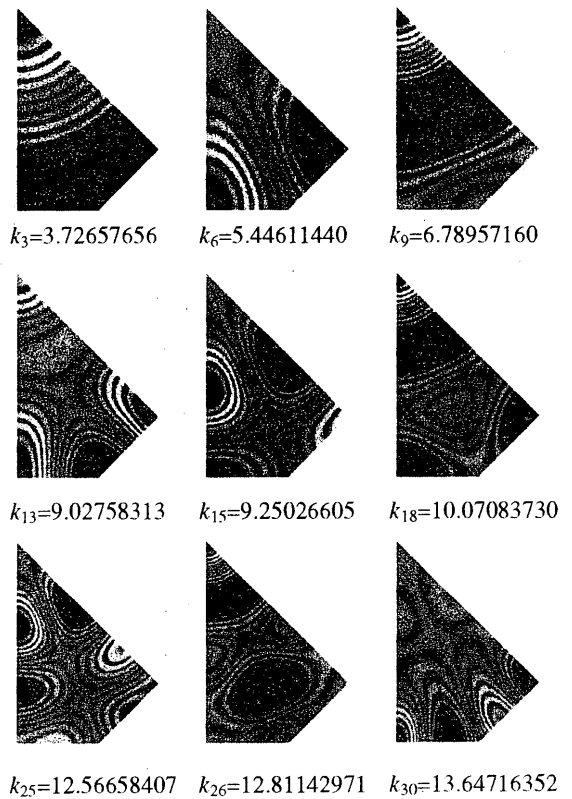


図7 45度曲がり接合部の固有モード電圧分布

有関数から次式のように与えられる。

$$\text{共振 (角) 周波数} \quad \omega_n \quad (k_n = \omega_n \sqrt{\epsilon\mu}) \quad (12)$$

$$\text{変圧比} \quad n_{n,m}^{(l,j)} = \frac{1}{W^{(l)}} \int_0^{W^{(l)}} \varphi_n(x,y) f_m^{(l)}(s) ds \quad (13)$$

したがって、45度曲がり単体でのフォスタ型等価回路より求めたモードインピーダンス行列は、式(14)となる

$$Z_{i,j}^{(k)} = -j \frac{1}{C_0} \sum_{n=0}^N \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} n_{n,m}^{(l,i)} n_{n,l}^{(l,j)} \quad (14)$$

$$v^{(s,i)} = \sum_{j=1}^2 Z_{i,j}^{(k)} i^{(s,j)} \quad (i=1,2) \quad (15)$$

4.2. 直角曲がりの外部モードインピーダンスの導出

図8の直角曲がりには45度曲がり2つあるので、モードインピーダンス行列は式(16)で与えられる。

$$\begin{bmatrix} v^{(L),2} \\ v^{(R),1} \\ v^{(M),1} \\ v^{(M),2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}^{(L)} & 0 & Z_{12}^{(L)} & 0 \\ 0 & Z_{22}^{(R)} & 0 & Z_{21}^{(R)} \\ Z_{21}^{(L)} & 0 & Z_{11}^{(M)} & 0 \\ 0 & Z_{21}^{(R)} & 0 & Z_{11}^{(M)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^{(L),2} \\ i^{(R),1} \\ i^{(M),1} \\ i^{(M),2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここで、領域#L端子2と領域#R端子1は、入出力端子なので、外部モード電圧 v^e ・外部モード電流 i^e 並びに領域#Mの内部モード電圧 v^i ・モード電流 i^i を式(17)のように定義すると、式(16)は式(18)で与えられる。

$$v^e = \begin{bmatrix} v^{(L),2} \\ v^{(R),1} \end{bmatrix} \quad i^e = \begin{bmatrix} i^{(L),2} \\ i^{(R),1} \end{bmatrix} \quad v^i = \begin{bmatrix} v^{(M),1} \\ v^{(M),2} \end{bmatrix} \quad i^i = \begin{bmatrix} i^{(M),1} \\ i^{(M),2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} v^e \\ v^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^{ee} & Z^{ei} \\ Z^{ie} & Z^{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^e \\ i^i \end{bmatrix} \quad (18)$$

また内部モード電圧・モード電流は、以下の関係がある。

$$v^i = -Z^i i^i \quad (19)$$

$$Z^i = \begin{bmatrix} Z_C^{(M)} \coth \gamma^{(M)} L_0 & Z_C^{(M)} \operatorname{csch} \gamma^{(M)} L_0 \\ Z_C^{(M)} \operatorname{csch} \gamma^{(M)} L_0 & Z_C^{(M)} \coth \gamma^{(M)} L_0 \end{bmatrix}$$

したがって、式(18)と式(19)から外部モードインピーダンス行列は式(20)で計算される。

$$v^e = [Z^{ee} - Z^{ei}(Z^{ii} + Z^i)^{-1}Z^{ie}] i^e = Z^e i^e \quad (20)$$

4.3 入出力特性の計算—電圧・電力散乱行列の計算—

図8(c)の等価回路で入出力端子での入反射モード電圧を A^e, B^e とすると、外部モード電圧・モード電流は式(22)で与えられる。

$$A^e = \begin{bmatrix} A^{(L),2} \\ A^{(R),1} \end{bmatrix} \quad B^e = \begin{bmatrix} B^{(L),2} \\ B^{(R),1} \end{bmatrix} \quad Y_C^e = \operatorname{diag}(Y_C^{(L)} \quad Y_C^{(R)}) \quad (21)$$

$$v^e = A^e + B^e \quad i^e = Y_C^e (A^e - B^e) \quad (22)$$

式(20)に代入すると、モード電圧散乱行列 S_V を得る。

$$\begin{aligned} A^e + B^e &= Z^e Y_C^e (A^e - B^e) \\ B^e &= (Z^e Y_C^e + I)^{-1} (Z^e Y_C^e - I) A^e = S_V A^e \end{aligned} \quad (23)$$

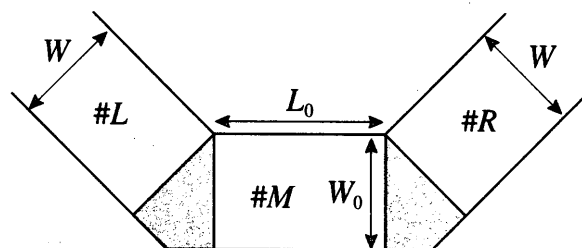
また、この場合基本モードに対するモード電力散乱行列 S_P は、入出力線路の基本モード特性イミタンスが同じ

なっていることより次式で与えられる。

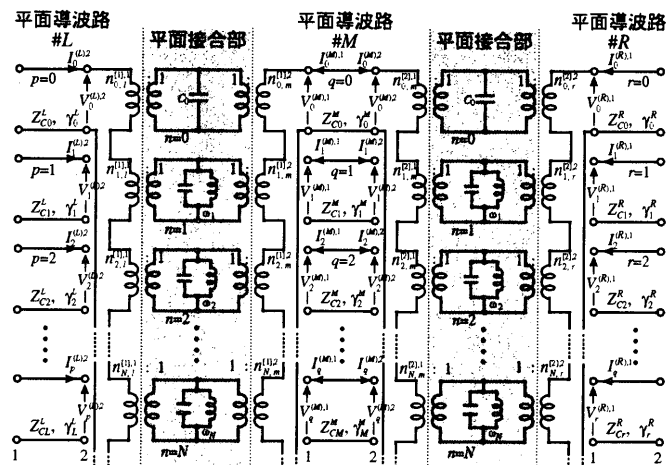
$$S_P = S_V \quad (24)$$

4.4 周波数特性の結果

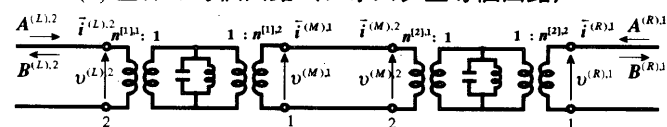
45度曲がり接合部の固有モードを $N=36$ 次 ($k_n=30$) まで、平面導波路の伝送モードを $L, M, R=20$ 次まで考慮して電力透過係数を計算した結果を図9,10に示す。図9(a)は平面導波路 #L, #M, #R の線路幅が等幅 ($C=1.0$) の場合で、線路長 L_0 [mm] を変化させたときの結果を示し、図9(b)は比較的透過特性の良い $L_0=3.0$ [mm] 近傍の拡大図を示す。また、図10は、平面導波路 #M の線路幅比を $C=0.88$ と狭くした場合である。図12は線路長 $L_0=3.37$ [mm] と一定したときの線路幅比に対する透過特性の様子を示す。これらの関係にはいずれも透過特性と帯域幅には競争関係があり、線路長 L_0 を長くしたり、線路幅 W_0 を狭くすると、透過特性は良くなっていくが、通過する帯域幅が狭くなる関係がある。したがって、適切な L_0 や W_0 を選べば、最も透過特性の良い最適形状が存在すると考えられる。図12は、 $C=1.0$ と 0.88 のとき同じ減衰量 (0.01 [dB]) で帯域幅がどれ程異なるか計算した結果である。この結果より、 $C=0.88$ の方が広い帯域幅が確保され、特性が良いことが分かる。



(a) 2段45° 曲がりを持つ直角曲がり



(b) 全体の等価回路 (フォスタ型等価回路)



(c) 行列表示

図8 直角曲がり全体のフォスタ型等価回路

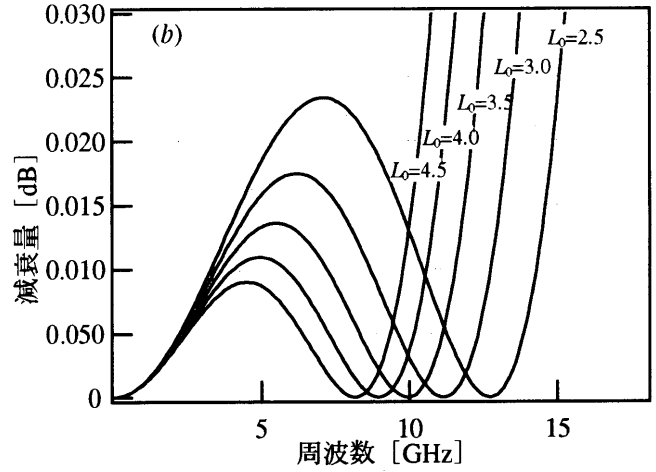
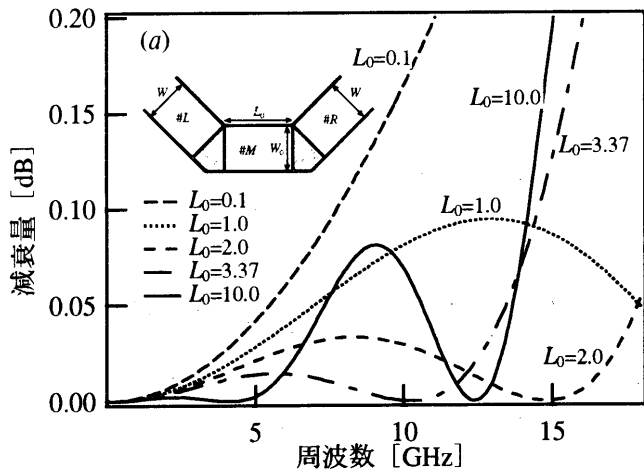


図9 線路幅比 $C=1.0$ のときの入出力周波数特性 (線路長 L_0 [mm] 変化)

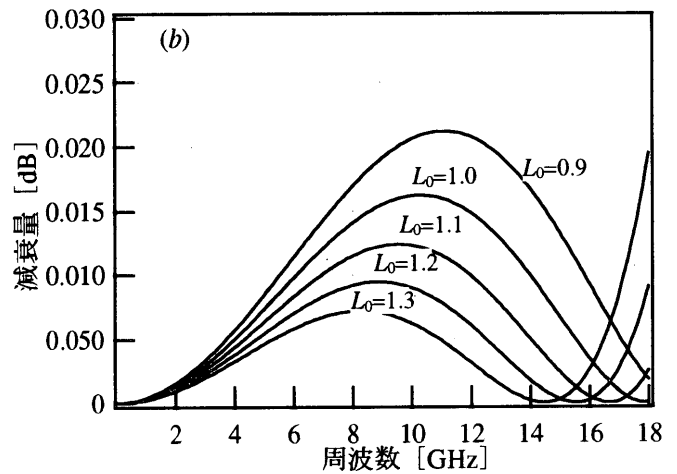
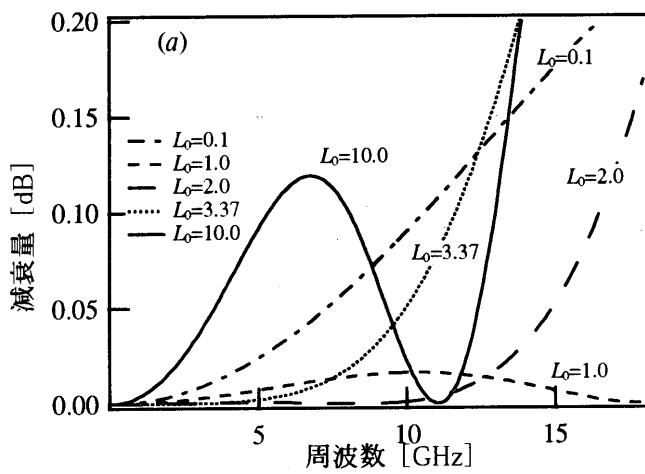


図10 線路幅比 $C=0.88$ のときの入出力周波数特性 (線路長 L_0 [mm] 変化)

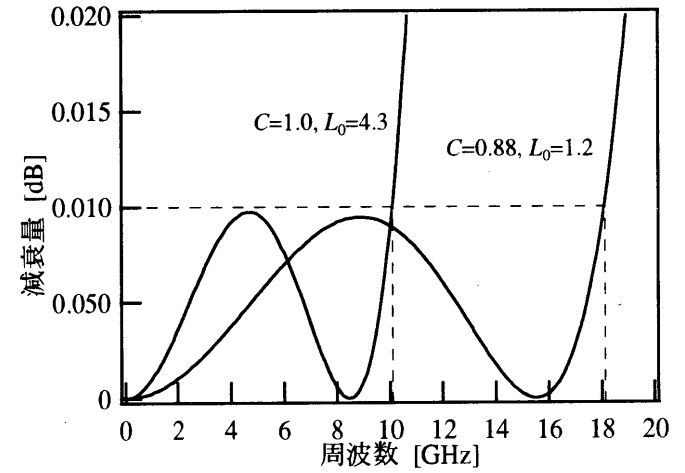
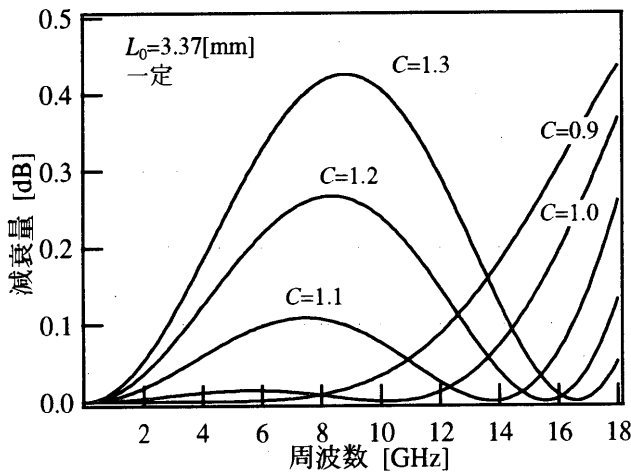


図12 線路幅比 C の比較 ($L_0=3.37$ [mm] 一定)

図12 同減衰量で帯域幅の比較

5. むすび

ストリップ線45度曲がりの固有モードを3段構成回路と二重磁気壁対称性を用いて計算し、45度曲がりを2段構成した直角曲がりの周波数特性をフォスタ型等価回路に基づいて計算した。また、45度曲がり間の導波路の長さや幅を変えることにより、透過特性の良くなる形状の存在を指摘した。

参考文献

- [1] 平岡, 許「角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算—ストリップ線3段構成と磁気壁対称性に基づいて—」信学技報 MW2000-71 (2000-07)
- [2] 平岡, 許「ストリップ線角斜め切断直角曲がりの周波数特性の計算—3段構成と磁気壁対称性による固有モード計算—」信学技報 MW2001-51 (2001-07)