

三角比・三角関数の指導法

高橋 秀雄

この指導内容は、何十年間も変わっていない古い内容であるが、高校生にとっては難解な内容であることも変わっていない。三角比は数学Ⅰで扱われ、三角関数は数学Ⅱで扱うのもここ20年間変わらない。これでよいのだろうか？三角比はまったくの図形的な扱いに終始し、三角関数は、代数的な式計算や関数の扱いになる。よもや数学Ⅰでやった三角比がこのような形の変ったものになるとは、生徒には理解しがたいものである。三角関数になってもノートの隅に、直角三角形を書いて \sin や \cos の定義を思い出している場面が多く見られる。

提案は、三角比も三角関数も一緒にして、数学Ⅰで扱い、直角三角形から導入するのではなく、単位円から導入するべきである。というのが趣旨である。図形的な扱いは、むしろ応用として扱うということである。このことも新しい発想ではないが、実際に実践されていないのが現状ではないだろうか？

ところが、小生が3年間在職したある神奈川県立高校ではこれを実践している。この高校は、神奈川県立高校の約160校中のいわゆる進学有名校で典型的な進学校であるが、以下のようなカリキュラムを実践している。

1年生は、1週6時間で、数学Ⅰと数学Aと数学Ⅱの半分位を指導している。2年生は同じく1週6時間で、数学Ⅱの半分と数学Bを指導している。しかも2年生の1月で終了し、その後は、理科系の者は、数学Ⅲに入る。これも3年生の9月で終了し、その後は入試対策演習の

授業となる。1年生の数学Ⅱは、複素数と方程式(1学期)、式と証明(2学期)、三角関数(3学期)の3分野である。(学期は2期制)

この三角関数の前に、図形と計量ということで数学Ⅰの三角比が置かれている。1年生の1月から3月までは三角比と三角関数のみである。この両者は続けて指導されるので当然重複は避けられる。三角比では第二象限までに限定されるが、いっきに第四象限まで指導する。もう一步進めれば、単位円から導入することも可能である。実際そのように指導している教員もいる。定期試験は共通テストなので指導要領上で扱われてない内容は入ってないが、かなり大幅に指導内容を入れ替えている。

「正弦」「余弦」という中国語をその語句の意味も説明しないで使用しているが、「弦」という語句からしても円に関係していると思うのが自然である。直角三角形から単位円への切り替えがつかない生徒が大勢いるのが現実なので、むしろ、直角三角形はその障害になっているのではなかろうか？進学体制や共通テストでカリキュラムを変えるのは困難であるが、実際に以上のような学校もあるのだから、各高校でやる気になればできることである。そうすれば、沢山の数学ぎらいの高校生を減らすことが可能となる。

この三角関数以外にも他の分野で工夫が見られるが、それは、多岐にわたる。三角比と三角関数に関する部分は以下のようなものである。

.....

第1学年の1月から3月までの期間

数学I 図形と計量

1, 正接・正弦・余弦 2, 三角比の相互関係
 3, 三角比の拡張 4, 正弦定理 5, 余弦定理
 6, 正弦定理・余弦定理の応用 7, 三角形の
 面積 8, 球の体積と表面積 9, 相似と計量
 数学II 三角関数

1, 一般角と弧度法 2, 三角関数 3, 三角関
 数の性質 4, 三角関数のグラフ 5, 三角関数
 の応用 6, 加法定理 7, 加法定理の応用
 8, $a\sin\theta + b\cos\theta$ の変形

註, カリキュラム上は, 数学Iは4時間, 数学
 Aは2時間の計6時間でここまで終了するので
 数学IIの分が前倒しになる。65分授業で2週
 単位の時間割を組んでおり2週間で65分授業
 が9コマある。しかも2期制のため授業時間数
 の確保がなされている。数学IIの教科書は1年
 生の段階で数学I・数学Aと共に購入させる。

この三角比と三角関数の授業の進め方につ
 いての提案であるが, 三角比では, 鈍角の三角比
 まで学習するので座標を使って第二象限までの
 回転角を考えるが, いっそのこと第四象限まで
 及んで360度までの三角比を考えれば良いと
 いうのが趣旨である。もはや, こうなると三角
 比という言い方ではおかしいので三角関数まで
 進むことになる。

これに対しての意見は, 数学Iと数学IIを1
 学年段階で続けて指導するのは, 一般的な高校
 では実施が難しいであろうとか, 数学Iのみで
 終了する生徒のことも考えねばならないとかの
 考えが出される。確かに, 進学校では多かれ少
 なかれ教科書を様々組み合わせる能率のよい授
 業を実施しているが, 一方教科書を終わらせる
 のが精一杯という高校の方が多いと思われる。

現行の指導要領では, 数学Iでは, 角が静止
 して動かない場合の三角比を扱う。数学IIでは,
 弧度法が入っているのだから, 角が動く場合の三角
 関数を扱う。と言う具合に分けて考えることも
 できるので, あえていっしょに指導することも

ないという考え方も成り立つ。

数学Iだけで終了する生徒には, 第二象限の
 三角比を学ばせるよりも。直角三角形の辺の比
 から傾斜角を求めるほうが適切との考え方も出
 される。

$\tan\theta = \frac{a}{b}$ より θ を求めさせることになる
 が, これは, 逆三角関数を考えることになり,
 新たな概念の導入となる。逆三角関数はアーク
 タンジェントと言われているが, 高校以下の指
 導要領では扱われていないので若干の飛躍があ
 る。角を求めるのには, $\tan^{-1}\theta$ という記号ま
 で導入することになる。

三角比と三角関数を一緒にすべきか, 分離す
 べきかのような内容になったが, それはそれぞ
 れの学校のおかれた状況から判断すればよい
 が, 現行の三角関数の内容が高校生にとって数
 学がこの先も理解できるかできないかの分岐点
 になっているかのような状況であるので, 如何
 に分りやすい授業を組み立てるかが数学の脱落
 者を作らない方策に通じることになる。この点
 の検討まで進めなければならないので三角関数
 の議論は尽きないと言える。

本来的には, 角も弧度法を導入し, 実数にし
 なければ実数と実数の対応にならないから実変
 数の関数とは言えないが, 60分法の度のまま
 でも関数関係の扱いは可能であるから三角関数
 という概念を導入することは数学Iでも可能で
 あるという主張もなされる。提案の趣旨は, 直
 角三角形にこだわるのか, 関数関係にこだわる
 のかということである。

さらには座標の導入は中学校でなされている
 から早い時期に座標を使って三角関数として導
 入したほうがスムーズとも言える。実際に数学
 Iでの鈍角までの拡張ではこの部分だけ座標を
 使って導入しているのである。せめてこの時に
 直角三角形を使って考えると言うことは, 座標
 平面の第一象限で考えていることだということ
 を生徒に認識させられれば大きな進歩と言え
 よう。