

社団法人 電子情報通信学会
THE INSTITUTE OF ELECTRONICS,
INFORMATION AND COMMUNICATION ENGINEERS

信学技報
TECHNICAL REPORT OF IEICE.
A-P2000-71, SAT2000-68,
MW2000-71(2000-07)

角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算 —ストリップ線3段構成と磁気壁対称性に基づいて—

平岡 隆晴 許 瑞邦

神奈川大学 工学部 電気工学科
〒221-8686 横浜市神奈川区六角橋3-27-1
TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915
E-mail : hiraoka@cc.kanagawa-u.ac.jp

あらまし ストリップ線角斜め切断直角曲がりの周波数特性を接合回路部（角斜め切断正方形平面回路）のフォスター型等価回路に基づいて解析するために、角斜め切断正方形平面回路の固有モードを高次まで正確に求める必要がある。ここでは接合回路部の対称性を利用してストリップ線3段縦続回路を構成する。この回路の等価回路は多線条伝送線路と多開口理想変圧器の縦続接続で与えられるので容易に固有値問題が構成でき、これを解くことにより固有モード（固有値、固有関数）が求まる。本報告ではこれに関する理論展開を計るとともに、具体的な計算を行うことで本手法の有効性・妥当性を示した。

キーワード ストリップ線直角曲がり、角斜め切断回路、3段構成回路、磁気壁対称

Calculation of eigenmode for square-shaped planar circuit with slant-wise corner cut — Based on stripline 3-stage structure and magnetic wall symmetry —

Takaharu Hiraoka Hsu, Jui-Pang

Department of Electrical Engineering, Kanagawa University
3-27-1 Rokkakubashi Kanagawa-ku Yokohama 221-8686 Japan
TEL : 045(481)5661 FAX : 045(491)7915
E-mail : hiraoka@cc.kanagawa-u.ac.jp

Abstract In order to calculate frequency characteristics of stripline right-angle bend with slant-wise corner cut based on Foster-type equivalent network of the planar junction (square-shaped planar circuit with slant-wise corner cut), eigenmode of the corresponding planar junction must be calculated exactly up to higher mode of necessary number. Here, utilizing symmetry of the planar junction, stripline 3-stage circuit is constructed. The equivalent network for this circuit is easily given by cascade connection of multi-transmission lines and multi-port ideal transformers, which constitutes the eigen value problem. Solving this problem gives eigenmode(eigen value and eigen function). In this report, how to develop theory is explained first and then the theory is applied to the practical problems. Numerical results demonstrate the usefulness and validity of this method.

key words Stripline right-angle bend, Planar circuit with slant-wise corner cut, 3-stage structure circuit, Magnetic wall symmetry

1. はじめに

図1(a)に示すストリップ線直角曲がりで角を斜めに切断することにより特性が改善されることが知られている。この斜め切断量の最適値は、実際に回路を作製・測定して決めるか、またはマイクロ波シミュレータの使用等で決められていることが多い、解析的に計算された例は多くはない。また解析手法に関しても、斜めの部分を厳密に斜めとして解析を行うのではなく、図1(b)(c)に示すように階段状に分割するなど形状近似した方法で取り扱われている。

ところで、この種の回路の入出力特性をフォスター型等価回路に基づいて解析するために、表1で定義される平面接合部（角斜め切断正方形平面回路）の固有モードを必要な高次モードまで正確に計算する必要がある。

従来この固有モードを求めるためには、図1(b)(c)に示すように角斜め切断正方形平面回路を短冊分割^[1]あるいは格子分割^[2]して求めたが、今回の計算では、図1(b)(c)の階段近似をなめらかな取り扱いとするために、2個の組み合わされた角斜め切断正方形平面回路の対称性を利用した手法を提案する。すなわち斜め部分の形状を直接計算せず、対称面での磁気壁対称性を利用することによって固有モードを計算する手法は以下に示す通りとなる。

1. 図2(a)(b)の角斜め切断正方形平面回路の形状に着目し、斜め部分が接するように背中合わせに連結すると、図2(c)の回路形状となる（磁気壁対称性）。
2. この形状は図2(d)のように長方形領域に分割位置を変えると、線路幅の異なる3つの伝送線路が3段接続されている構成となる（ストリップ線3段構成）。
3. 分割した領域はすべて方形形状となるため、各領域とも幅 W 、長さ ℓ の伝送線路として取り扱うことができ、多線条伝送線路の等価回路に基づいて固有値・固有モードの電圧分布を求めることができる。
4. 3段構成回路のすべての固有モードは、対称面 $X-X'$ または $Y-Y'$ が磁気壁か電気壁かで4種類に分類できるが、図2(e)中の $X-X'$ 面で磁気壁対称面となるモードのみ取り出すと、角斜め切断回路の切断量が線路幅より小さい場合($c < a$)の固有モードを求めることになり、また図中 $Y-Y'$ 面で磁気壁対称面となるモードを取り出すと、 $c > a$ の場合（図2(b)）の固有モードに相当する。以上のようにして、斜め部分の計算を直接行わずに、磁気壁対称性を利用して角斜め切断回路の固有モードが計算することができる。導出すべき等価回路は図3となり、回路構成が3段接続と比較的単純な構造なので、階段近似の手法と比べて簡単である。さらに具体的な形状に本手法を適用し、計算された固有モード電圧分布の不連続部での連続性、モードによる対称性について検討し、短冊状に分割した階段分割の結果と固有値の収束性を比較して、本手法の妥当性・有効性を示す。

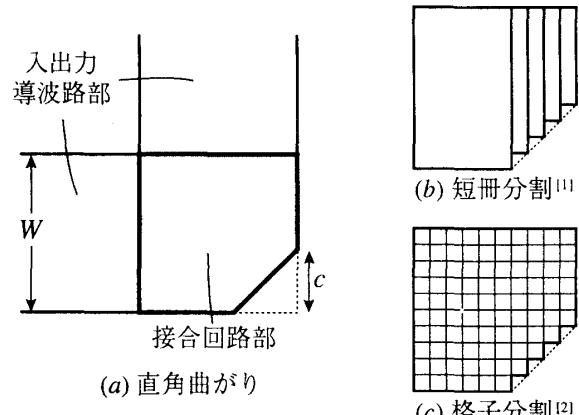


図1 角斜め切断平面回路の階段分割による解析法

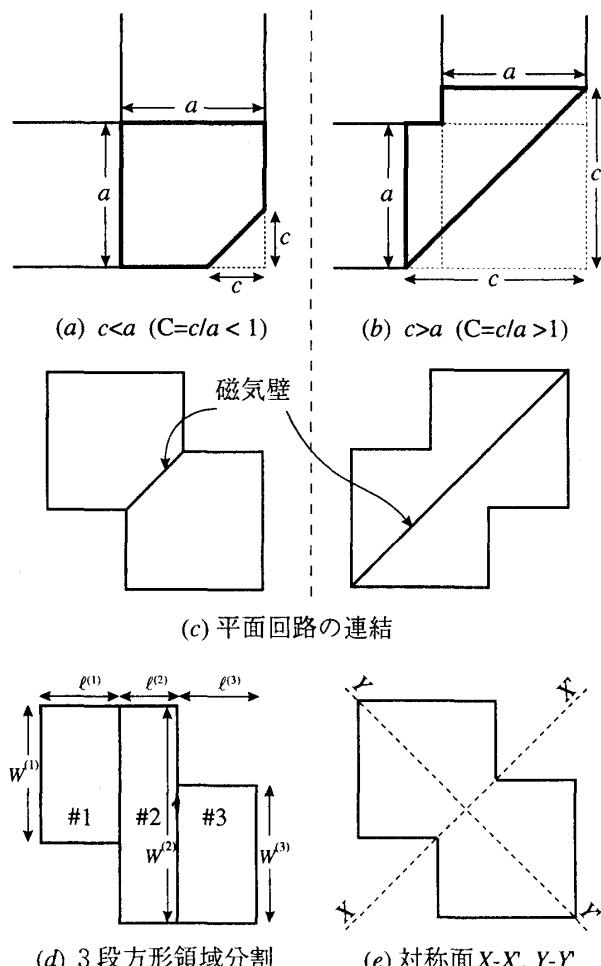


図2 ストリップ線3段回路の構成

表1 平面回路の固有関数系

$$\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2} + k_n^2 \varphi_n(x, y) = 0 \quad (1)$$

$$\text{但し}, \nabla_n \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \varphi_n}{\partial n} = 0 \quad (\text{開放境界}/\text{磁気壁}) \quad (2)$$

$$k_0 = 0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \dots$$

$$\frac{1}{S} \iint_S \varphi_n(x, y) \cdot \varphi_m(x, y) dx dy = \delta_{nm} \quad (\text{正規直交系}) \quad (3)$$

2. ストリップ線3段構成回路

2.1 回路構造

角斜め切断正方形平面回路は、一辺の長さ a の正方形回路の一角を切断率 $C=c/a$ で斜めに切断された形状である。切断量 c が線路幅 $a(W)$ 以下の場合は切断率 $C<1$ で図2(a)となり、 c が a より大きい場合には $C>1$ で図(b)の形状となる。この角斜め切断回路同士を斜め部分で接するように背中合わせに連結させると、図2(a)のような回路形状となる。この形状は長方形領域に分割位置を変えると、線路幅 $W^{(1)}, W^{(2)}, W^{(3)}$ の伝送線路が3段接続された構成となる(同図b)。このとき線路幅の違いにより、ステップ型不連続部が生じるが、#1,#2 の間を不連続1、#2,#3 の間を不連続2とする。

またストリップ線は、実効幅近似により線路幅両端で磁気壁となる平行平板線路としてモデル化したので、2次元平面回路問題を考える。

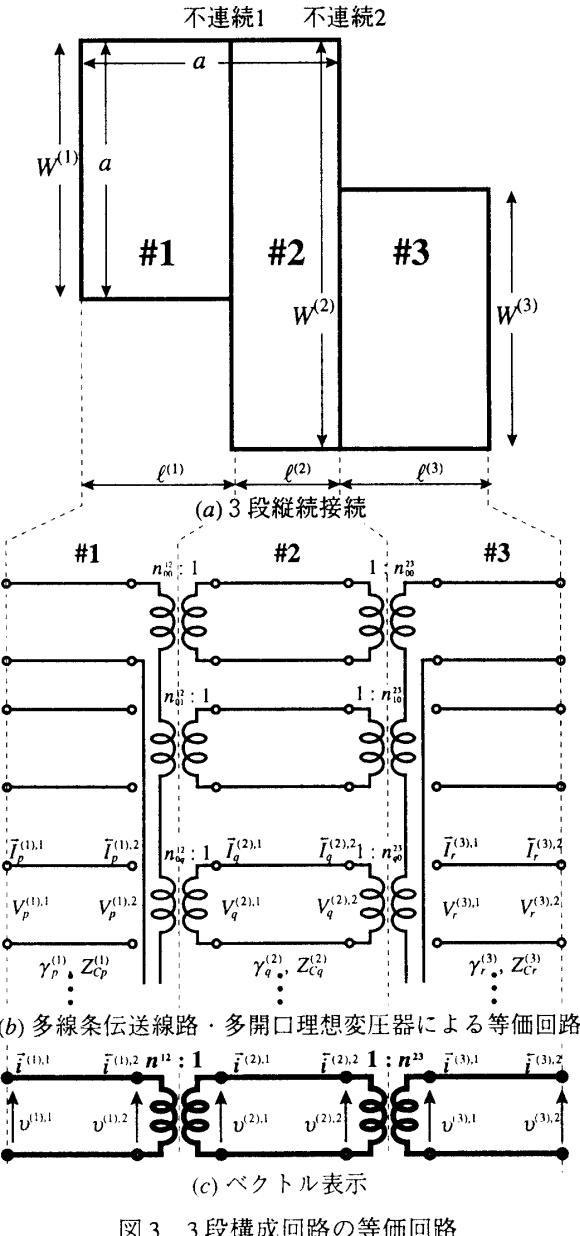


図3 3段構成回路の等価回路

2.2 等価回路表示

3段構成回路の各方形領域# s ($s=1,2,3$)の等価回路は、 p 次の伝送モードのモード伝搬定数 $\gamma_p^{(s)}$ 、モード特性インピーダンス $Z_{Cp}^{(s)}$ 、幅モード固有関数 $c_p^{(s)}$ が次式で与えられると、無限個の伝送モードまで対応した等価多線条伝送線路で記述される。

$$\gamma_p^{(s)} = \sqrt{(p\pi/W^{(s)}) - \omega^2 \epsilon \mu}, \quad Z_{Cp}^{(s)} = \frac{j\omega\mu}{\gamma_p^{(s)}} \frac{d}{W^{(s)}} \quad (4)$$

$$c_p^{(s)}(s^{(s)}) = \sqrt{\epsilon_p} \cos \frac{p\pi}{W^{(s)}} s^{(s)} \quad (5)$$

また、ステップ型不連続部1,2は、多線条伝送線路の幅モード固有関数の直交性を利用することにより、式(10),(11),(12)の多開口理想変圧器の変圧比でもって両領域の各伝送モード同士が結合される^[3]。したがって、3段構成回路の高次モードまで考慮した多線条伝送線路・多開口理想変圧器で表される等価回路は図3(b)となり、同図(c)の太線で表示した等価回路はベクトル表示である。

2.3 固有値の計算

3段構成回路の固有モードを計算するためには、表1の平面回路の固有関数系で示すように、接合回路の全周囲を開放(磁気壁)としたときの平面回路方程式を求めることとなる。すなわち図3の等価回路において領域#1の端子1と領域#3の端子2は開放となり、端子電流は式(7)となる。また、各領域での端子間の端子電圧・電流の関係は式(8),(9)、ステップ不連続部での端子電圧・電流の関係は理想変圧器の変圧比で結合されるので式(10),(11),(12)と表される。これらの関係を用いて、領域#3端子2での実効アドミタンス $\bar{Y}_{in}^{(3,2)}$ を計算し、式(6)の固有値方程式を解くと、3段構成回路の固有値が計算される。

$$\bar{i}^{(3,2)} = \bar{Y}_{in}^{(3,2)} \cdot \bar{v}^{(3,2)} = 0 \quad (6)$$

表2 端子電圧・端子電流の各関係式

$$\text{端子電圧 } \bar{v}^{(s)} = [V_1^{(s)}, V_2^{(s)}, \dots, V_p^{(s)}, \dots]^T$$

$$\text{端子電流 } \bar{i}^{(s)} = [I_1^{(s)}, I_2^{(s)}, \dots, I_p^{(s)}, \dots]^T$$

両側端子：開放(磁気壁)

$$\bar{i}^{(1,1)} = 0, \quad \bar{i}^{(3,2)} = 0 \quad (7)$$

伝送線路部 ($s=1,2,3$)

$$\begin{bmatrix} \bar{i}^{(s),1} \\ \bar{i}^{(s),2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^{(s)} & Y_{12}^{(s)} \\ Y_{21}^{(s)} & Y_{22}^{(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}^{(s),1} \\ \bar{v}^{(s),2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Y_{11}^{(s)} &= Y_{22}^{(s)} = Y_C \coth \gamma^{(s)} \ell^{(s)} \\ Y_{12}^{(s)} &= Y_{21}^{(s)} = -Y_C \operatorname{csch} \gamma^{(s)} \ell^{(s)} \end{aligned} \quad (9)$$

不連続部

$$\begin{cases} V_p^{(1,2)} = (n_{p,q}^{(1,2)})^f \cdot V_q^{(2,1)} \\ \bar{I}_q^{(2,1)} = n_{p,q}^{(1,2)} \cdot \bar{I}_p^{(1,2)} \end{cases} \quad \begin{cases} V_r^{(3,1)} = (n_{q,r}^{(2,3)})^f \cdot V_q^{(2,2)} \\ \bar{I}_q^{(2,2)} = n_{q,r}^{(2,3)} \cdot \bar{I}_r^{(3,1)} \end{cases} \quad (10)$$

$$n_{p,q}^{(1,2)} = \frac{1}{W^{(1)}} \int_0^{W^{(1)}} c_p^{(1)}(s^{(1)}) \cdot c_q^{(2)}(s^{(2)}) ds \quad (11)$$

$$n_{q,r}^{(2,3)} = \frac{1}{W^{(3)}} \int_0^{W^{(3)}} c_q^{(2)}(s^{(2)}) \cdot c_r^{(3)}(s^{(3)}) ds \quad (12)$$

計算された3段構成回路の固有値を切断率C=0.0~1.0毎に並べた結果を図4に示す。

2.4 固有モード電圧分布の計算

計算された固有値から式(6)で求めた $\tilde{t}^{(3),2}$ より各領域での端子電圧・電流 $V_p^{(s),1}, V_p^{(s),2}, \tilde{I}_p^{(s),1}, \tilde{I}_p^{(s),2}$ が計算できるので、3段構成回路の固有モード電圧分布は式(13)で求めることができる。

$$\varphi^{(s)}(x, y) = \sum_{p=0}^P \left(A_p^{(s)} e^{\gamma_p^{(s)}(t^{(s)} - y)} + B_p^{(s)} e^{-\gamma_p^{(s)}(t^{(s)} - y)} \right) \cdot C_p^{(s)}(x) \quad (13)$$

$$\text{但し}, A_p^{(s),1} = \frac{1}{2} \left(V_p^{(s),1} + Z_{C_p}^{(s)} \tilde{I}_p^{(s),1} \right), \quad B_p^{(s),1} = \frac{1}{2} \left(V_p^{(s),1} - Z_{C_p}^{(s)} \tilde{I}_p^{(s),1} \right) \quad (14)$$

式(6)の電圧固有モード縦行列を決定するとき、端子電圧・電流は任意定数倍の自由度があったが、表1の正規直交系で式(13)の固有関数を正規化することで、この任意定数を一意的に決定する。図5にC=0.4のn=1~6の低次の固有モード電圧分布の計算例を示す。

3. 磁気壁対称面を利用した角斜め切断回路の固有モードの導出

3.1 磁気壁・電気壁対称面

図6(a)の3段構成回路には2つの対称面X-X'・Y-Y'があり、この対称面で電圧分布が磁気壁対称となるのか電気壁対称となるのかで表2に示すとおり、A,B,C,Dの4

種類に分類することができる。今求めたい角斜め切断回路の固有モードは、平面回路の周囲が磁気壁となる条件下で求めるので、図2(a) $c < a$ の場合には図6(c)のようにX-X'対称面が磁気壁となっている分布に相当し、A,Bが該当する。同様に図2(b) $c > a$ の場合には図6(d)のY-Y'対称面が磁気壁となっている電圧分布なので、A,Cが相当する。DはX-X', Y-Y'面とも電気壁なので、角斜め切断回路の固有モードにはあてはまらない。

3.2 角斜め切断回路の固有モードの選別

図5のC=0.4の3段構成回路の固有モードの電圧分布のうち、X-X'が磁気壁となるのは図7より、n=2(B), 4(A), 6(A)の3つとなり、新たに角斜め切断回路C=0.4のモード $m=1, 2, 3$ となる。またY-Y'が磁気壁となるのは、n=1(C), 4(A), 5(C), 6(A)で角斜め切断回路C=1.6のモード $m=1, 2, 3, 4$ となる。また③n=3はX-X', Y-Y'とも電気壁のため、角斜め切断回路の固有モードには該当しない。

この選別を高次のモードまで行い、さらに各切断率毎に行うと図4の3段構成回路の固有値計算結果から図12および表3の角斜め切断回路の固有値が切断率C=0~2をパラメータとして得られる。したがって、3段構成回路の固有モードが求められると、角斜め切断回路の $c < a$, $c > a$ の両方の場合の固有値を得ることができる。

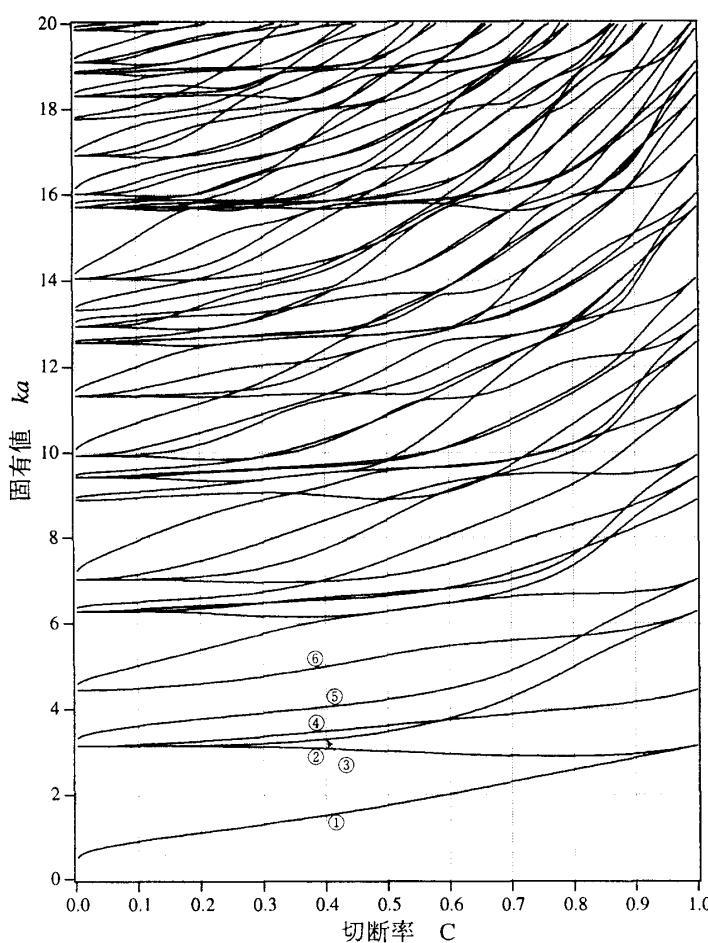


図4 3段構成回路の固有値計算結果

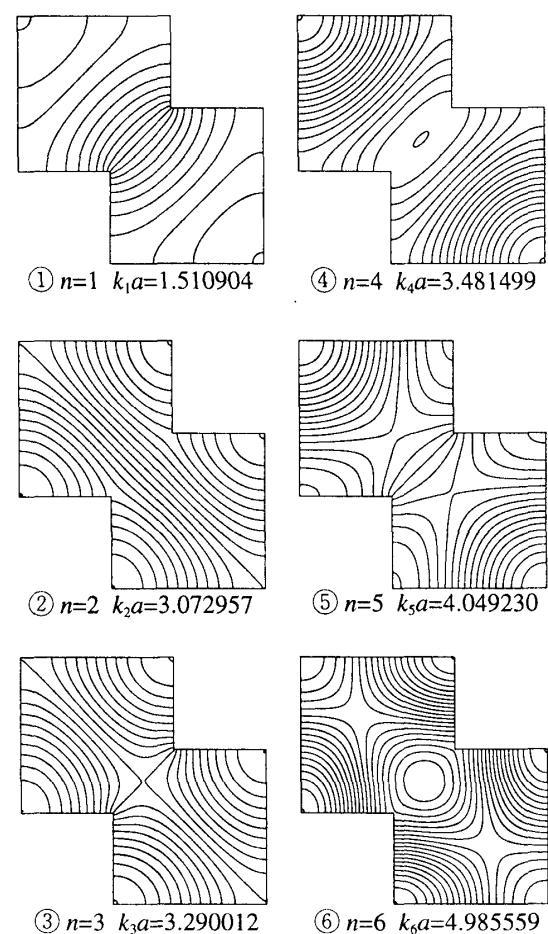


図5 3段構成回路の固有モード電圧分布計算例 (C=0.4)

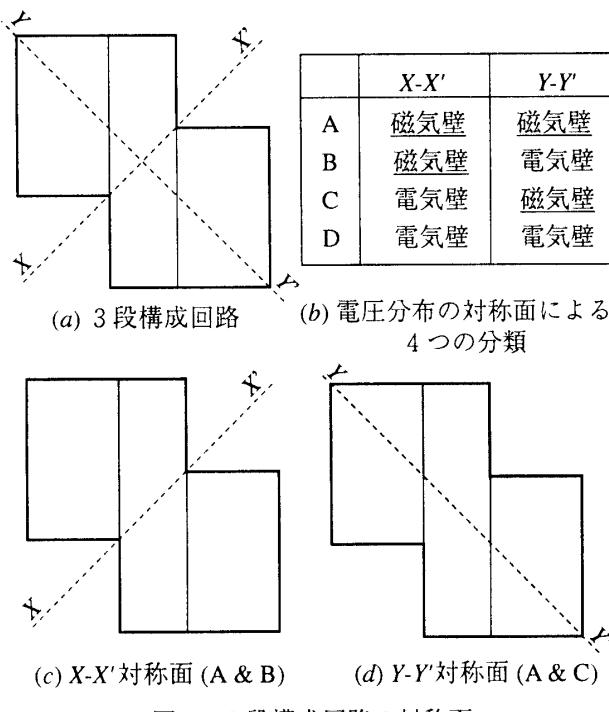


図6 3段構成回路の対称面

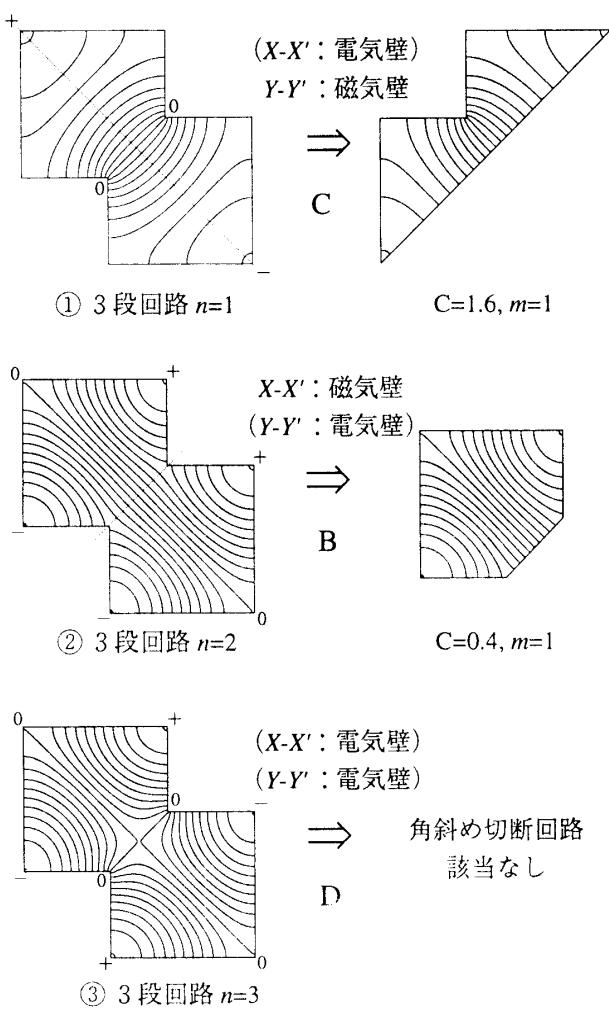


図7 3段構成回路から角斜め切断回路の固有モードの選別

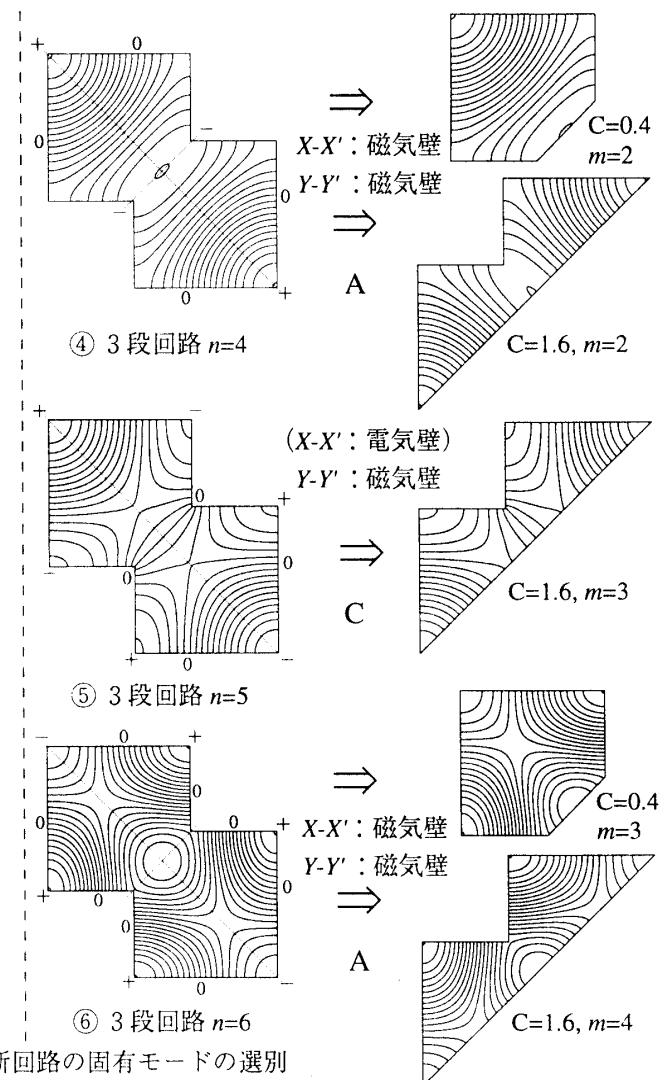
4. 本手法の妥当性・有効性の検討

4.1 不連続部での電圧分布の連続性

2.2節で述べた3段構成回路の等価回路、特にステップ型不連続部を記述した多開口理想変圧器による等価回路の妥当性を検討するため、不連続部の両側の電圧分布の連続性について、伝送線路の考慮モード数に対する収束性を調べた。例として図8に $C=0.4, n=8$ のときの伝送線路#1,#2間(不連続1), #2,#3間(不連続2)の電圧分布のつながりを示す。(a)は伝送線路#1の考慮モード数 $p=3$ のときで、(b)は $p=30$ の場合を計算した。モード数を多く考慮すると両者は一致し、不連続部で電圧分布は連続となることがわかる。

4.2 電圧分布の対称性

図7のように求められた角斜め切断回路の固有モードの電圧分布からは、直角曲がりの入出力導波路との結合度が計算されるので、接続面で対称性が確保されていなければならぬ。このとき図9のA-A',B-B'面の電圧分布を求める必要があるが、B-B'面にはステップ不連続部があるため、電圧分布のつながりが悪いとA-A',B-B'間の対称性が保たれず、結合度の計算の精度が悪くなる可



能性がある。図9は切断率C=0.4, n=8のA-A',B-B'間の電圧分布を示したもので、(a)が考慮モード数p=3, (b)はp=30とした。(a)はB-B'と|A-A'|には対称性がないが、モード数を多く考慮すると、両者は一致し、対称性が保たれていることがわかる。

4.3 短冊分割との比較

本手法の有効性を示すために、同様の角斜め切断の形状を短冊分割した結果と固有値の収束性について調べた。短冊分割とは角斜め切断回路の斜めの部分を細い短冊状のM個の方形領域で階段分割した形状である。等価回路は今回提案した3段構成回路と同様の多線条伝送線路・多開口理想変圧器による等価回路であるが、3段構成回路が3段縦続接続なのに対し、短冊分割の方はM段縦続接続となってしまい、構造が複雑となる。図10は切断率C=0.4, n=8での両手法における固有値の収束状況を示す。この結果、短冊分割の固有値よりも3段構成回路の対称性を利用する手法の方が、固有値の収束性が良いことがわかる。これは短冊状分割が形状誤差を少なくするため分割数40段としたので、1つ1つの方形領域が細くなり、多くの高次モードを考慮しなければならなくてはいけないのでに対し、3段構成回路は構造が単純であるため、図11のように収束性が良くなっていると考えられる。

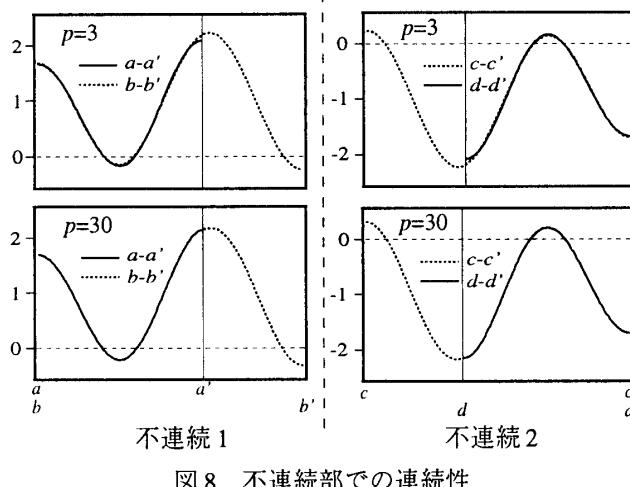


図8 不連続部での連続性

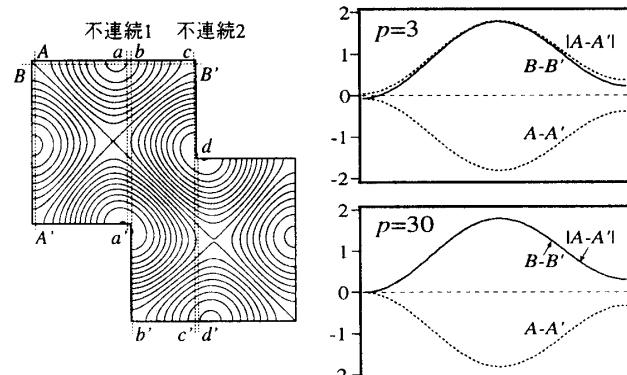


図9 電圧分布の対称性

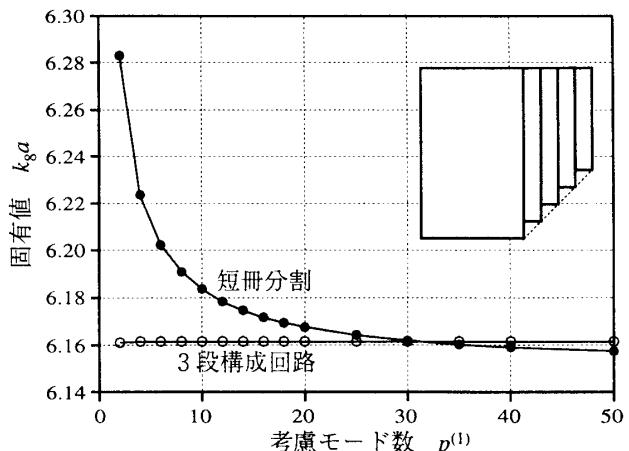


図10 短冊状分割との比較 (C=0.4, n=8)

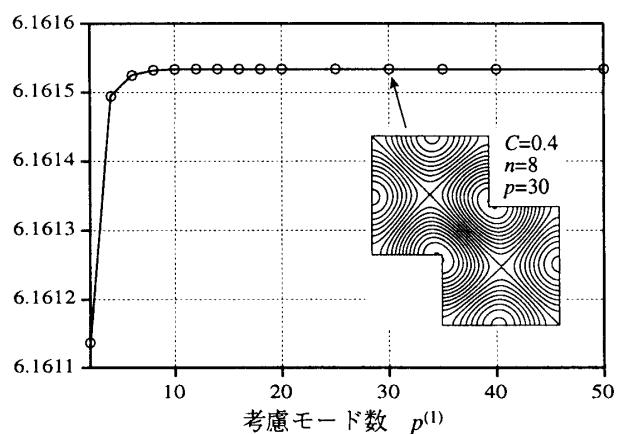


図11 3段構成回路の固有値収束性 (図10の拡大図)

5. むすび

角斜め切断正方形平面回路を求めるために、ストリップ線3段構成回路の磁気壁対称面を利用して計算する手法について述べた。本手法により、3段構成回路の固有モードから角斜め切断回路の固有値を計算し、その固有値の収束性について、平面回路部を短冊状に階段分割した結果と比較を行った。本手法は解析構造が簡単なため、固有値の収束性に優れ、精度の良い解析方法と考えられる。今後は計算した角斜め切断回路の固有値を基にして、直角曲がりの周波数特性を計算する予定である。

参考文献

- [1] 平岡, 許「角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算－階段状分割・等価多線条伝送線路による－」信学技報 MW99-22
- [2] 平岡, 手塚, 許「角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算－差分方程式化・階段状近似による－」1999年信学総合大会 C-2-75
- [3] 許, 平岡「ストリップ線ステップ型不連続の等価回路表示－多線条伝送線路, 多開口理想変圧器による－」信学技報 MW98-82
- [4] 平岡, 殿川, 許「角斜め切断正方形平面回路の固有モードの計算－ストリップ線3段構成と対称性による－」2000年信学総合大会 C-2-71

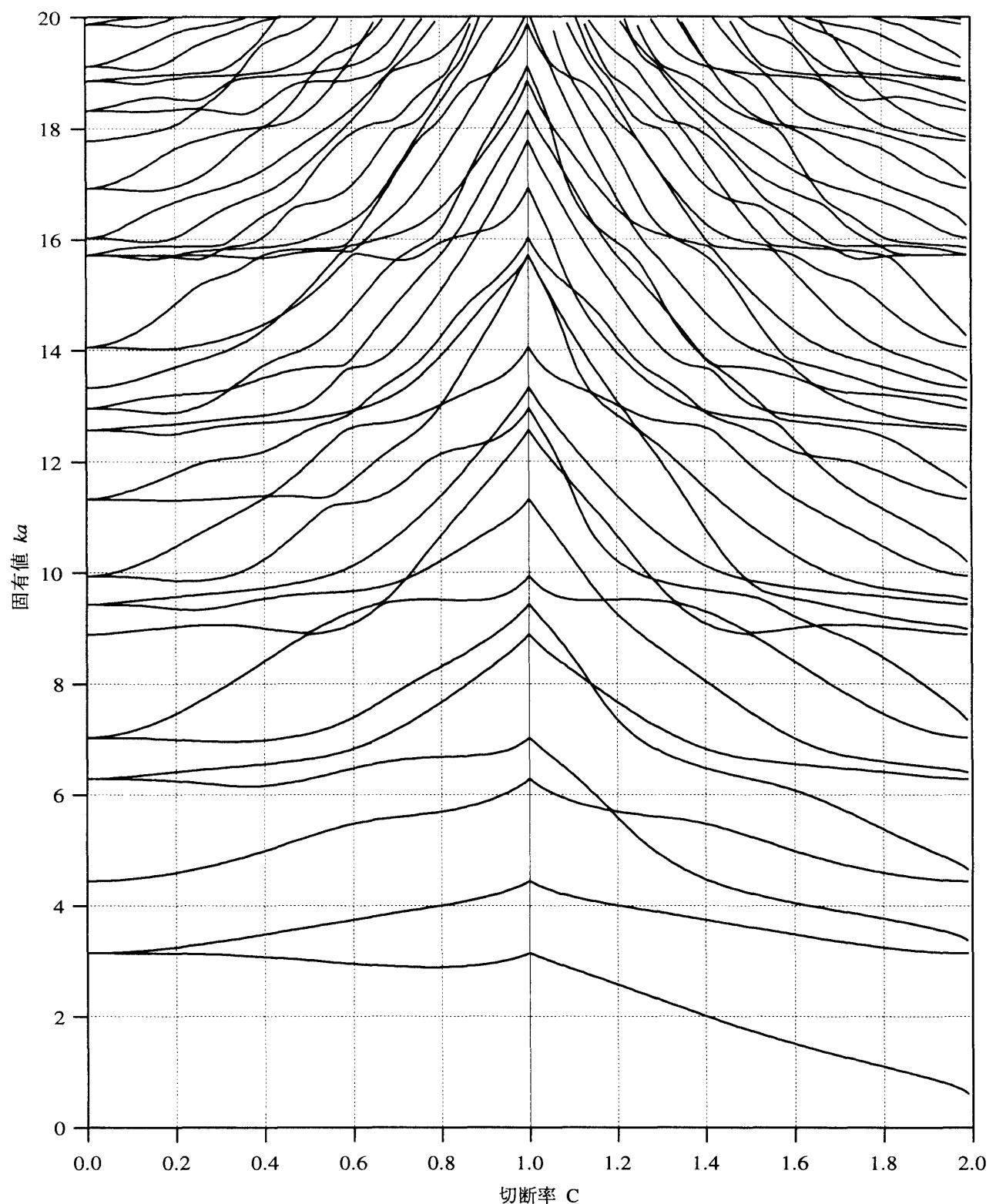


図 12 角斜め切断正方形平面回路の固有モード計算結果

表3 角斜め切断正方形切断平面回路の固有値表（切断量c、正方形一边a）

k 数	切断率 C=c/a																	
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
1	3.135777	3.115397	3.072957	3.012703	2.949538	2.902052	2.890673	2.946425	3.141593	2.852094	2.578865	2.010488	1.746838	1.510904	1.299045	1.101402	0.897992	
2	3.171175	3.248554	3.356649	3.481499	3.613024	3.745279	3.875063	4.003391	4.154877	4.442883	4.154877	4.003391	3.875063	3.745279	3.613024	3.481499	3.356649	3.248554
3	4.483904	4.592821	4.760626	4.985559	5.246867	5.472318	5.597402	5.691678	5.873587	6.28385	5.873587	5.587387	4.897164	4.473065	4.220867	4.049230	3.908200	3.768974
4	6.280258	6.246414	6.174542	6.161534	6.283185	6.477077	6.620271	6.681394	6.720632	7.024815	6.354888	5.691678	5.597402	5.472318	5.246867	4.985559	4.760626	4.592821
5	6.331271	6.410926	6.482309	6.550906	6.641002	6.825542	7.180554	7.665397	8.224097	8.885766	8.224097	7.352243	6.765939	6.475192	6.283185	5.759923	5.379319	5.013350
6	7.021944	6.993752	6.958461	6.981751	7.102811	7.392594	7.855916	8.306659	8.761217	9.424778	8.466468	7.665397	7.180554	6.825542	6.641002	6.550906	6.482309	6.310926
7	7.148470	7.461891	7.902401	8.405098	8.885766	9.077586	9.480530	9.506422	9.505686	9.924588	9.505686	9.249698	8.610547	8.042553	7.491511	7.016245	6.730522	6.595085
8	8.943548	9.019660	9.056731	8.991736	9.294562	9.708465	10.212089	10.690932	11.322713	12.024262	9.506422	9.480530	9.077586	8.885766	8.405098	7.902401	7.461891	7.148470
9	9.415664	9.345640	9.373241	9.526942	9.613616	9.666054	9.821078	10.663892	11.580408	12.566371	11.429940	10.209743	9.708465	9.294562	8.919992	8.991736	8.885355	8.481184
10	9.485766	9.564426	9.633751	9.719974	9.851156	10.124257	10.652365	11.383732	12.279794	12.931118	11.580408	10.663892	9.8131960	9.683698	9.571098	9.208732	9.056731	9.019660
11	9.921718	9.856280	9.904294	10.240385	10.890140	11.256426	11.545767	12.133858	12.327879	13.328649	12.279794	11.383732	10.652365	10.124257	9.823395	9.525273	9.367050	9.202071
12	10.099390	10.473407	10.904365	11.346045	11.359950	11.662721	12.280440	13.008368	13.367502	14.049629	13.367502	12.830809	11.996862	10.790536	9.851156	9.719974	9.6333751	9.564426
13	11.322941	11.307293	11.337006	11.380644	11.961288	12.616343	12.720691	13.019012	14.276946	15.707963	13.860833	13.019012	12.254694	11.523844	10.859488	10.318978	9.923389	9.714075
14	11.487231	11.795653	12.042881	12.180193	12.566371	12.887171	13.223795	13.888131	14.805066	15.707963	14.279663	13.086934	12.720691	12.616343	11.961288	11.307941	10.904605	10.473407
15	12.546930	12.499351	12.636275	12.703824	12.765243	12.9113722	13.498958	14.229031	15.088498	16.010942	15.088498	13.960150	13.268170	12.887171	12.566371	12.180193	11.651032	11.150790
16	12.623537	12.678859	12.755802	12.832801	13.037941	13.681601	14.047956	15.066351	16.144945	16.917994	15.090110	14.229031	13.498958	12.904940	12.769887	12.393444	12.042381	11.796563
17	12.924267	12.884991	13.179328	13.504329	13.676993	13.850494	14.827512	15.707963	16.287686	17.771532	16.287686	15.066351	14.047956	13.681601	13.037941	12.722740	12.633397	12.010833
18	13.095206	13.199026	13.265111	13.720853	14.049629	14.747193	15.610825	15.933159	16.954161	18.318476	16.803518	15.707963	14.827512	13.850494	13.230761	12.832801	12.755802	12.678859
19	13.444644	13.692400	13.938885	14.363728	14.956893	15.707963	15.615630	16.177821	17.547584	18.849556	16.954161	15.946300	14.922847	13.863505	13.676993	13.504329	13.137965	12.850942
20	14.033394	14.027635	14.172195	14.459211	15.092508	15.776520	16.084012	16.554519	17.13770	19.109562	17.547584	16.554519	15.611368	14.881615	14.049629	13.681448	13.265111	13.199026
21	14.266346	14.827969	15.309379	15.660808	15.773156	15.8834308	16.474601	17.478387	18.724394	19.869177	18.257246	16.748435	16.084012	15.707963	14.728702	13.804305	13.593391	13.340276
22	15.670159	15.674873	15.695538	15.707963	15.814082	16.015916	17.189693	18.157492	19.908861	20.116008	18.885637	17.550724	16.205548	15.884308	15.092508	14.365378	13.938885	13.692400
23	15.707702	15.707728	15.786111	15.85654	15.989797	16.339032	17.248550	18.463277	19.716070	21.074444	18.90861	18.157492	17.189693	16.015916	15.814082	15.416054	14.604350	14.043257
24	15.707963	15.707963	15.809578	16.035251	16.638314	16.974620	17.975314	18.707160	21.171061	21.991149	19.711921	18.431194	17.200392	16.290723	15.933061	15.707963	15.309379	14.827969
25	15.847931	15.874780	15.886342	16.421466	17.063288	17.905031	18.169120	18.884255	20.171061	20.171061	18.707160	17.975314	16.974620	16.308705	15.847944	15.786111	15.674873	15.012922
26	15.974258	16.030126	16.500501	16.8333989	17.373486	18.139126	19.044479	19.357827	20.411584	22.214415	20.411584	18.884255	18.169120	17.421548	16.638314	16.035251	15.803398	15.707963
27	16.300111	16.671774	16.913498	17.244838	17.771532	18.342093	19.1112489	20.034859	21.365450	22.654347	20.521252	19.372768	18.477125	17.905031	17.063288	16.421466	15.886342	15.855444
28	16.886932	16.943898	17.371373	18.013956	18.295956	18.864352	19.256274	20.229546	21.498906	22.871140	21.365450	20.034859	19.050185	18.135114	17.294591	16.8333860	16.385747	15.847931
29	17.150697	17.626364	17.8833950	18.023894	18.811775	19.125052	19.711255	21.051580	22.559505	23.925567	22.269866	20.377800	19.112489	18.342093	17.771532	17.244838	16.551651	16.040460
30	17.859312	18.053826	18.304264	18.416618	18.849556	19.263061	20.311861	21.149917	22.619375	24.556623	22.556623	20.822186	19.161697	18.748039	18.190497	17.553622	16.913498	16.671774
31	17.859312	18.053826	18.304264	18.416618	18.849556	19.263061	20.311861	21.149917	22.619375	24.556623	22.556623	20.822186	19.161697	18.748039	18.190497	17.553622	16.913498	16.671774