

ストリップ線 T 分岐回路のフォスタ型等価回路による解析 - 方形切り込み平面接合部の固有モードに基づいて -

竹中 哲也 丸山 雄 平岡隆晴 許 瑞邦

神奈川県 工学部 電気電子情報工学科
 〒 221-8686 神奈川県横浜市神奈川区六角橋 3-27-1
 TEL:045(481)5661 FAX:045(491)7915
 E-mail: {tetsu,kyo,hiraoka}@kyolab2.ee.kanagawa-u.ac.jp

あらまし：ストリップ線 T 分岐回路は、接合部の面積及び不連続のため、広帯域周波数特性が劣化する。接合部に適切な切り込みを入れることによって広帯域の周波数特性が改善されることが知られている。本研究では方形切り込み平面接合部の固有モードを求め、フォスタ型等価回路に基づいて広帯域周波数特性を計算し、切り込みによる特性改善及び最適切り込み量について、検討する。

キーワード：固有モード，フォスタ型等価回路，電気壁対称，磁気壁対称

Analysis of stripline T-branch circuit by Foster-type equivalent network -Based on eigenmode of planar junction circuit with rectangular cut-

TAKENAKA, Tetsuya MARUYAMA, Yuh HIRAOKA, Takaharu HSU, Jui-Pang

Department of Electrical, Electronics and Information Engineering
 Kanagawa University

3-27-1 Rokkakubasi Kanagawa-ku Yokohama 221-8686 Japan

TEL : +81-45(481)5661 FAX : +81-45(491)7915

E-mail: {tetsu,kyo,hiraoka}@kyolab2.ee.kanagawa-u.ac.jp

Abstract In case of stripline T-branch circuit, frequency characteristic is deteriorated because of unwanted discontinuity and capacitance due to planar junction. It is well known that the characteristics can be improved by proper cut in planar junction. In our research eigenmode of planar junction with rectangular cut is calculated. The frequency characteristic is calculated based on Foster-type equivalent network. The improvement of characteristic by proper cut and optimal cuts are investigated, which leads to Foster-type equivalent network.

keyword: Eigenmode, Foster-type equivalent network, Electric wall symmetry, Magnatic wall symmetry

1. はじめに

ストリップ線 T 分岐回路は、マイクロ波回路の集積化を図る上で基本的な素子であり、反射を抑えた特性を得

る必要がある。しかし、T 分岐回路は伝送線路理論では、入力線路と出力線路との接合部が点接合のため理想的な特性を示すが、実際にストリップ線で T 分岐回路を作製

すると平面接合部が面積を持つためその面積に起因したキャパシタンスにより透過特性が劣化する。そこで平面接合部に適切な切り込みを入れることにより、特性が改善されることが広く知られている。これらの計算を行うため、近似的な等価回路を用いたり、実際に回路を作製して最適形状を決定していた。しかし、回路全体での精度の良い計算機解析を行うためには、T分岐回路を含めた合理的なモデル化が必要となるが、任意の切り込みになると、形状は簡単でも厳密に計算することは一般的に難しい。そこで基本的なT分岐回路を直線導波路に任意の切り込みを持つ平面接合部が接続された接合回路型不連続問題として捉え、T分岐回路の精度の良い解析方法を確立することは有効であると考えられる。

この報告では、図1に示す方形切り込みT分岐回路の解析を平面接合部の対称性を用いる。解析手順は次の通りである。

- (1) 回路構成のうち、直線導波路として扱える部分(平面導波路部)と方形切り込みを持つ接合回路部(平面接合部)に領域分割する。
- (2) 方形切り込み接合部の固有モード(固有値, 電圧分布)を平面接合部の対称性を利用し中心対称面に磁気壁, 電気壁を仮定し2段構成回路を用い計算する。
- (3) 得られた固有モードからフォスタ型等価回路の回路定数(共振周波数, 結合度)を計算し、T分岐回路のモードインピーダンス行列を並びに入出力周波数特性を導出する。平面接合部に入れる、方形切り込みのカット率 C を変えることで最適形状の検討を行った。

2. ストリップ線路の平面回路モデル

ストリップ線路内の電磁界分布は、本来3次元的な分布だが、ここでは図2に示す実効幅補正により、側壁が磁気壁の平面回路モデルを導入する。平面回路内の電磁界分布は、 $\mathbf{E} = (0, 0, E_z), \mathbf{H} = (H_x, H_y, 0) = (\mathbf{H}_t, 0)$ となるので、平面回路で面電圧、面電流密度を式(1)のように定義すると、平面回路方程式は式(2)で与えられる。

$$V(x, y) = -E_z(x, y) \cdot d \quad \mathbf{J}(x, y) = \mathbf{H}_t(x, y) \times \mathbf{k} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \text{grad}V = j\omega\mu\mathbf{J} \\ \text{div}\mathbf{J} = -j\frac{\omega\epsilon}{d}V \end{cases} \quad (2)$$

3. 方形切り込み平面接合部の固有モードの解析

図1の方形切り込みT分岐回路は、平面接合部と平面導波路部#1・2・3に領域分割出来る。そのうち、ここでは平面接合部の固有モード計算の手法について述べる。

3.1 2段構成回路と対称性の利用

方形切り込み平面接合部の固有モードの計算は以下のように行った。

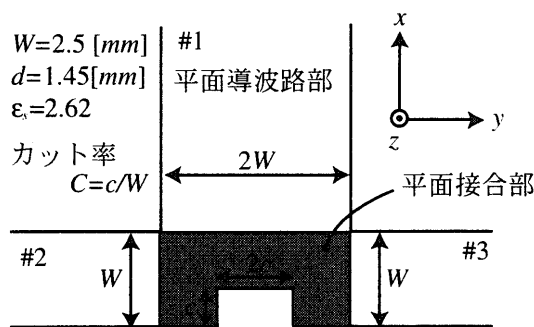


図1 方形切り込みT分岐回路

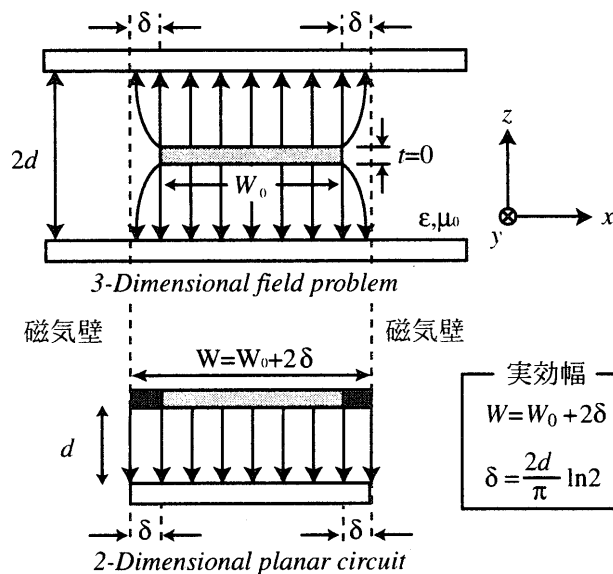


図2 実効幅補正による平面回路モデル

- (1) 図3(a)に示すように平面接合部は、中心対称となるので中心対称面A-A'に磁気壁また電気壁を仮定することにより、半分の領域で解析することが出来る。
- (2) その形状は、図3(b)のように分割することにより、線路幅のことなる2つの伝送線路が接続された構造になる(ストリップ線2段構成回路)。
- (3) 分割した長方形領域は、幅 $W^{(n)}$ 、長さ $l^{(n)}$ の伝送線路となるので、多線条伝送線路・多開口理想変圧器の等価回路で表され、その固有モードは表1の固有関数系で与えられる。

表1 平面接合部の固有関数系

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2} + k_n^2 \varphi_n(x, y) = 0 \quad (3)$$

$$\text{但し、} \nabla_t \varphi_n \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \varphi_n}{\partial n} = 0 \quad (\text{開放境界/磁気壁}) \quad (4)$$

$$k_0 = 0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \dots$$

$$\frac{1}{S} \iint_S \varphi_n(x, y) \cdot \varphi_m(x, y) dx dy = \delta_{nm} \quad (\text{正規直交系}) \quad (5)$$

(4)計算した2段構成回路の固有モードを中心対称面での条件から、平面接合部全体の固有モードを求める。

3. 2 等価回路と固有モードの計算

2段構成回路の導波路部 #1, #2 は、 p, q 次の高次モードを含む多線条伝送線路で表すことが出来る。また、ステップ型不連続部は、各導波路の幅モード固有関数の正規直交性を利用することにより、多開口理想変圧器の変圧比で表される。従って高次モードまで考慮した全体の等価回路は図3となり、同図 (a) は、多モードを太線で表示した行列表示である。各領域、各端子でのモード電圧・モード電流の関係は、導波路部では(6)式で、不連続部では、(7)式で与えられ、また平面回路の固有モードは中心対称面が磁気壁の場合、全周囲を磁気壁として解くので、等価回路の両端子は開放となり、式(10.c)となる。また中心対称面が電気壁の場合領域#2の端子2が短絡となるため式(10.d)となる。従って以上の関係から領域1の端子2での内部アドミタンス $\bar{Y}_m^{(1),2}, \bar{Y}_m^{(1),2}$ を計算し、式(9)の固有値方程式を解くと、2段構成回路の固有値が計算できる。カット率 $C(C=c/W)$ に対する固有値の推移を図4にまた低次の固有モードを図5に示す。

4. 周波数特性の計算

図6(a)に示すようなストリップ線T分岐回路のS行列を計算する。

表2 等価回路定数と固有値方程式

端子電圧	$v^{(s),i} = [V_1^{(s),i}, V_2^{(s),i}, \dots, V_p^{(s),i}, \dots]^T$	領域 #s=1,2
端子電流	$i^{(s),i} = [I_1^{(s),i}, I_2^{(s),i}, \dots, I_p^{(s),i}, \dots]^T$	端子 #i=1,2

導波路部

$$\begin{bmatrix} \bar{i}^{(s),1} \\ \bar{i}^{(s),2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_c^{(s)} \coth \gamma^{(s)} l^{(s)} & Y_c^{(s)} \csc h \gamma^{(s)} l^{(s)} \\ Y_c^{(s)} \csc h \gamma^{(s)} l^{(s)} & Y_c^{(s)} \coth \gamma^{(s)} l^{(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^{(s),1} \\ v^{(s),2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

不連続部

$$\begin{cases} v_q^{(2),1} = (n_{p,q}^{(1),(2)})' \cdot v_p^{(1),2} \\ \bar{i}_p^{(1),2} = n_{p,q}^{(1),(2)} \cdot \bar{i}_p^{(2),1} \end{cases} \quad (7)$$

$$n_{p,q}^{(1),(2)} = \frac{1}{W^{(2)}} \int_0^{W^{(2)}} f_p^{(1)}(x) \cdot f_q^{(2)}(x) dx \quad (8)$$

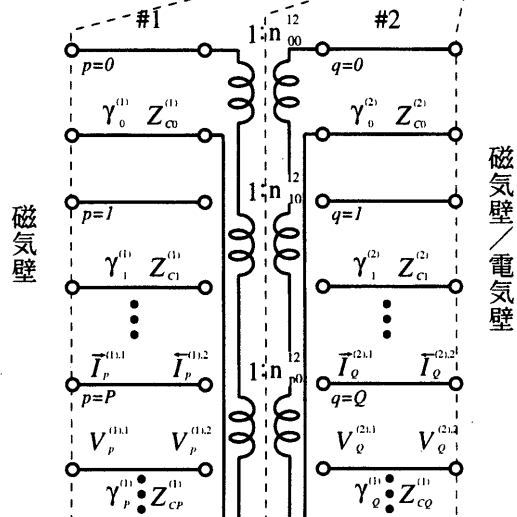
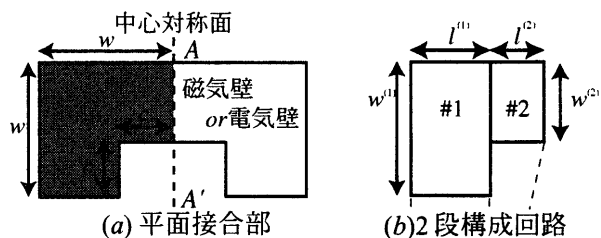
固有値方程式

$$(\bar{Y}_m^{(1),2} + \bar{Y}_m^{(1),2}) v^{(1),2} = 0 \quad (9)$$

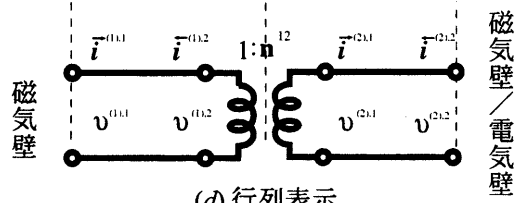
$$\bar{Y}_m^{(1),2} = Y_c^{(1)} \tanh \gamma^{(1)} l^{(1)} \quad (10.a)$$

$$\bar{Y}_m^{(1),2} = n^{(1),(2)} \bar{Y}_m^{(2),1} (n^{(1),(2)})' \quad (10.b)$$

$$\bar{Y}_m^{(2),1} = \begin{cases} Y_c^{(2)} \tanh \gamma^{(2)} l^{(2)} & (\text{中心磁気壁}) \quad (10.c) \\ Y_c^{(2)} \coth \gamma^{(2)} l^{(2)} & (\text{中心電気壁}) \quad (10.d) \end{cases}$$



(c) 多線条伝送線路・多開口理想変圧器による等価回路



(d) 行列表示

図3 ストリップ線2段回路の構成

4. 1 フォスタ型等価回路の回路定数の導出

図6(b)にストリップ線T分岐回路のフォスタ型等価回路を示す。等価回路の中で並列共振器の共振周波数 ω_n は、方形切り込み平面接合部の固有値 ka より求められ、平面接合部と平面導波路部との結合を表す理想変圧器の変圧比 n は、固有モードの電圧分布 $\varphi_n(x,y)$ と幅モード固有関数 $f_p(s)$ から次式で表される。

$$\text{共振(角)周波数} \quad \omega_n \quad (ka = \omega_n \sqrt{\epsilon\mu}) \quad (11)$$

$$\text{変圧比} \quad n_{n,p}^{(i)} = \frac{1}{W^{(i)}} \int_0^{W^{(i)}} \varphi_n(x,y) f_p^{(i)}(s) ds \quad (12)$$

従って、ストリップ線T分岐回路のフォスタ型等価回路のモードインピーダンス行列は、式(14)となる。

$$Z_{p,q}^{i,j} = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} \cdot n_{n,p}^i \cdot n_{n,q}^j \quad (14)$$

$$v_p^j = \sum_{j=1}^3 \sum_{q=0}^{\infty} Z_{p,q}^{i,j} i_q^j \quad (15)$$

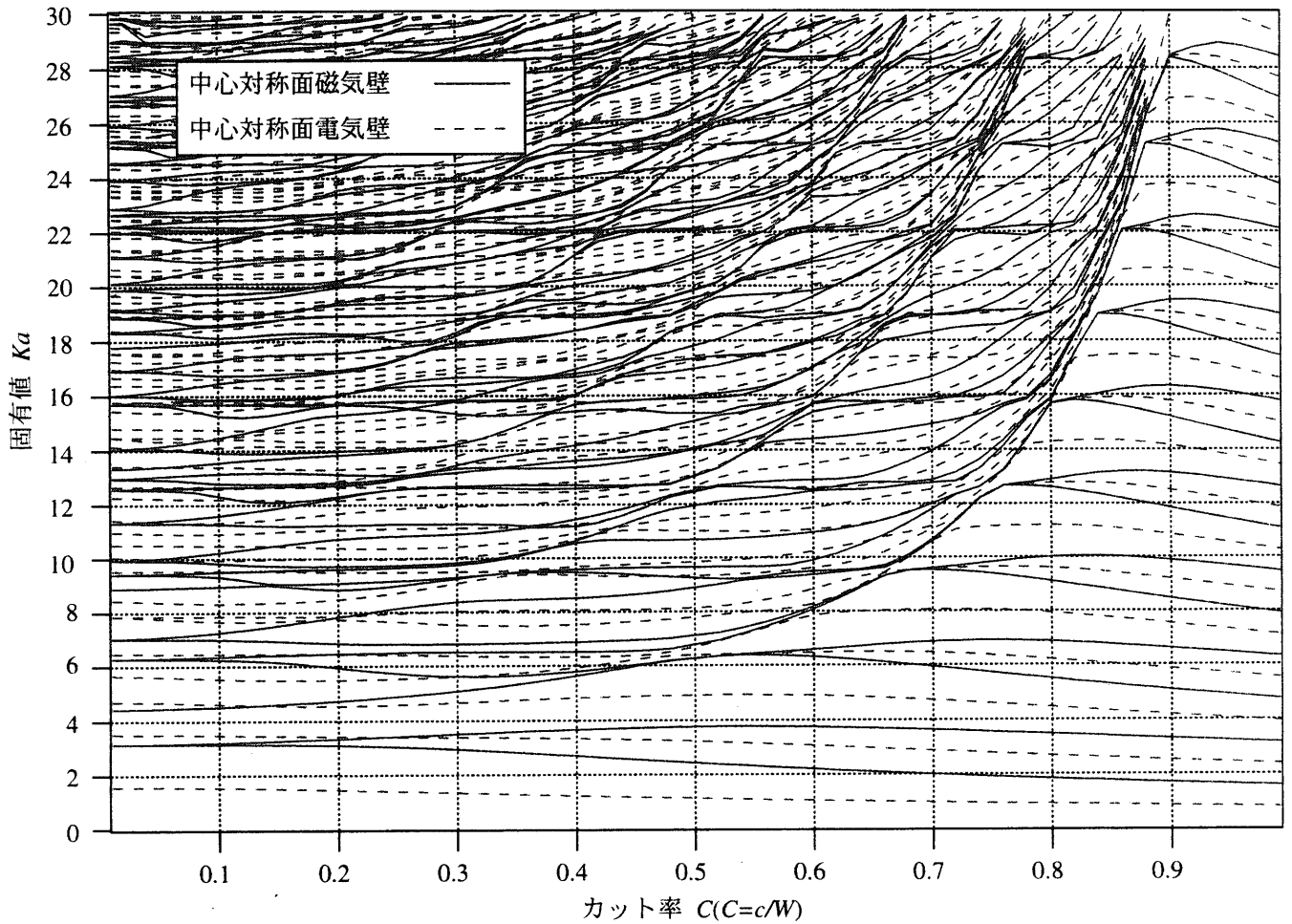


図4 カット率Cに対する固有値の推移

表3 カット率C=0.3の時の固有値

①	1.336152306	21	10.04278492
②	2.938084777	22	10.44025388
③	3.382340925	23	10.90907076
④	3.507145132	24	11.13557831
⑤	4.653905764	25	11.29182907
⑥	5.080041741	26	11.93109554
⑦	5.607818612	27	12.38641976
⑧	5.608611817	28	12.62749916
⑨	6.380347378	29	12.66828929
10	6.518766966	30	12.66893705
11	6.821265149	31	13.17598333
12	7.524800715	32	13.32954484
13	8.030814559	33	13.45261102
14	8.381476013	34	13.48333836
15	9.079964255	35	13.78917145
16	9.262948179	36	14.15068526
17	9.299660809	37	14.22441424
18	9.506959945	38	14.22468691
19	9.765632543	39	14.36889785
20	9.835703579	40	15.14034766

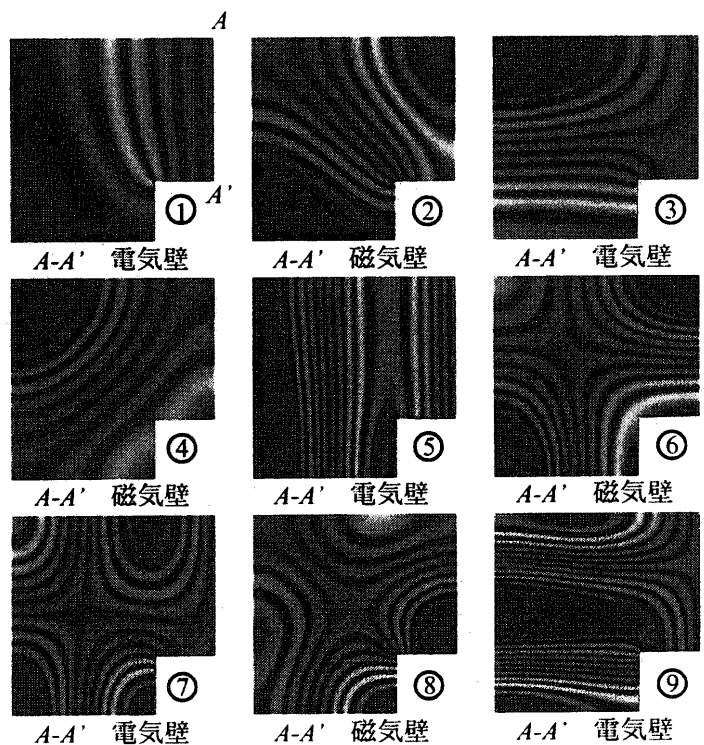


図5 平面接合部の固有モード電圧分布 (C=0.3)

4. 2 電圧散乱行列

図6(c)の等価回路で入出力端子での入反射モード電圧縦行列を $A^i, B^i (i=1,2,3)$ とし、全入反射モード電圧縦行列 A, B 及び、全伝送線路モード特性アドミタンスを式(16)で定義すると、式(17), 式(18)となる。

$$A = \begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B^1 \\ B^2 \\ B^3 \end{pmatrix}, Y_c = \text{diag}(Y_c^1, Y_c^2, Y_c^3) \quad (16)$$

$$v = A + B \quad (17)$$

$$i = Y_c(A - B) \quad (18)$$

これを式(15)に代入して整理すると、式(19)の関係が得られ全モードの電圧散乱行列 S_v が計算される。

$$A + B = ZY_c(A - B) \quad (19)$$

$$B = (ZY_c + I)^{-1}(ZY_c - I)A = S_v A$$

4. 3 入出力特性の計算—電力散乱行列—

モード電圧縦行列より、入力モード電圧波に対する出力モード電圧波を計算することができるが、これらの出力モードが全て電力波として外部に取り出されるわけではない。基本モード以外(高次モード)は、*Exp. decay*により伝搬しないので、基本モードのみの伝搬を考える。入力電力波、出力電力波は次式で定義する。

$$a_0 = \sqrt{\text{Re}(Y_{C_0})} \cdot A_0 \quad (20)$$

$$b_0 = \sqrt{\text{Re}(Y_{C_0})} \cdot B_0 \quad (21)$$

従って、モード電力散乱係数および、モード電力散乱行列は、次式で定義される。

$$S_{ppq}^{i,j} = \left(\frac{b_p^i}{a_q^j} \right) = \sqrt{\frac{\text{Re}(Z_{C_q}^j)}{\text{Re}(Z_{C_p}^i)}} \cdot \left(\frac{B_p^i}{A_q^j} \right) \quad (22)$$

$$B_0 = S_{v00} \cdot A_0 \quad (23)$$

$$\sqrt{\text{Re}(Z_{C_0})} \cdot b_0 = S_{v00} \sqrt{\text{Re}(Z_{C_0})} \cdot a_0 \quad (24)$$

$$b_0 = S_{p00} \cdot a_0 \quad (25)$$

$$S_{p00} = \sqrt{\text{Re}(Y_{C_0})} S_{v00} \sqrt{\text{Re}(Z_{C_0})} \quad (26)$$

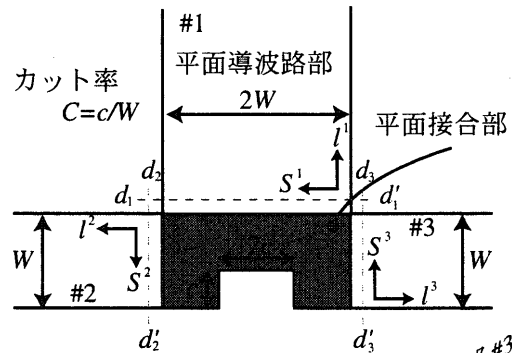
但し、 Y_c, Z_c は S_v の配列に従って配列された線路のモード特性イミタンスに関する対角行列である。

4. 4 周波数特性の計算結果

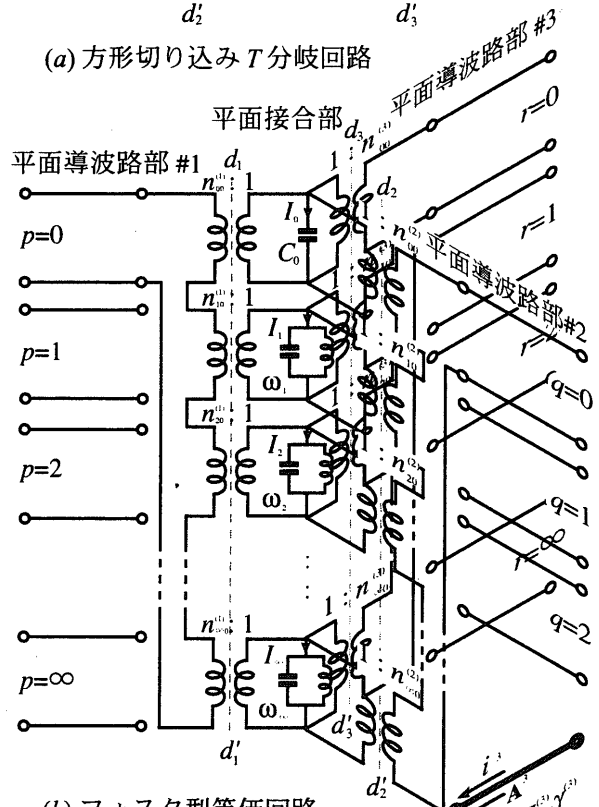
平面導波路の伝送モードを $p=20, q,r=10$ まで考慮した、ストリップ線 T 分岐回路の周波数特性について、平面接合部の固有モードの考慮モード数による収束性の計算結果を図7に示す。考慮モード数を増やしていくに従って収束していくことがわかる。今後の計算は、この結果に

基づき考慮モードを $(ka=20)$ まで考慮して計算を行う。

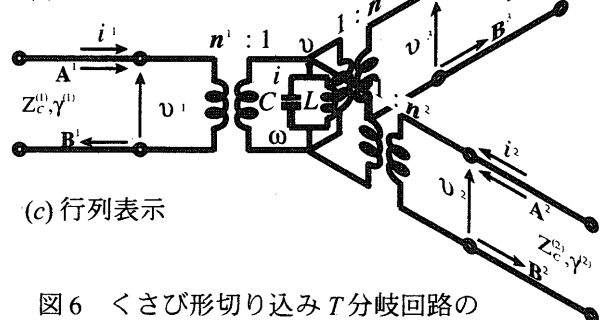
カット率 $C(C=c/W)$ に対する周波数特性の計算結果を図8に示す。カットを $C=0.1, 0.2$ と増やして行くに従って、透過特性が改善されていることがわかる。しかし、カットを $C=0.7, 0.8$ と入れすぎると特性が再び劣化する。従って、カット率 $C=0.55, 0.6$ 近辺に最適な切断量があると考えられる。ここで、カット率 $C=0.61$ 近辺を拡大したものを図8中に示す。これから、透過特性を良くすると帯域が狭



(a) 方形切り込み T 分岐回路



(b) フォスタ型等価回路



(c) 行列表示

図6 くさび形切り込み T 分岐回路の
フォスタ型等価回路

くなり、帯域を広く取ろうとすると、透過特性が悪くなる。ここで、平面接合部に方形切り込みを入れることによる、周波数特性改善の実現限界曲線を図9に示す。

5. 動作時の電圧分布の計算

全入力電圧波 $A_q^i (j=1,2,3, q=0,1,\dots,n(j))$ が回路での励起条件として与えられていると、線路上での出力電

圧波は、電圧散乱行列が4. 2で求まっているので次のように表される。

$$B_p^i = \sum_{j=1}^3 \sum_{q=0}^{n(j)} S_{Vpq}^{ij} A_q^j \quad (i=1,2,3, p=0,1,\dots,n(i)) \quad (27)$$

5. 1 線路上での電圧・電流分布

図6に示す*i*番目の線路の座標系を用いてこの線路上で

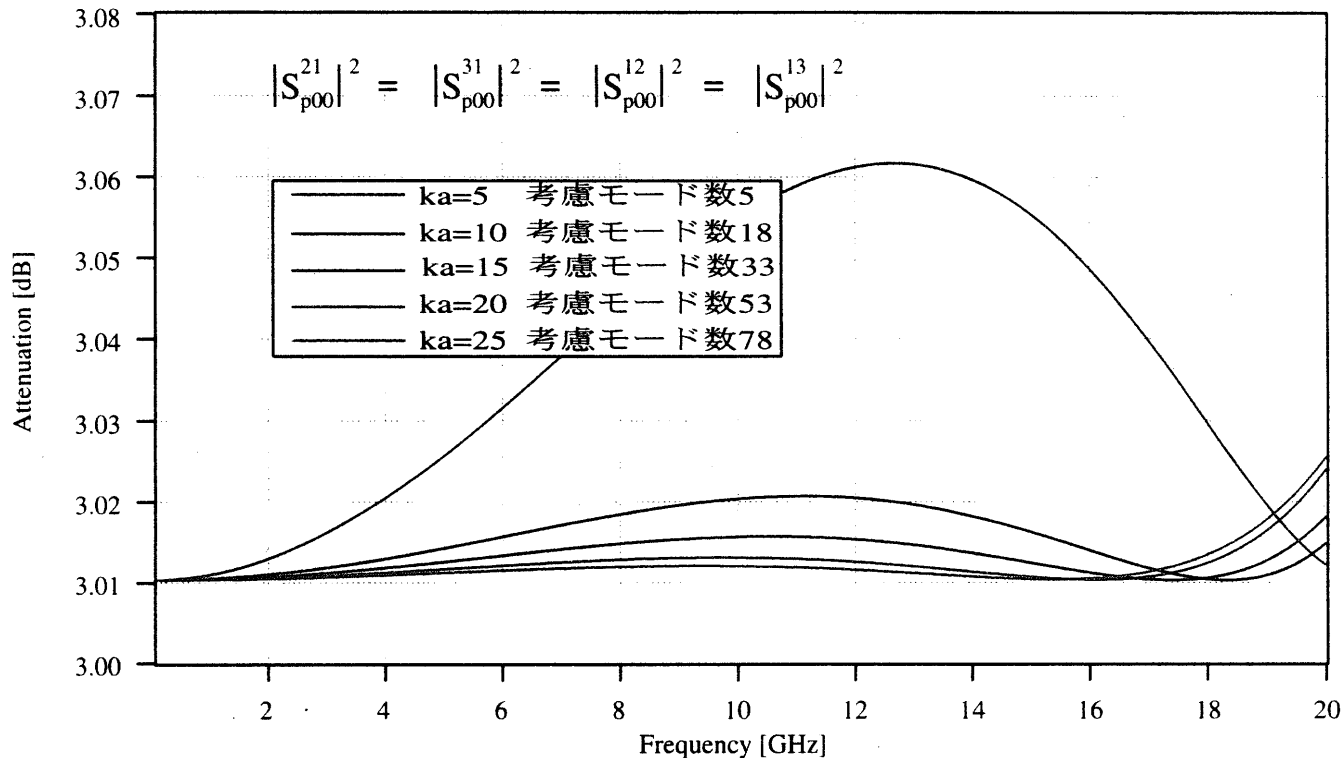


図7 ストリップ線T分岐回路の周波数特性 C=0.55 (考慮モード数による収束性)

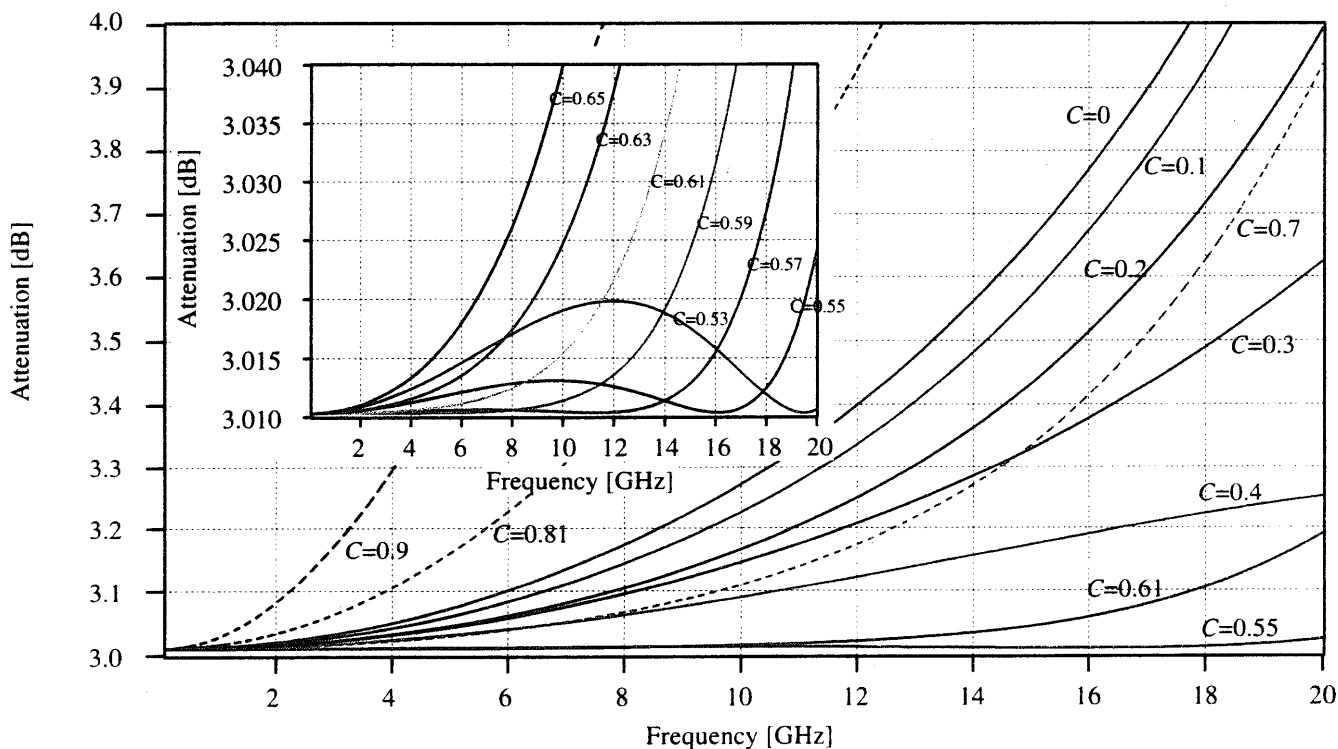


図8 ストリップ線T分岐回路の周波数特性

の電圧・電流分布は、次式で与えられる。

$$V^i(l^i, S^i) = \sum_{p=0}^{n(i)} [A_p^i e^{\gamma_p^i l^i} + B_p^i e^{-\gamma_p^i l^i}] f_p^i(S^i) \quad (28)$$

$$J_{l^i}^i(l^i, S^i) = \sum_{p=0}^{n(i)} Y_{cp}^i [-A_p^i e^{\gamma_p^i l^i} + B_p^i e^{-\gamma_p^i l^i}] f_p^i(S^i) \quad (29)$$

$$J_{S^i}^i(l^i, S^i) = -\frac{1}{j\omega \mu d} \sum_{p=0}^{\infty} Y_{cp}^i [A_p^i e^{\gamma_p^i l^i} + B_p^i e^{-\gamma_p^i l^i}] f_p^i(S^i) \quad (30)$$

$$\text{但し } f_p^i(S^i) = \sqrt{\epsilon_p} \cos \frac{p\pi S^i}{W^i}$$

5. 2 接合部での電圧分布

図6に示すj番目の線路より接合部に流れ込むq番目のモード電流は、次式で与えられるので、

$$I_q^j = Y_{cq}^j (A_q^j - B_q^j) \quad (31)$$

接合部のフォスタ型等価回路でn番目の共振器に流入する誘導電流は次式で与えられる。

$$I_n = \sum_{j=1}^3 \sum_{q=0}^{n(j)} n_{n,q}^j I_q^j \quad (32)$$

従って、n番目の共振器のモード電圧は次式となる。

$$V_n = \frac{1}{jC_0} \sum_{j=1}^3 \sum_{q=0}^{n(j)} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} n_{n,q}^j I_q^j \quad (33)$$

従って接合部の電圧分布は、固有関数を用いて次式で計算される。

$$V(x, y) = \sum_{n=0}^N V_n \phi_n(x, y) \quad (34)$$

以上より計算された動作時の電圧分布を図10に示す。

6. むすび

ストリップ線T分岐回路の平面接合部を対称性を用いて固有モードを計算した。計算された固有モードに基づいてフォスタ型等価回路の回路定数を導出し、周波数特性を計算した。カット率を変化させ周波数特性を計算し、透過特性と帯域幅を考慮した、最適形状の検討を行った。以上の結果より、方形切り込みによる特性改善の実現限界曲線を求めた。動作時の電圧分布を導出し、時間依存特性を示した。

参考文献

- [1] 竹中, 武井, 平岡, 許「ストリップ線T分岐回路のフォスタ型等価回路による解析—方形切り込み平面接合部の固有モードに基づいて—」 信学会ソ大会 c-2-41 (2002-9)
- [2] Takenaka, Hiraoka, Hsu「Analysis of stripline T-junction with rectangular cut based on eigenmode expansion method and Foster-type equivalent network」 IMS2003 WE2D-2 (2003-6)
- [3] 竹中, 平岡, 許「くさび形切り込みを持った平面接合部の固有モード計算—ストリップ線T分岐回路のフォスタ型等価回路の導出」 信学会総合大会 c-2-45 (2003-3)
- [4] 竹中, 平岡, 許「くさび形切り込みストリップ線T分岐回路の周波数特性の計算—フォスタ型等価回路に基づいて—」 信学会ソ大会 c-2-57(2003-9)

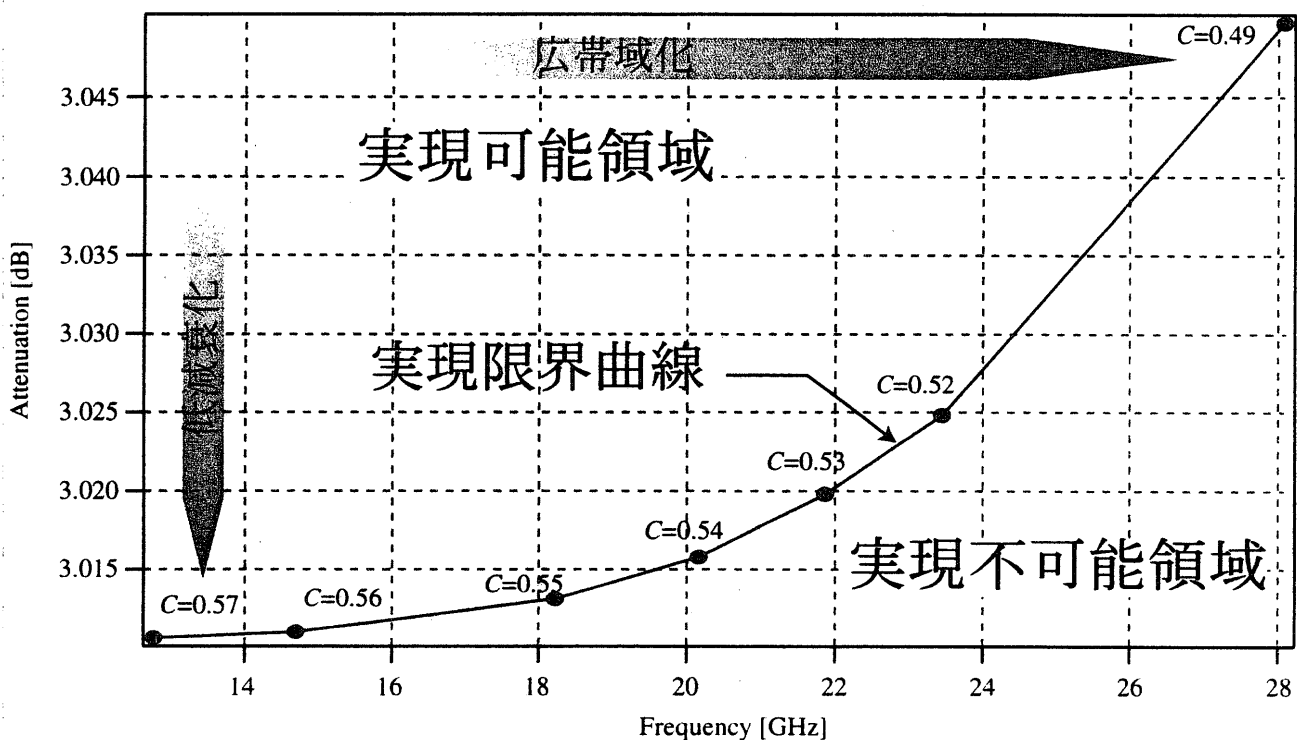
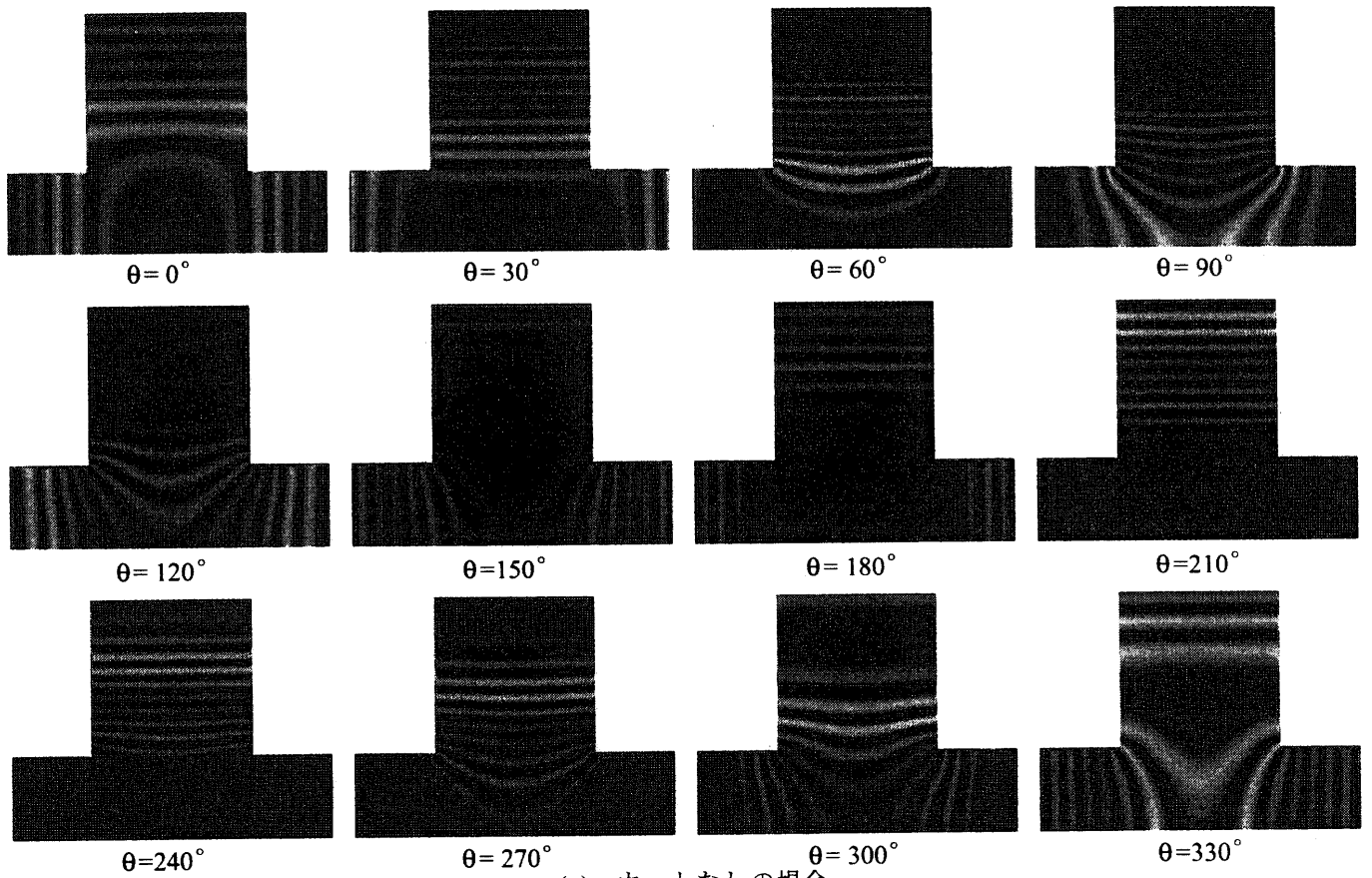
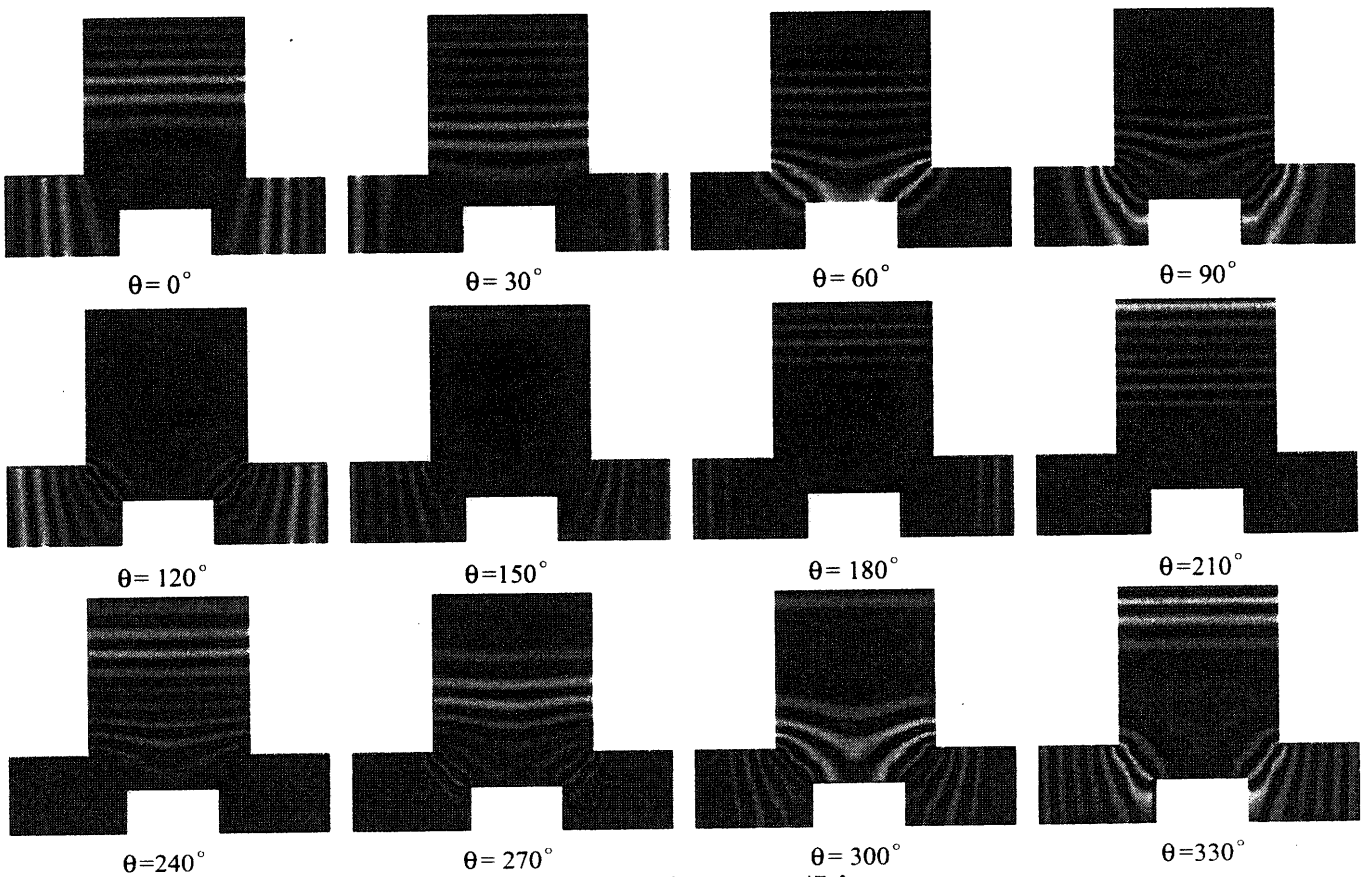


図9 方形切り込みによる透過特性と帯域幅の実現限界曲線



(a) カットなしの場合



(b) カット率 $C=0.57$ の場合

図 10 電圧分布の時間特性