

最大公約数と最小公倍数の指導

—指導内容に制限条項があるのか—

高橋 秀雄

はじめに小学校の扱い

最大公約数と最小公倍数は平成 23 年度から始まった現行指導要領による新教科書では小学校 5 年生から学び始めるが、それ以前の 6 年生の内容がそのまま 5 年生に移されたものである。

例えば、啓林館の小 5 の教科書では公倍数を定義してから、公倍数のうち、いちばん小さい数を最小公倍数といいます、と定義している。これは従前の小 6 での指導内容と全く同じである。その後最大公約数は分数の約分に、最小公倍数は通分に利用されていくことになるが、さらにその先の中学校や高校ではどうなっているのか考察してみることにする。

中学校での扱い

中学校の教科書は現行指導要領による新教科書が平成 24 年度から使用されたのだが、旧指導要領との違いは特に 2 年生ではほとんど無い。その 2 年生の内容に連立方程式があるが、これを例にしてみる。啓林館の中学校 2 年生用では加減法の説明で以下のような問題が採り上げられている。

次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 4x + 7y = -2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 6x - 5y = 28 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

考え方として、どちらかの文字の係数をそろえるために、両方の方程式の両辺を何倍かして

みます、と説明されている。そして解答例として

$$\textcircled{1} \times 3 \quad 12x + 21y = -6 \cdots \cdots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad 12x - 10y = 56 \cdots \cdots \textcircled{2}'$$

のように示されている。(以下略)

①式に 3 を掛けることと②式に 2 を掛けることに関して何の説明もない。突然 3 と 2 が登場して来るのである。まさにこの 3 と 2 は 12 という 4 と 6 の最小公倍数が分からなければ出て来ない数である。つまり、ここの中学校 2 年生の連立方程式を学ぶ所で最小公倍数が利用されているのである。しかしながら、最小公倍数に関してはまったく触れていない。小学校 5 年生で学んでいるにも関わらずである。小学校の分数の通分しか利用しないということなのであろうか。中学校では最大公約数と最小公倍数はやらないということなのであろうか。すなわち、指導内容に何らかの制限条項があるのかとなる。

高校での扱い

現行指導要領による新教科書は、数学と理科の前倒し実施により平成 24 年度から数学 I、数学 A、数学 II の 3 種類が使われ出した。その数学 A では、場合の数と確率、図形の性質、整数の性質の 3 分野、3 単位から標準単位数として 2 分野、2 単位を選択することになっている。整数の性質は今回新しく設けられた章ではあるが、内容は新しいものではなく、今までいろいろな場面で扱われていたものをまとめたに

過ぎない。最大公約数や最小公倍数も扱われているが、整数の範囲内なので整式についての最大公約数、最小公倍数はない。

ところで平成3年度から使われた数学Ⅰの教科書では、分数式の加法・減法で通分を行うときには「二つの分数式を通分するには、それらの分母の最小公倍数を共通の分母にすればよい」とどの教科書にも記載されていた。この教科書は平成元年度に改訂された指導要領に基づく教科書が平成6年度から使われたので3年間の期間だったが、この時を最後に分数式の最大公約数と最小公倍数の扱いは消えてしまっている。平成6年度実施の次の教科書では数学Ⅰの冒頭で式計算が消えて、数学Aに回っていた。理由は高校入学当初から機械的な計算をさせるべきではないということだった。だが、大抵の高校では数学Ⅰの前に数学Aをやり式計算を補っていたのである。分数式は数学Ⅲへ回され、それも分数関数の扱いになっていた。ここから以後現在まで分数式の最大公約数と最小公倍数は消えてしまったのである。

しかしながら、指導要領から全く消え去ったかというそうではなく現在も「理数の数学Ⅱ」で扱うことになっている。

数学Ⅱでの最大公約数・最小公倍数

前述のように「理数数学Ⅱ」では扱われているが「数学Ⅱ」では扱われていないのである。現行指導要領もそうだが、前の指導要領もそうである。すなわち、どの教科書も平成6年度以来扱われていない。発展や研究といった少々発展的な扱い方もない。

それでは平成24年度からの数学Ⅱの新教科書ではどうなっているか引用してみる。

数研出版の数学Ⅱの平成24年度から使用の教科書では、分数式の加法・減法のところで「分母が異なる分数式の加法、減法は、まず各分数式の分母と分子に適当な整式を掛けて、分母が同じ分数式に直してから計算する。」と説明し

ている。(下線部に注意)この説明文はこの前の指導要領による教科書でも全く同じである。平成22年度からの「改訂版」でも同じ説明である。指導書を見ると、「最小公倍数は未習なので、教科書では『分母と分子に適当な整式を掛けて』と表現した。」と断っている。平成22年度の改訂版の指導書も同様である。

このことは、はっきりと分数式の最大公約数・最小公倍数は数学Ⅱを学ぶ以前には「未習」だということを表明していることである。しかも学ぶところは、理数の数学Ⅱと指定されているので通常の数学Ⅰや数学Aや数学Ⅱでは扱えないということを示していることになっている。もっと大げさに言えば、日本の普通高校では整式の最大公約数・最小公倍数は学ばないということである。学ぶのは理数科だけということである。

数学Ⅱの後に続く数学Ⅲや数学Bでは積分や数列が扱われるが、分数式は頻繁に登場する。その時に通分の場面で最小公倍数が使われないということが起こる。さらに、部分分数の分解ということも学ぶがそれにも支障を来すことになる。

まとめ

今や小学校5年から学び始める最大公約数・最小公倍数の概念は中学校でも高校でも度々使われる場面がある。特に高校では整式の扱いで大切であるが、この最終場面の分数式で学ばれないというまとまりのない指導要領の体系になっている。よもや大学で整式の最大公約数・最小公倍数を学べということではないだろう。理由が複雑な計算をさけるということであるが、理数でも分数式の分母は2次式程度のものしか扱っていない。しかも、整式の場面で扱ってもせいぜい50分授業1回で扱える内容である。なぜこのような事実上の制限条項が残されているのか、「未習」のままではよいのか不思議である。