

高等学校「数学Ⅰ」の授業における 個々の生徒の主体的な学びへの試み

～「数学的な活動」「課題解決」「グループ学習」等をキーワードとして～

平田 治夫

1. 取組の背景

高等学校の数学科では新学習指導要領により学年進行による先行実施が、平成24年度の第1学年から始まり、例えば「数学Ⅰ」で、統計的な内容としてデータの分析が新しく加えられ、そこではデータの散らばりや相関について、生徒のより実践・実験的で、作業を含めたグループ学習等の指導による取組が進んでいます。昨年度の統計教育研究会（H24.12.1 神奈川県高等学校統計教育研究協議会）でも授業実践事例の発表や統計教育の現状等について発表や報告が行われ、本年度も冬の研究会の実施に向け検討が進められています。神数連藤沢大会（神奈川県数学教育研究会連合会H25.11.13）においても県高等学校教科研究会数学部会の分科会で関連した内容の発表が予定されています。

神奈川県教育委員会により資料「組織的な授業改善に向けて」（H24.3）が作成される中、現在「授業改善」について全県立校の取組として進められています。

例えば、組織的な取組の例として、○全校的な取組：特定な日の午後等で特定の学年・学級等を残し、公開授業・研究授業や研究会等を設定し、外部指導者からの指導助言を含めた研究協議、研究成果物の共有等を含めた取組 ○なんらかの連携の形態による取組 ○教員の個々の授業の中での取組 ○教科中心のまとまりの中での取組 ○T T（ティーム・ティーチング）

による取組 ○その他、などが考えられます。その他の例では、(1) 複数の高校間 (2) 教育委員会や教育センター等の教育機関と学校間 (3) 幼小中高大等の複数校種の組織的な連携・研究活動を含めた取組を含め考えられると思っています。これらの組織的な取組については、神奈川県では神数連大会の実施が継続しており、別途レポートをまとめる機会があればと考えています。

県教育委員会の動きもあり、各県立校では「授業改善」に対する取組が実践・展開されています。その中で「講義型中心」でなく「参加型中心」の授業を「授業改善」の鍵とする学校・検討している学校が複数あります。生徒の参加型学習を考える際の参考となる取組に、17年程前から小林昭文教諭（前埼玉県越ヶ谷高等学校）が主唱されてきた「アクティブラーニング」（以下『活動的学習』と表記します。ラーニングにはアクティブな意味が含まれてるという方もいます）があると考えています。

2. 取組と検証授業の基本的な 流れ（基本的コンセプト）

今回の私自身の取組を説明します。神奈川県立総合教育センター在職時（平成13年）、長期研修員の重田健司教諭（平塚市立大野中学校）の研究テーマ「生徒が主体的に取り組める中学校数学科の授業を目指して」（神奈川県立総合教育センター研究集録21:57～60.2002）の指導担当となりました。その際、新学習指導要

領の趣旨に沿う授業展開として、「数学的活動」「課題学習」「個別活動」「小集団・グループ学習」「発展的な内容」「協同学習(調べ学習・教え合い等)」を視点に持ち、さらに関連して「コミュニケーション力やプレゼンテーション力」「AD/HD」「LD」「いじめ」「不登校」等、研究の前面に出にくい内容についてもその対応・影響等について話題としながら研究を進めました。その際に検証した授業の基本的な流れは、次のように表せます。

～授業の基本的な流れ(基本的コンセプト)～

- | | |
|-----|----------------------------|
| I | 数学的な活動に留意した生徒個別課題の設定 |
| II | 数学的な活動に留意した小集団・グループ学習の展開 |
| III | 生徒の主体的・積極的(言語)活動(小集団・グループ) |
| IV | グループ・全体での振り返り・学習のまとめ |

研究の主な課題は、生徒個別の課題設定方法、効果的グループ学習指導法等になりました。当時、長崎先生・瀬沼先生(当時国立教育政策研究所)に研究の方向性について相談をした際、励ましの言葉を頂きましたが、その後、私自身の配置替・転勤等が続き、平成24年(2012)に中断していた取組(研究)を、ようやく再開し着手することが出来るようになりました。なお、少人数や習熟度等を中心に取組む研究者の方や国もあるようですが、その点については本稿では特に触れません。

3. 取組(研究)の内容・教材

今回は「主体的な学び」「数学的な活動」の生徒個々の作業を通した実践的な取組を普通の授業に組込むための例として、「数学I」における2次方程式の解の公式の導入で平方完成の理解につながる、面積図を利用した授業を考えました(各約36名:1年7・8・10組_平成25年7月に各1時間だけもらい実施)。

この取組はあくまで通常の授業を想定し、か

つ、

- 1) 事前準備が簡単(短時間)であること
- 2) 基本的に教員1名で展開が可能なこと
- 3) 生徒個々の「数学的活動」「言語活動」「課題解決」「主体的取組」等の趣旨が組み込まれること
- 4) 以後の学習につながる扱い方であること

を条件・ポイントとし、グループワーク、気づきや発見的な内容、言語的な活動等、『活動的学習』の意識的な取入れにも配慮し、教材を作成しました。

あえて「数学I」の最重要な題材、核とも言える部分を取り上げたのには理由があります。本時で生徒が学習した内容が以後の学習に「意識的」または「無意識」に活用され以降の学習内容の理解や「数学」への興味・関心につながることに並びにその検証を考えています。

4. 取組・教材(プリント)の内容

次に、今回の授業用に活用した原型(プロトタイプ)となるプリントと実際に生徒に配付したプリント、提出後採点した例を参考に資料として添付します。

(AAAタイプ)は、プリントの原型となるものです。

・注0)から注11)までを参考に、自由にプリントに加筆や修正を加えられる内容となっています。

(Eタイプ)は、実際に1年の授業で利用したものです。現在Iタイプまで作成。教室の生徒の状況等によって適宜タイプの選択が可能です。教員による指示の出し方も当然、異なる対応や微調整が必要となります。

以下(AAAタイプ)の注について、何点か補足をします。

注0) 基本的には4人で1グループをつくり机をつける。初期段階:グループ内話し合いを自由とし、中間段階:グループ外の話し合いも自

由として、指導します。

補足：生徒の机が付け易く、教材も3～4名（最大）で利用するのが一番効率的と思われる。

注1)個別化計れるが、指定も有。(以下、同様)

補足：グループの生徒がそれぞれ異なりかつ全ての生徒が取組める個別課題を提示し取組ませることで、依存心を弱め主体性を伸ばすという点も考慮しました。また、結果が個別であることがモチベーション（動機付け）に与える影響にも留意しています。

注5)この「問いかけ」をしっかりと行わないと、学習のねらいや意味が失われます。

補足：「方程式」を扱っていることを明確にしないと生徒が混乱します。教師の指示が大変重要です。

注6)暗黙に面積図と数値を同一視しています。

可能ならこの点の補足説明等して下さい。話し合いの3回目を想定しています。

補足：数学史的にも重要な所です。ディメンジョン・単位の話については、生徒の状況等で適宜対応して下さい。話し合いの3回目、この辺から時間設定の指示に留意しないと、授業が崩れ・流れてしまいます。

注9)【5】以降、学習・作業はグループ内での教えあいを想定しています。指示の内容・タイミングに適宜、注意して下さい。

補足：この練習から、【1】からの内容含め、生徒同士の教えあい・確認による活動の深まりが想定されます。係数が個別ですので、単に他人の答えと同じで良いとならない点もこの学習のねらいに含まれています。また、他グループとの相談も可で、その際は、同じ係数の人がいて、突合せができます（想定内）。

25分程度のプリントの演習時間でしたが3クラスとも数名が【5】まで終わっていません。一方、3クラス共に裏に挑戦問題を解答した生徒が複数名いました（一部生徒の解答例添付）。あるクラスでは36人中28人が挑戦問題に手をつけています。あくまで個人的感想ですが生徒の深い理解が進んだと感じています。なお、その後、クラス指導等において授業クラスの実担当者から、やりやすさを感じたという声は頂いています。（※生徒答案やビデオ録画等あります。機会をみて授業の分析をし別途報告をまとめられたらと考えています。）

※『活動的学習』について、「課題の構造と指導形態」「導入法・切口と構成的発問」「知識定着と理解形成の構造」「生徒状況とグループ構成等の指導法」「校種教科等特性」などをテーマにし別途、考察・レポート等に取組むことを考えています。

※授業時間は50分です。中学での利用も検討中です。

5. 検証授業の結果・まとめ

生徒の事前・事後の感想を聞くアンケート（効果検証）は今回行っていません。半年以上経過後に意識調査による検証を考えています。

面積の図を利用した2次方程式の解と考え方 (平方完成・解の公式の導入) (/ /) 1年 組 番氏名 _____

※次の【①】～【④】の手順に従い、**プリントをよく読み、各グループ内で相談しながら**、作業や計算を進めて下さい。 (AAA 5/7)

注①基本的には4人で1グループ組む。初期段階：グループ内話し合いを自由とし、中間段階：グループ外の話し合いも自由として、指導します。

【①】 グループ内で2, 4, 6, …, 10の偶数から、各自異なる数を1つずつ選んで、 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ に書きこんで下さい。注1)個別化計れるが、指定も有。

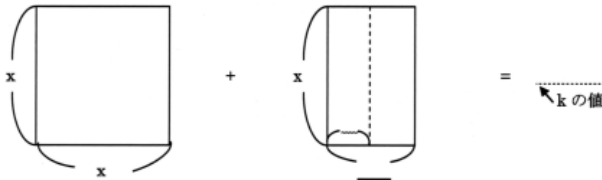
自分の $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 他人の $b = \underline{\hspace{2cm}}$ $\frac{b}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\frac{b}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ $\frac{b}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (さん) (さん) (さん) (さん) (さん) 注2)話し合いの1回目(慣れる)

【②】 次に、「自分の b を2で割(÷2)った数」を求め $\underline{\hspace{2cm}}$ に、「それを2乗した数」を求め $\underline{\hspace{2cm}}$ に記入して下さい。

次に、グループ内で一番大きい b に、1~10から何か一つ自由に数を選び、足した数を各自の k 値として、 $\underline{\hspace{2cm}}$ に記入して下さい。

自分の $b = \underline{\hspace{2cm}} \Rightarrow \frac{b}{2} = \underline{\hspace{2cm}} \Rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 注3)さらに個別化を計り、動機付け計ります。

【③】 次に、長さが「1辺 $x (> 0)$ の正方形」と「2辺が x と b の長方形」の面積の和が k になる場合を図を利用しながら、考えてみます。



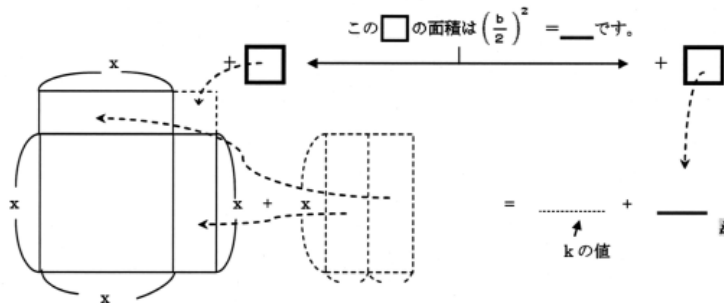
注4)図に斜線等いれさせる作業を指示します。話し合い(相談)の2回目も想定しています。

※図を参考に、値を入れた x の式は $\boxed{x^2 + bx = k}$ → 移項 $\boxed{x^2 + bx - k = 0}$ ← 2次方程式です。

【④】 次に、【②】で求めた値 $\underline{\hspace{2cm}}$ と $\underline{\hspace{2cm}}$ 、さらに下の図を利用して $x (> 0)$ の値を求めます。

さて、ここで、**図を見ながら考えます。** 注5)この「聞いかけ」をしっかりと行わないと、学習のねらいや意味が失われます。

正方形 \square を両辺に加えると、=の左側は1辺 $(x + \underline{\hspace{2cm}})$ の正方形になり、=の右側は $k + \square$ で、その面積の値になります。



注6)暗黙に面積図と数値を同一視してまず可能ならこの点の補足説明等して下さい。話し合いの3回目を想定しています

【⑤】 次の計算をしなさい。【(1) x は辺なので (> 0) 正の数だけ扱うことに注意。(2)では【③】 $\boxed{x^2 + bx - k = 0}$ の式を使い、答えは2つに…。】

(1) 【④】の図を見ながら、 x の値を求めて下さい。

(2) $\boxed{x^2 + bx - k = 0}$ 注7)解の1つが同じこと示唆
 (1)が終わった人は上の式を解の公式を利用して解いてみて下さい。

(ヒント) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

注8)式を書いたので注意下さい

(答) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (答) $x = \underline{\hspace{2cm}}$

注9)【⑤】以降、学習・作業はグループ内での概えあいを想定しています。指示の内容・タイミングに注意して下さい

- 【1:話し合】 計算が全員終わったら4人でプリントを回し、グループ内の代表となる問題の式 $\boxed{x^2 + bx - k = 0}$ と答を、1つ選んで板書して下さい。
 - 【2:挑戦】 全部終わったグループ：裏面に各自【①】で $b = 3, k = 5$ として、図を利用しながら解いて下さい。
 - 【3:挑戦】 ラスト！【2:挑戦】終わった人、 $b = -4, k = 5$ として、図を書きながら解いて下さい。(時間ある人、他の数にもチャレンジしよう)
- 注10)【1:話し合】の狙いには、生徒の板書発表・説明があります。指導時に工夫を。注11)【2~3:挑戦】の狙いは、分数の扱いと図形取り去り(面積を引く)等です。

生徒の探究活動です(本人が解答) **解答例(表面)** ※(1時間目と2時間目の両方に使う)
 面積の図を利用した2次方程式の解と考え方(平方完成・解の公式の導入) (H25/7/9) 1年●組 ●●● 番氏名●●●●●●

※次の【①】～【⑤】の手順に従い、各グループ内で相談しながら、作業や計算を進めて下さい。(早く終わった人は◎挑戦問題へ) (Eタイプ)

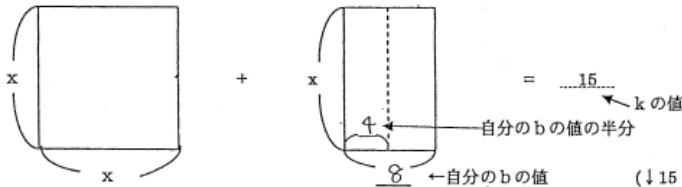
【①】 4人のグループ内で2, 4, 6, 8の偶数から、各自異なる偶数を1つ選んで、 $b = \underline{\quad}$ の下線部分に書きこんで下さい。

自分の $b = \underline{8}$ 他人の $b = \underline{2}$ $b = \underline{4}$ $b = \underline{6}$
 (●●さん) (●●さん) (●●さん)

【②】 次に、「自分の b の値を2で割(+2)った数」を求め $\underline{\quad}$ に、「それを2乗した数」を求め $\underline{\quad}$ に記入して下さい。
 次に、 k は、このプリントでは、グループの生徒が全員同じ値で $k=15$ で練習することにします。【③】の計算に移ってください。

自分の $b = \underline{8} \Rightarrow \frac{b}{2} = \underline{4} \Rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \underline{16}$, $k = \underline{15}$

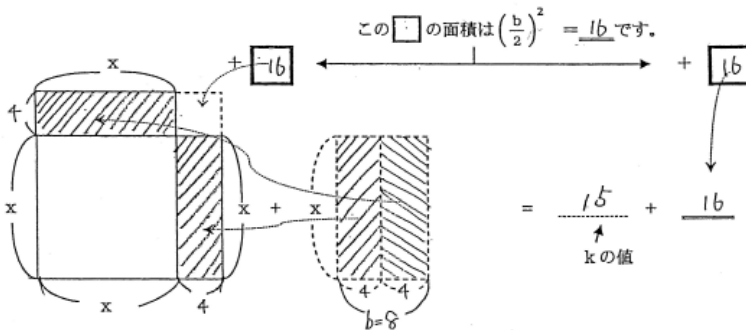
【③】 次に、「1辺が x の正方形」 + 「2辺が b と x の長方形」 = 15 (面積の値)になる場合を考えます。(当然 $x > 0$ 、 $b > 0$)



※上図を x と値を入れた式で表すと $x^2 + 8x = 15 \rightarrow x^2 + 8x - 15 = 0$ (15を左辺に移項するだけ)

【④】 次に、【②】で求めた値 $\underline{\quad}$ と $\underline{\quad}$ 、さらに下の図を利用して $x (> 0)$ の値を求めます。

正方形 \square を両辺に加えると、=の左側は1辺($x + \underline{\quad}$)の正方形になり、=の右側は $k + \square$ で、その面積の値になります。



$= \frac{15}{k} + 16 = 31$

【⑤】 次の計算をしなさい。【(1) x は辺なので(> 0)正の数だけ扱うことに注意。(2)では【③】の \square に公式を使うと、答えは2つに..】

(1) 【④】の図を見ながら、 x の値を求めて下さい。

$(x+4)^2 = 31$
 $x+4 = \sqrt{31}$
 $x = -4 + \sqrt{31}$

(答) $x = -4 + \sqrt{31}$

(2) $x^2 + 8x - 15 = 0$

(1)が終わった人は上の式を解の公式を利用して下さい。

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 60}}{2}$
 $x = \frac{-8 \pm \sqrt{124}}{2}$
 $x = \frac{-8 \pm 2\sqrt{31}}{2}$
 $x = -4 \pm \sqrt{31}$

(Eタイプ) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 ↓(1)と同じ答えか入っていますか?
 $x > 0$ より

(答) $x = -4 + \sqrt{31}$

別数分解で解ける場合もあります。

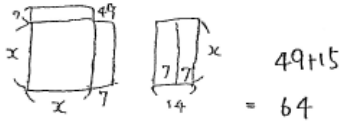
◎挑戦 (計算には裏面利用して下さい)

【挑戦①】 計算が全員終わったらグループ内で他人の答えと自分の答を比較して下さい。次に $b=14$ 、 $k=15$ で、再度挑戦して下さい。
 【挑戦②】 $b=-4$ 、 $k=5$ として、同じように解いて下さい。その際、図を必ず描くこと(図の意味が少し変わります)。

答案例(裏面)

$b=14$

$x^2 + 14x = 15$
 $x^2 + 14x - 15 = 0$

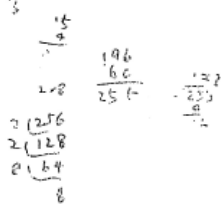


$(7+x)^2 = 64$
 $7+x = 8$
 $x = 1$

$x^2 + 14x - 15 = 0$

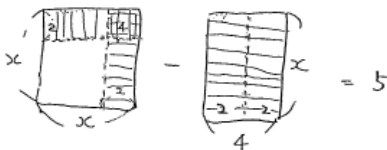
$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 60}}{2}$
 $x = \frac{-14 \pm \sqrt{256}}{2}$
 $x = \frac{-14 \pm 16}{2}$

$x = -7 + 8 \quad x = -7 - 8$
 $= 1 \quad x = -15$
 $x > 0$ より $x = 1$



$b = -4 \quad k = 5$

$x^2 - 4x = 5$



$(x-2)^2 - 4 = 5$
 $(x-2)^2 = 9$
 $x-2 = 3$
 $x = 5$

$x^2 - 4x - 5 = 0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2}$
 $x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2}$
 $x = \frac{4 \pm 6}{2}$
 $x = 2 + 3 \quad x = 2 - 3$
 $x = 5 \quad x = -1$

$x > 0$ より

$x = 5$



大変お世話になります。

(※生徒の氏名等一部修正を加えてあります)