

ストリップ線角斜め切断直角曲がりの周波数特性の計算 — 3段構成と磁気壁対称による固有モード計算 —

平岡 隆晴 許 瑞邦

神奈川大学 工学部 電気電子情報工学科
〒221-8686 横浜市神奈川区六角橋 3-27-1
TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915
E-mail : hiraoka@kyolab.ee.kanagawa-u.ac.jp

あらまし

ストリップ線角斜め切断直角曲がりの周波数特性をのフォスタ型等価回路に基づいて解析するために、接合回路部(角斜め切断正方形平面回路)の固有モードを高次まで正確に求める必要がある。ここではストリップ線3段縦続回路の磁気壁対称性を利用して固有モードを求め、その結果から、直角曲がり回路のフォスタ型等価回路定数(共振周波数, 平面導波路部と平面接合部との結合度)を計算し、広帯域周波数特性を求めた。さらに、各切断量に対する透過特性を計算することで、最も透過量の多い最適切断率について検討を行った。

キーワード ストリップ線直角曲がり, 角斜め切断回路, 3段構成回路, 磁気壁対称

Calculation of frequency characteristics for stripline right-angle bend with slant-wise corner cut —based on 3-stage connection and calculation of eigenmode by magnetic wall symmetry —

Takaharu Hiraoka Hsu, Jui-Pang

Department of Electrical, Electronics and Information Engineering
Kanagawa University
3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221-8686 Japan
TEL : +81-45(481)5661 FAX : +81-45(491)7915
E-mail : hiraoka@kyolab.ee.kanagawa-u.ac.jp

Abstract

Stripline right-angle bend with slantwise corner cut is an important component for microwave circuit. Especially, analytical determination of the exact optimum cut is important for computer aided design of microwave circuit. Equivalent network for this structure is given by Foster-type network based on mode theory and can be used for analysis of practical bend characteristics. The key step for this analysis is how exactly to calculate eigenmode of the planar junction up to necessary number. Therefore, we propose a new method using three stage cascade-connected stripline configuration and magnetic wall symmetry. In this paper, we explain the above method in detail and calculate the eigenmode for various cut parameters. Finally, frequency characteristics of the right-angle bend with slantwise corner cut are calculated for various cut parameters, resulted in the determination of the optimum cut.

key words Stripline right-angle bend, Planar circuit with slant-wise corner cut, 3-stage structure circuit, Magnetic wall symmetry

1. はじめに

図1(a)に示すストリップ線直角曲がりには、マイクロ波回路の集積化を図る上で基本的な素子であり、その厳密な周波数特性を計算することは、有用と考えられる。我々は、直角曲がり回路も含めた任意形状平面回路に対して、平面導波路部と平面接合部とに分けて考え、各部分に固有モード展開法を適用することにより、図3に示すフォスタ型等価回路に基づいた解析手法を提案しており、既に平面接合部の形状が、図1(b)の角正方形切断直角曲がりや図1(c)(d)の角斜め切断直角曲がり¹⁾について、解析方法・計算結果を報告している。参考文献[1]では平面接合部の斜め部分の取り扱いを短冊状に細かく分割して多段縦続接続させた階段分割を用いて形状近似を行ったが、[2]ではストリップ線3段構成回路と磁気壁対称性を利用することにより、直接斜め部分の計算を行うことなく、角斜め切断回路の固有モードの計算を行っている。

今回は[2]で求めた固有モードの計算結果から、直角曲がり回路のフォスタ型等価回路の回路定数(共振周波数、平面導波路部と平面接合部との結合度)を計算し、広帯域周波数特性を求めた。さらに、各切断量に対する透過特性を計算することで、最も透過量の多い最適切断率についても検討した。

2. 固有モード展開に基づく等価回路

図1(c)に示す角斜め切断直角曲がりには、実効幅近似を行うことにより、図2に示すように境界が磁気壁となっている2次元平面回路として取り扱うことができる。この場合の入出力特性は、次の平面回路方程式を与えられた条件下で直接解くことも可能であるが、

$$\begin{cases} \text{grad}V = -j\omega\mu dJ \\ \text{div}J = -j\frac{\omega\epsilon}{d}V \end{cases} \quad (1)$$

ここでは、図3(a)に示すように直角曲がりを平面導波路部と平面接合部に分解し、各部分に固有モード展開法を適用することにより、前者より多線条伝送線路が、後者よりフォスタ型等価回路が得られる。これを具体的に図示すると同図(b)のようになり、ベクトル(行列)表示で簡略化すると同図(c)に示す等価回路が得られる。

2.1 平面導波路部の等価回路の回路定数

i 番目の平面導波路 p 番目の固有モードのモード伝搬定数、モード特性インピーダンスは次式で与えられる。

$$\gamma_p^i = \sqrt{\left(\frac{p\pi}{W^i}\right)^2 - k^2}, \quad Y_{c_p}^i = \frac{j\omega\mu}{\gamma_p^i} \cdot \frac{d}{W}, \quad k^2 = \omega^2\epsilon\mu \quad (2)$$

この際、幅モード固有関数は次式になる。

$$f_p^i(s^i) = \sqrt{\epsilon_p} \cos \frac{p\pi s^i}{W^i} \equiv c_p \left(\frac{s^i}{W^i}\right) \quad (3)$$

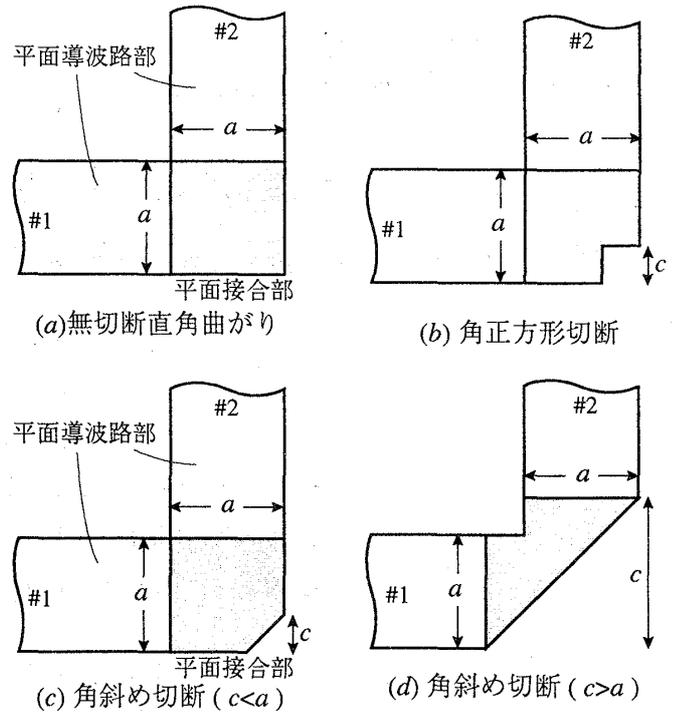


図1 ストリップ線直角曲がりの形状例

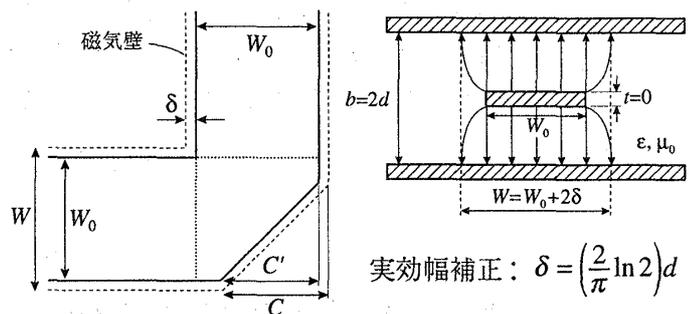


図2 ストリップ線直角曲がりの平面回路モデル

2.2 平面接合部のフォスタ形等価回路の回路定数

表1に示す平面接合部の固有モードより、図3(b)に示す平面接合部のフォスタ型等価回路での各並列共振器の C_n, L_n 、並列角共振周波数 ω_n は式(4)となり、

$$C_0 = \epsilon \frac{S}{d} \text{ [F]}, \quad L_n = \frac{1}{C_0 \omega_n^2} = \frac{\epsilon\mu}{C_0 k_n^2} \text{ [H]}, \quad \omega_n^2 = \frac{k_n^2}{\epsilon\mu} \quad (4)$$

この並列共振器が示すインピーダンスは式(5)となる。

$$Z_n = \left(j\omega C_0 + \frac{1}{j\omega L_n} \right)^{-1} = \frac{1}{jC_0} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} \text{ [\Omega]} \quad (5)$$

この n 番目の固有モードに対応した並列共振器 (C_n, L_n) と i 番目の導波路の p 番目の伝送モードとの変圧比で表現された結合度は、平面接合部の固有モードと導波路の固有伝送モードとの重ね合わせ積分式(6)と与えられる。

$$n_{np}^i = \frac{1}{W^i} \int_0^{W^i} \varphi_n(x, y) c_p^i(s^i) ds^i \quad (6)$$

2.3 回路方程式の行列表示

実際の回路計算の整理とソフト化に当たって行列表示を行うと、式全体の見通しがよい上、式を実行するソフト作成上も便利である。今、開口1,2でのモード電圧・

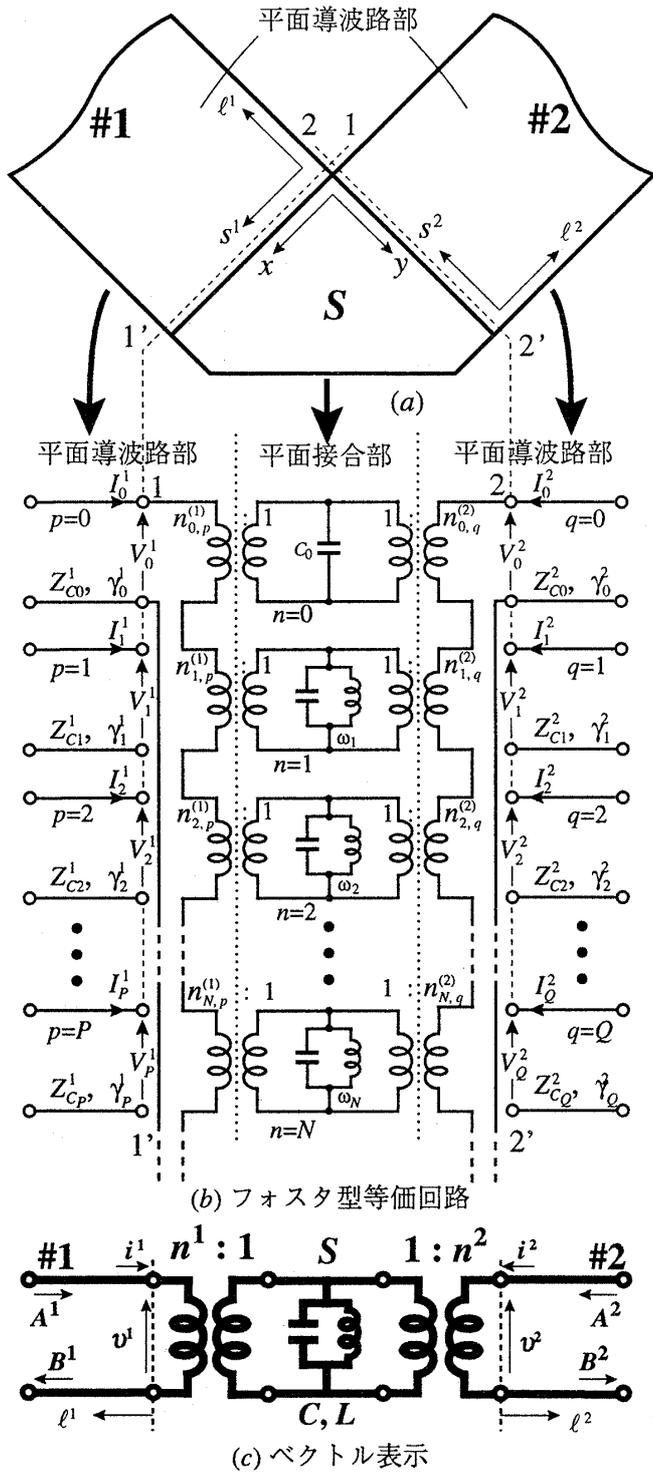


図3 角斜め切断直角曲がりとその等価回路

表1 平面接合部の固有関数系

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2} + k_n^2 \varphi_n(x, y) = 0 \quad (7)$$

$$\text{但し、} \nabla_t \varphi_n \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \varphi_n}{\partial n} = 0 \quad (\text{開放境界/磁気壁}) \quad (8)$$

$$k_0 = 0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \dots$$

$$\frac{1}{S} \iint_S \varphi_n(x, y) \cdot \varphi_m(x, y) dx dy = \delta_{nm} \quad (\text{正規直交系}) \quad (9)$$

電流縦行列及び開口間モードインピーダンス行列を(11)のように定義すると電圧・電流間の関係式は(10)となる。

$$\begin{cases} \mathbf{v}^1 = \mathbf{Z}^{11} \mathbf{i}^1 + \mathbf{Z}^{12} \mathbf{i}^2 \\ \mathbf{v}^2 = \mathbf{Z}^{21} \mathbf{i}^1 + \mathbf{Z}^{22} \mathbf{i}^2 \end{cases} \quad (10)$$

但し、

$$\mathbf{v}^i = \begin{pmatrix} V_0^i \\ V_1^i \\ \vdots \\ V_\infty^i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{i}^i = \begin{pmatrix} I_0^i \\ I_1^i \\ \vdots \\ I_\infty^i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}^{ij} = \begin{pmatrix} Z_{00}^{ij} & \dots & Z_{0\infty}^{ij} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{\infty 0}^{ij} & \dots & Z_{\infty\infty}^{ij} \end{pmatrix} \quad (11)$$

ところで、図3(b)の等価回路で接合回路のn番目の固有モードに対応した並列共振器の端子電圧・端子電流を V_n, I_n とすると、この回路は理想変圧器を介して外部伝送線路の伝送線路モード電圧・モード電流と次のように関係している。但し、 $(n=0, \dots, \infty) (i=1, 2, p=0 \dots \infty)$

$$I_n = \sum_{i=1}^2 \sum_{p=0}^{\infty} n_{np}^i I_p^i, \quad V_p^i = \sum_n n_{np}^i V_n \quad (12)$$

並列共振器の電圧・電流に関する行列および開口よりフォスタ型等価回路の変圧比行列を式(13)と定義すると、

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} V_0 \\ \vdots \\ V_\infty \end{pmatrix}, \quad \mathbf{i} = \begin{pmatrix} I_0 \\ \vdots \\ I_\infty \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n}^i = \begin{pmatrix} n_{00}^i & \dots & n_{0\infty}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{\infty 0}^i & \dots & n_{\infty\infty}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (n_0^i)^t \\ \vdots \\ (n_\infty^i)^t \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\text{但し、} (n_n^i)^t = (n_{n0}^i, n_{n1}^i, \dots, n_{n\infty}^i) \quad (14)$$

式(12)の関数は次の行列式に表示できる。

$$\mathbf{i} = \mathbf{n}^1 \mathbf{i}^1 + \mathbf{n}^2 \mathbf{i}^2, \quad \mathbf{v}^i = (\mathbf{n}^i)^t \mathbf{v} \quad (i=1, 2) \quad (15)$$

この関係式を用いると式(11)で示す開口間モードインピーダンスは次式で与えられる。

$$\mathbf{Z}^{ij} = (\mathbf{n}^i)^t \mathbf{Z} \mathbf{n}^j = \sum_n \mathbf{Z}_n (n_n^i)^t (n_n^j) \quad (16)$$

$$\text{但し、} \mathbf{Z} = \text{diag}(Z_0, Z_1, \dots, Z_\infty) \quad (17)$$

又、式(10)は式(18)と表示され、

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}^1 \\ \mathbf{v}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}^{11} & \mathbf{Z}^{12} \\ \mathbf{Z}^{21} & \mathbf{Z}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i}^1 \\ \mathbf{i}^2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

全開口モード電圧縦行列、電流縦行列 $\mathbf{v}_T, \mathbf{i}_T$ を定義し、式(18)での全開口モードインピーダンス行列を \mathbf{Z}_T とすると、式(18)は式(19)と整理される。

$$\mathbf{v}_T = \mathbf{Z}_T \mathbf{i}_T \quad (19)$$

この際の \mathbf{Z}_T は式(18)より式(13)の変圧比行列を用いて式(20)と表現される。

$$\mathbf{Z}_T = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}^{11} & \mathbf{Z}^{12} \\ \mathbf{Z}^{21} & \mathbf{Z}^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{n}^1)^t \\ (\mathbf{n}^2)^t \end{pmatrix} \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \mathbf{n}^1 & \mathbf{n}^2 \end{pmatrix} = \mathbf{n}'_T \mathbf{Z} \mathbf{n}_T \quad (20)$$

2.4 本等価回路での問題点

本等価回路での問題点は、図3の等価回路で無限個のモード対応伝送線路及び無限個の平面回路モード対応並列共振器を取り扱うわけにいかないため、有限個で近似せざるを得ない。ここでは、伝送線路のモードをP次まで、平面回路のモードをN次まで考慮することにする。

3. 角斜め切断回路の固有モードの計算

3.1 3段構成回路と磁気壁対称性

固有モードを計算する手法は以下に示す通りとなる。

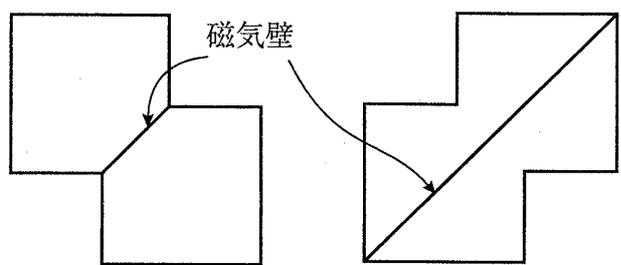
1. 図1(c)(d)の角斜め切断正方形平面回路の形状に着目し、斜め部分が接するように背中合わせに連結させると、図2(a)の回路形状となる（磁気壁対称性）。
2. この形状は図2(b)のように長方形領域に分割位置を変えると、線路幅の異なる3つの伝送線路が3段接続されている構成となる（ストリップ線3段構成）。
3. 分割した領域はすべて方形形状となるため、各領域とも幅 W 、長さ ℓ の伝送線路として取り扱うことができ、多線条伝送線路の等価回路に基づいて固有値・固有モードの電圧分布を求めることができる。
4. 3段構成回路のすべての固有モードは、対称面 $X-X'$ または $Y-Y'$ が磁気壁か電気壁かで図5に示すように4種類に分類できるが、 $X-X'$ 面で磁気壁対称面となるモードのみ取り出すと、角斜め切断回路の切断量が線路幅より小さい場合 ($c < a$) の固有モード (type A & B) を求めたことになり、また図中 $Y-Y'$ 面で磁気壁対称面となるモードを取り出すと、 $c > a$ の場合の固有モード (type A & C) に相当する。

3.2 等価回路と固有モードの計算

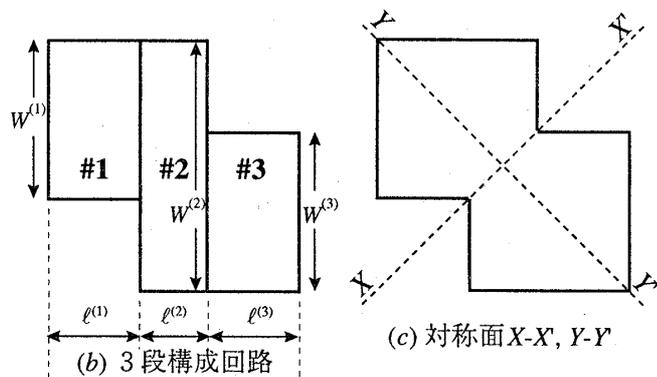
3段構成回路のステップ型不連続1,2は、多線条伝送線路の幅モード固有関数(式(3))のモード間の直交性を利用することにより、式(21),(22),(23)の多開口理想変圧器の変圧比で表される。したがって、高次モードまで考慮した等価回路は、図4(d)となり、同図(e)の太線表記はベクトル表示である。平面接合部の固有モードは、全周囲を開放（磁気壁）の境界条件下で解くので、等価回路の両端端子は開放条件となる。したがって、領域#3端子2での実効アドミタンス $\bar{Y}_{in}^{(3),2}$ を計算し、式(24)の固有値方程式を解くと、3段構成回路の固有値が計算される。これより、3.1の方法で各切断率毎に計算した角斜め切断回路の固有値の推移を図6に示し、低次の固有モード電圧分布の計算例ならびに選別例を図7に示す。

表2 等価回路定数と固有値方程式

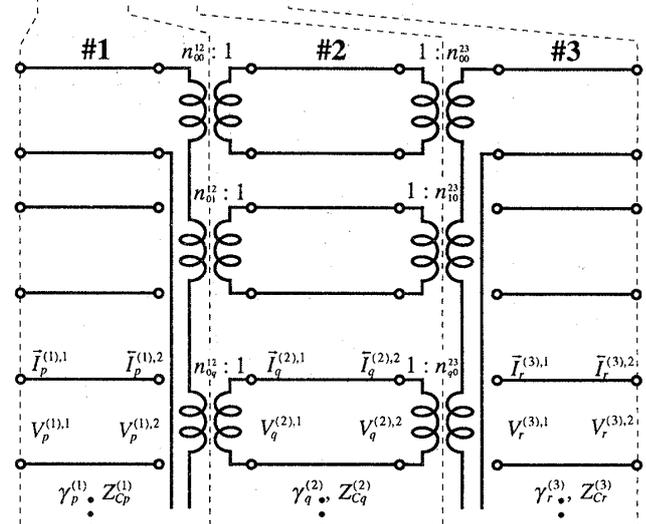
端子電圧 $v^{(s),i} = [V_1^{(s),i}, V_2^{(s),i}, \dots, V_p^{(s),i}, \dots]^T$ 領域 #s=1,2,3
端子電流 $i^{(s),i} = [I_1^{(s),i}, I_2^{(s),i}, \dots, I_p^{(s),i}, \dots]^T$ 端子 #i=1,2
不連続部
$\begin{cases} V_p^{(1),2} = (n_{p,q}^{(1,2)})^t \cdot V_q^{(2),1} \\ \bar{I}_q^{(2),1} = n_{p,q}^{(1,2)} \cdot \bar{I}_p^{(1),2} \end{cases} \quad \begin{cases} V_r^{(3),1} = (n_{q,r}^{(2,3)})^t \cdot V_q^{(2),2} \\ \bar{I}_q^{(2),2} = n_{q,r}^{(2,3)} \cdot \bar{I}_r^{(3),1} \end{cases} \quad (21)$
$n_{p,q}^{(1,2)} = \frac{1}{W^{(1)}} \int_0^{W^{(1)}} c_p^{(1)}(s^{(1)}) \cdot c_q^{(2)}(s^{(2)}) ds \quad (22)$
$n_{q,r}^{(2,3)} = \frac{1}{W^{(3)}} \int_0^{W^{(3)}} c_q^{(2)}(s^{(2)}) \cdot c_r^{(3)}(s^{(3)}) ds \quad (23)$
固有値方程式
$\bar{i}^{(3),2} = \bar{Y}_{in}^{(3),2} \cdot v^{(3),2} = 0 \quad (24)$



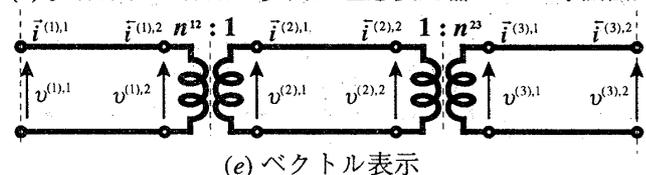
(a) 平面回路の連結



(c) 対称面 $X-X'$, $Y-Y'$

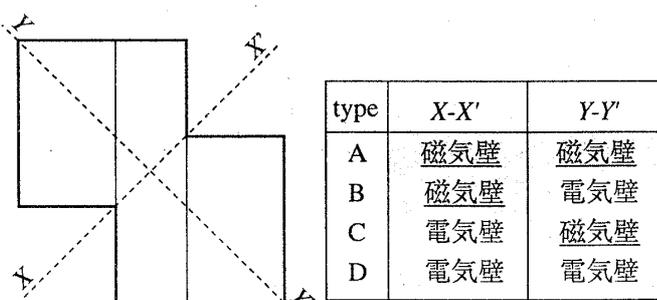


(d) 多線条伝送線路・多開口理想変圧器による等価回路



(e) ベクトル表示

図4 ストリップ線3段回路の構成



(a) 3段構成回路 (b) 電圧分布の対称面による4つの分類

図5 固有モードの選別法

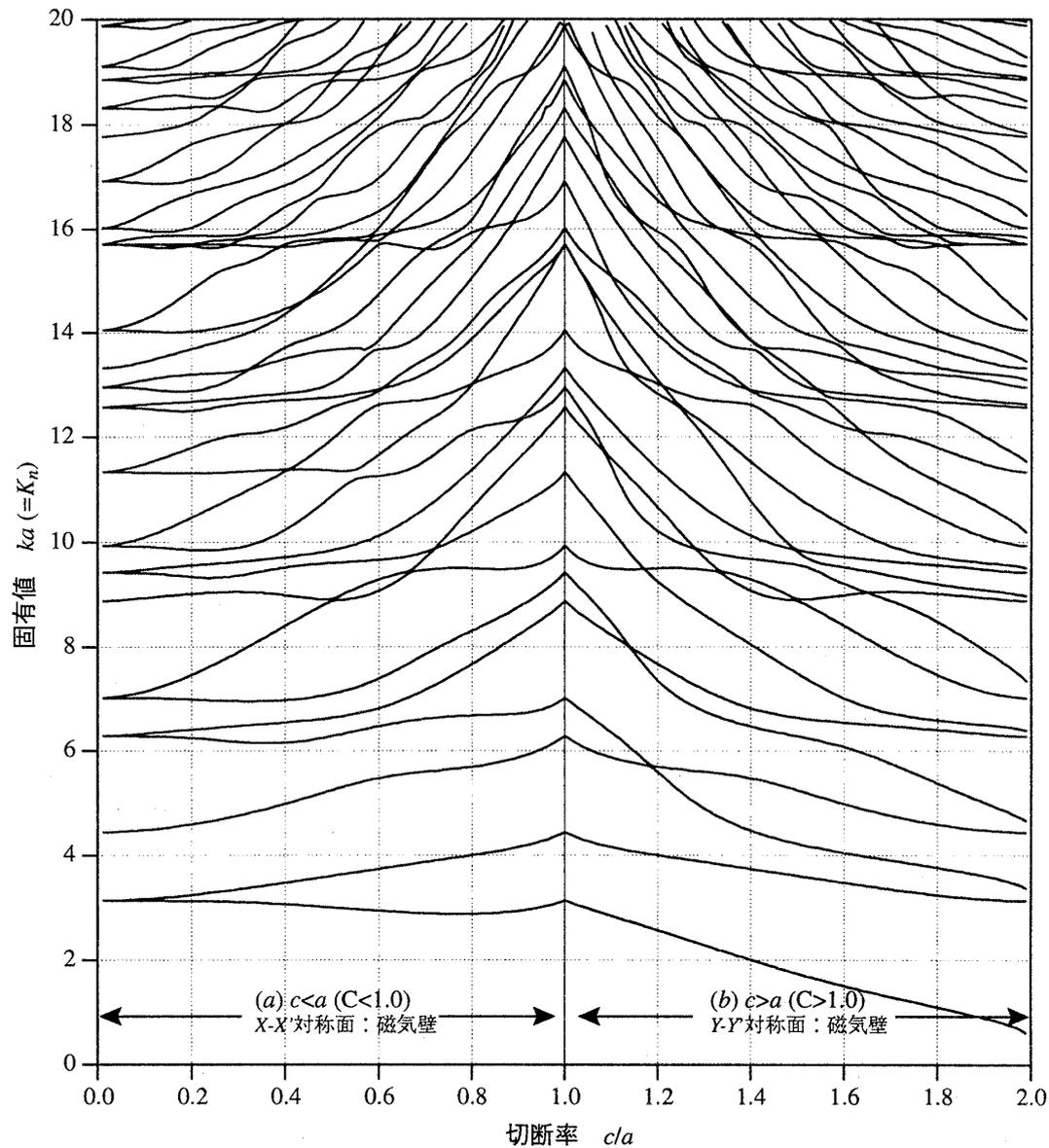


図6 角斜め切断正方形平面回路の固有値

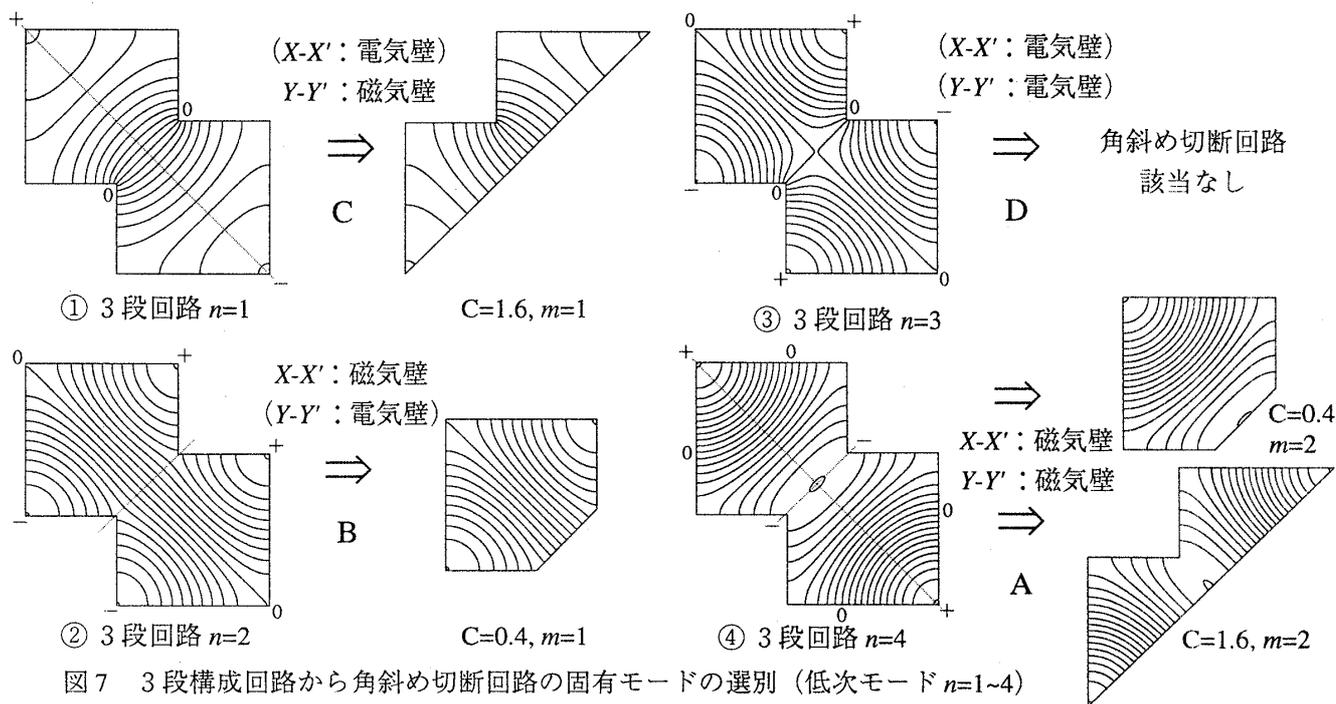


図7 3段構成回路から角斜め切断回路の固有モードの選別 (低次モード $n=1\sim 4$)

4. 角斜め切断直角曲がりの広帯域周波数特性の計算

ここでの計算精度は、導波路の考慮モード次数 P および接合部の考慮モード数 N で決まるので、 N, P をパラメータとして角斜め切断直角曲がりの電力透過係数を2.で述べた図3のフォスタ型等価回路に基づいて計算した。 N, P に対する収束性を検討した上で、直角曲がりの広帯域周波数特性の計算を行い、さらにこの計算結果より角斜め切断直角曲がりでの最適切断量を考察する。

4.1 フォスタ型等価回路の回路定数

3.で求めた角斜め切断平面回路の固有値から共振周波数が式(4)より求まり、固有モードの電圧分布から平面導波路#1,#2との結合度が式(6)で計算できる。このうち $cla=0.86$ のときの結合度の計算結果を表3に示す。したがって、フォスタ型等価回路全体のインピーダンス行列は、式(5),(20)より式(25)となる。

$$Z_T^{i,j} = \frac{1}{jC_0} \sum_{n=0}^N \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_n^2} (n_n^i)^t n_n^j \quad (25)$$

4.2 入出力特性の計算—電力散乱行列の計算

図3(c)のベクトル表示の等価回路で各開口での入反射モード電圧縦行列を $A^i, B^i (i=1, 2)$ とすると、 $v^i = A^i + B^i, i^i = Y_c^i (A^i - B^i)$ となり、全入反射モード電圧縦行列 A, B 及び全伝送線路モード特性アドミタンス Y_c を式(26)で定義すると、 $v^i = A^i + B^i, i^i = Y_c^i (A^i - B^i)$

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, Y_c = \text{diag}(Y_c^1 \quad Y_c^2) \quad (26)$$

となることより、式(19)に代入整理して式(27)の関係が得られ、全モード電圧散乱行列 S_V が計算される。

$$B = (Z_T Y_c + I)^{-1} (Z_T Y_c - I) A = S_V A \quad (27)$$

S_V は式(28)と分解できるので、容易に基本モードに対する2行2列の電圧散乱行列 S_{V00} を得ることができる。

$$\begin{pmatrix} B^1 \\ B^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_V^{11} & S_V^{12} \\ S_V^{21} & S_V^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \end{pmatrix}, S_V = \begin{pmatrix} S_V^{11} & S_V^{12} \\ S_V^{21} & S_V^{22} \end{pmatrix} \quad (28)$$

また、この場合基本モードに対するモード電力散乱行列 S_{P00} は、入出力線路の基本モード特性イミタンスが同じになっていることより次式で与えられる。

$$S_{P00} = S_{V00} \quad (29)$$

4.3 考慮モード次数に対する周波数特性の収束性の計算

伝送線路及び平面接合回路の考慮モード数 P, N で入出力特性の計算精度が決定される。既に、図1(b)の角正方形切断直角曲がりの計算で、平面導波路部の伝送モードは5次まで考慮すればかなり収束することがわかっているので、今回は $P=5$ として計算を行った。平面接合回路の考慮モード次数 N に対する電力透過係数(dB表示)の収束性を計算し、結果を図6(a)に示す。更に、5GHzでの N を変数とした電力透過係数を同図(b)に示す。考慮モード数 N は、固有値 ka の範囲が0~20までで26である。

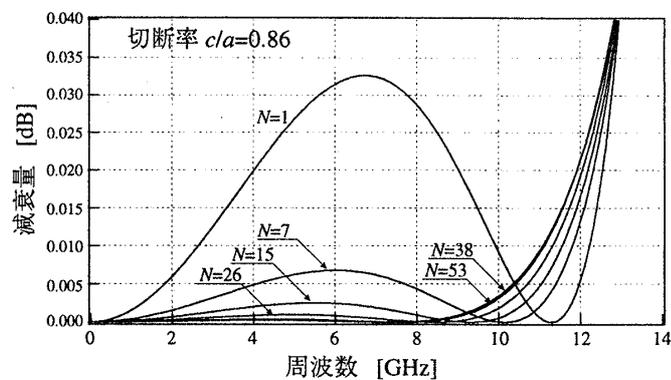
4.4 広帯域電力透過特性の計算

4.3より、平面導波路部の伝送モードを $P=5$ 次まで考慮し、平面接合部の固有モードを $N=26$ 次($ka=20$)まで考慮して、電力透過係数[dB]の広帯域特性を計算すると図9となる。この結果より、 $cla=0.86$ 近辺で電力透過特性はかなり改善されていることがわかる。最適切断率を一層正確に求めるために $cla=0.86$ 近傍で $cla=0.80\sim 0.90$ にわたって広帯域周波数特性を計算すると図10拡大図となる。この結果より、 $cla=0.86$ を越すと電力透過特性は改善されるが帯域は狭くなり、 $cla=0.86$ より小さくすると電力透過特性は劣化するが帯域は広がることわかる。

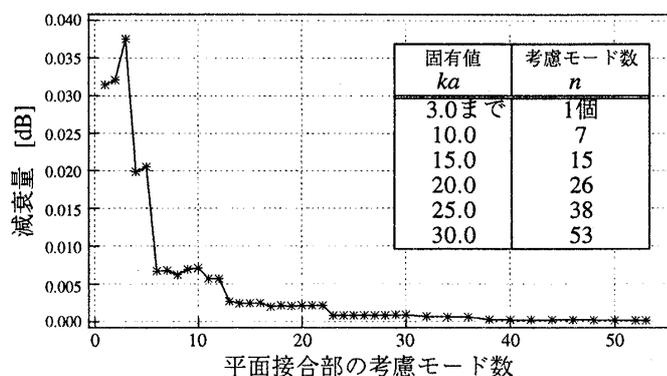
4.5 階段分割との比較

今回の3段構成回路と磁気壁対称性を利用して固有モードを求める方法と図11中に示すように平面接合部を短冊状に階段分割して固有モードを求める方法とについて、それぞれ $cla=0.86$ のときの周波数特性を比較した結果を同図に示す。また結合度についても#2側との結合度の計算結果を表4に示し、このうち上段は今回計算した結果、下段は階段分割の結果である。

両者は周波数特性、等価回路定数ともに良く一致していることから、今回報告した手法は、階段分割して多段縦続接続した手法に比べて、3段構成のため計算が簡単で精度良く求められることが利点と言える。また階段分割についてもこの比較から精度良く求められることがわかったため、応用が広いと考えられる。



(a) 周波数特性の収束性



(b) 5GHz 時の収束性

図6 考慮モード次数に対する電力透過係数の収束性

5. むすび

ストリップ線3段構成回路の磁気壁対称面を利用して計算した角斜め切断正方形平面回路の固有モードより、フォスタ型等価回路の回路定数を求め、この等価回路に基づいて直角曲がりの周波数特性を計算した。平面接合部を階段分割した結果と比べて、周波数特性、等価回路定数とも一致することを確認したことで、本手法が平面接合部の固有モードを計算するのに、簡単な方法で精度良く求まることを示した。

今後は45°曲がりの計算にも同じ手法が適用できると考えられる。

参考文献

[1] 許, 平岡, 田部井「ストリップ線角斜め直角曲がりの広帯域周波数特性の計算 - フォスタ型等価回路に

基づいて-」信学技報MW99-23

[2] 平岡, 許「角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算 - ストリップ線3段構成と磁気壁対称性に基づいて-」信学技報MW2000-71

[3] Hsu, Jui-Pang, T.Hiraoka, Y.Tabei "Analysis of stripline right-angle bend with slant-wise corner cut based on eigenmode expansion method and Foster-type equivalent network" 1999 IEEE MTT-S Digest WEF2-2

[4] 平岡, 許「角斜め切断直角曲がりの周波数特性の計算 - フォスタ型等価回路・3段構成による固有モード計算-」2001年信学総合大会C-2-76

[5] 許「ストリップ線/マイクロストリップ線回路の解析・設計(合成) - 平面回路モデルに基づいて-」APMC'98 基礎講座テキスト

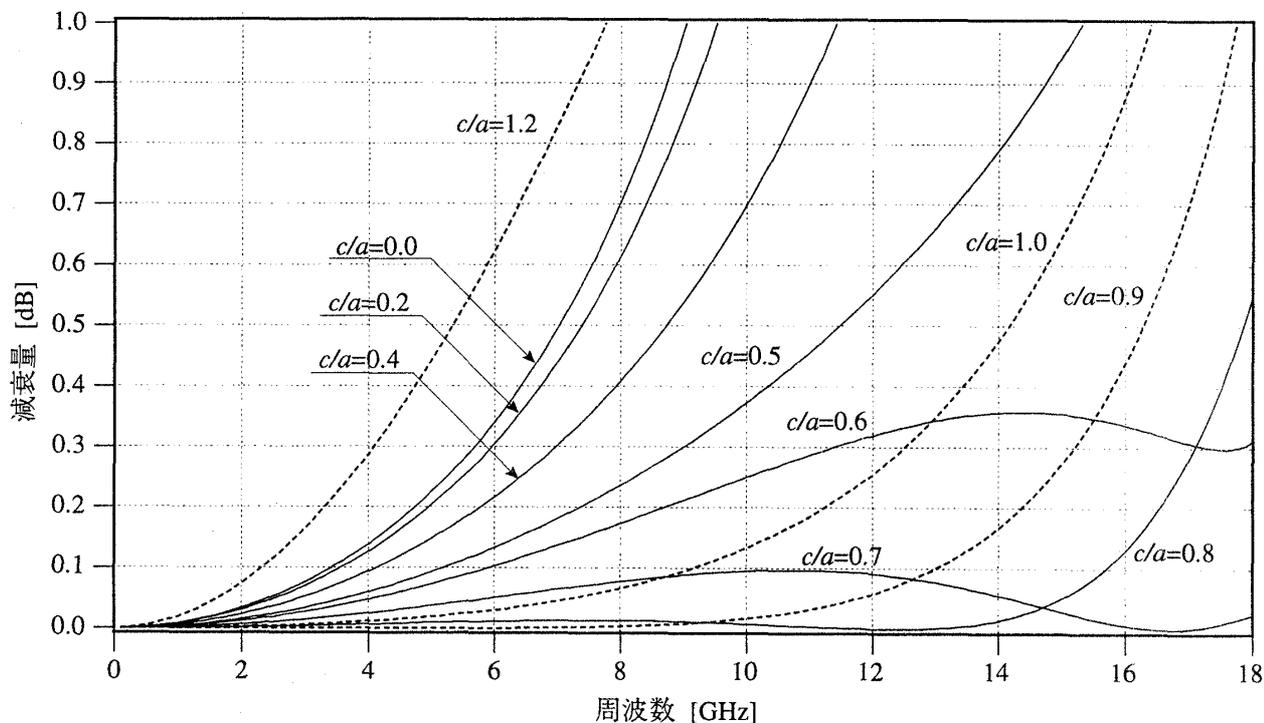


図9 角斜め切断直角曲がりの広帯域周波数特性

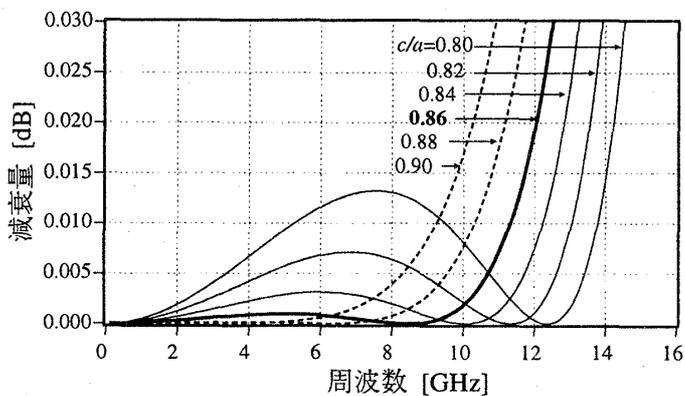


図10 切断率0.80~0.90の拡大図

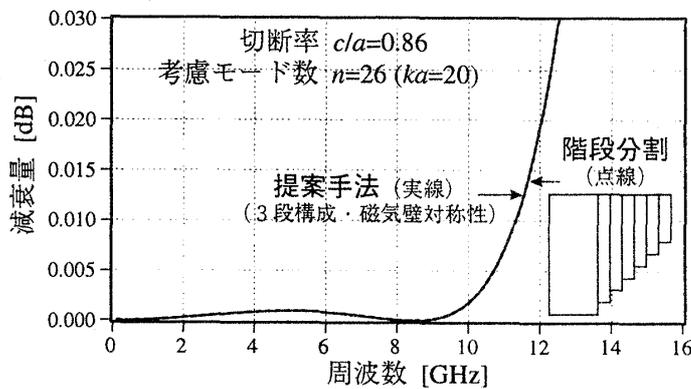
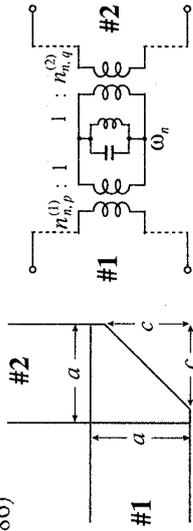


図11 階段分割手法との比較

表3 フォスタ型等価回路の回路定数の比較 ($c/a=0.86$)



上段：#1側の結合度 $n^{(1)}$
下段：#2側の結合度 $n^{(2)}$

($a=5.0\text{mm}$, $d=1.45\text{mm}$, $\epsilon_r=2.62$)

表4 回路定数の比較 (#2側の結合度 $n^{(2)}$)

上段：3段構成回路・磁気壁対称性 (提案手法)
下段：階段分割

($a=5.0\text{mm}$, $d=1.45\text{mm}$, $\epsilon_r=2.62$)

モード 次数	固有値 K_n (f_n [GHz])	変圧比 $n_{n,p}$					固有値 K_n	変圧比 $n_{n,p}$							
		$p=0$	$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=4$		$p=0$	$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=4$	$p=5$		
$n=0$	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
$n=1$	2.913015051 (17.18555115)	0.90391597 0.90410215	0.65369261 0.65383424	0.01732990 0.01735459	0.00362133 0.00363429	-0.00112990 0.00113773	0.00042112 0.00042641	2.91301505 2.91334360	0.65383424 0.65380962	0.01735459 0.01738212	0.00363429 0.00368805	0.00113773 0.00119888	0.00042641 0.00049493	0.00000000	0.00000000
$n=2$	4.087540046 (24.11474963)	0.30518879 0.30509013	1.34495130 -1.34503139	-0.01474813 0.00449700	0.00459696 -0.00057579	0.000149696 -0.00058271	4.08754005 4.08766231	4.08754005 4.08766231	-1.34503139 1.34510801	-0.01476748 0.01476570	-0.00451277 0.00458084	-0.00150755 0.00159659	-0.00058271 0.00067721	0.00000000	0.00000000
$n=3$	5.783524813 (34.12033915)	0.93099435 0.93040247	0.01359106 -0.01358187	0.55059705 0.55108088	-0.02849901 0.02858275	-0.00222845 0.00225256	5.78352481 5.78419462	5.78352481 5.78419462	-0.01358187 0.01310704	0.55108088 0.55122638	0.02858275 0.02878177	0.00677017 0.00702725	0.00225256 0.00252348	0.00000000	0.00000000
$n=4$	6.698221696 (39.51666218)	0.35833799 0.35833799	-0.72575397 -0.72575397	0.99951820 -0.02574614	0.00713814 -0.00249750	-0.00252627 0.00030671	6.69822170 6.69857947	6.69822170 6.69857947	0.99951820 -0.02574614	-0.00249750 0.00030671	0.00713814 -0.00249750	-0.00252627 0.00030671	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=5$	7.99477653 (47.16578481)	0.03867654 0.03867654	0.60875247 -1.35228068	0.04810684 0.00305389	0.00030725 0.00030725	0.00803938 0.00811641	7.99483755 8.56794412	7.99483755 8.56794412	-0.60875247 0.04810684	0.00305389 0.00030725	0.00803938 0.00811641	-0.00030725 0.00030725	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=6$	8.567944118 (50.54723007)	0.96207786 0.96207786	0.12663194 -0.17688715	0.40348018 0.40320429	0.00811641 0.00811641	0.00964350 0.00964350	8.56907347 9.49108191	8.56907347 9.49108191	0.12663194 -0.17688715	0.40348018 0.40320429	0.00811641 0.00811641	-0.00964350 -0.00964350	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=7$	9.491081905 (55.99335082)	0.31804009 0.31807992	0.74149794 -0.74051489	-0.22185805 0.22182525	-0.86547424 -0.86547424	-0.00973213 -0.00973213	9.49108191 9.49175052	9.49108191 9.49175052	0.74149794 -0.74051489	-0.22185805 0.22182525	-0.86547424 -0.86547424	0.00973213 0.00973213	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=8$	10.49943148 (61.94218487)	0.04211389 0.04211389	-0.68039625 -0.68039625	0.52005761 -0.52005761	-0.02884916 -0.02884916	-0.0197838 -0.0197838	10.49943148 10.49960256	10.49943148 10.49960256	-0.68039625 -0.68039625	0.52005761 -0.52005761	-0.02884916 -0.02884916	0.0197838 0.0197838	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=9$	11.22032469 (66.19514852)	0.97090267 0.97090267	0.22423638 0.22423638	0.10894235 -0.53179307	0.25257917 0.25257917	0.02897657 0.02897657	11.22032469 11.22190374	11.22032469 11.22190374	0.22423638 0.22423638	0.10894235 -0.53179307	0.25257917 0.25257917	0.02897657 0.02897657	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=10$	11.90383976 (70.22759703)	0.19969842 0.19969842	0.03105052 -0.83244140	0.16408217 0.03191392	-0.00083686 -0.00083686	0.0070378 0.0070378	11.90383976 11.90389490	11.90383976 11.90389490	0.03105052 -0.83244140	0.16408217 0.03191392	-0.00083686 -0.00083686	0.0070378 0.0070378	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=11$	12.25504046 (72.29953195)	0.20000219 0.20000219	-0.78897840 -0.35714291	-0.04756393 -0.65919649	-0.04537092 -0.04537092	0.00644964 0.00644964	12.25504046 12.25626631	12.25504046 12.25626631	-0.78897840 -0.35714291	-0.04756393 -0.65919649	-0.04537092 -0.04537092	0.00644964 0.00644964	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=12$	13.23581554 (78.08568822)	0.14744575 0.14744575	0.66713126 -0.45013767	-0.27251157 1.16042597	-0.00644964 -0.00644964	0.00644964 0.00644964	13.23581554 13.23609835	13.23581554 13.23609835	0.66713126 -0.45013767	-0.27251157 1.16042597	-0.00644964 -0.00644964	0.00644964 0.00644964	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=13$	13.75669264 (81.15864181)	0.93509824 0.93509824	0.17882969 0.34802964	-0.16071454 -0.87775671	0.13111882 0.13111882	0.00966041 0.00966041	13.75669264 13.75827185	13.75669264 13.75827185	0.17882969 0.34802964	-0.16071454 -0.87775671	0.13111882 0.13111882	-0.00966041 -0.00966041	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=14$	14.43065744 (85.13474778)	0.41328272 0.41328272	0.18620790 -0.82116189	-0.82082866 0.94293622	0.04730366 0.04730366	0.04730366 0.04730366	14.43065744 14.43122764	14.43065744 14.43122764	0.18620790 -0.82116189	-0.82082866 0.94293622	0.04730366 0.04730366	-0.04730366 -0.04730366	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=15$	14.80879482 (87.36559767)	0.02309224 0.02309224	-0.81808324 -0.49968408	-0.34275352 0.25168787	-0.37218650 -0.37218650	0.00644964 0.00644964	14.80879482 14.81086599	14.80879482 14.81086599	-0.81808324 -0.49968408	-0.34275352 0.25168787	-0.37218650 -0.37218650	0.00644964 0.00644964	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=16$	15.76540226 (93.00917513)	0.10788548 0.10788548	0.14800037 -0.11607584	0.95486465 -1.08066940	-0.15118642 -0.15118642	0.00644964 0.00644964	15.76540226 15.76553317	15.76540226 15.76553317	0.14800037 -0.11607584	0.95486465 -1.08066940	-0.15118642 -0.15118642	0.00644964 0.00644964	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=17$	16.0738417 (94.82883714)	0.23651009 0.23651009	-0.56942198 0.44678350	0.34916863 0.20425732	0.05450416 0.05450416	0.00644964 0.00644964	16.0738417 16.07437243	16.0738417 16.07437243	-0.56942198 0.44678350	0.34916863 0.20425732	0.05450416 0.05450416	-0.00644964 -0.00644964	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=18$	16.4010946 (96.75948985)	0.93188535 0.93188535	0.05638139 0.34020888	-0.17817220 0.00862707	-0.99580909 -0.99580909	0.00644964 0.00644964	16.4010946 16.40262976	16.4010946 16.40262976	0.05638139 0.34020888	-0.17817220 0.00862707	-0.99580909 -0.99580909	0.00644964 0.00644964	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=19$	17.09432051 (100.8492282)	0.06018020 0.05989286	0.83051299 0.492008389	-0.49402577 0.56474694	-0.57199425 -0.57199425	0.00644964 0.00644964	17.09432051 17.09704991	17.09432051 17.09704991	0.83051299 0.492008389	-0.49402577 0.56474694	-0.57199425 -0.57199425	0.00644964 0.00644964	0.00000000	0.00000000	0.00000000
$n=20$	17.11839698 (100.9912691)	0.44497361 0.44497361	-0.28922799 0.28771051	-0.79518140 -0.79184724	0.09324997 0.13482582	0.89702004 0.89702004	17.11839698 17.11946472	17.11839698 17.11946472	-0.28922799 0.28771051	-0.79518140 -0.79184724	0.09324997 0.13482582	-0.89702004 -0.89702004	0.00000000	0.00000000	0.00000000