

方形導波管 H 面直角曲がりのアドミタンス型等価回路に基づく解析

平岡 隆晴* 許 瑞邦**

Analysis of Rectangular Waveguide H-Plane Right-angled Bend based on Admittance type Equivalent Network

Takaharu HIRAOKA* Jui-Pang HSU**

1. 研究の目的

開放境界線路及び短絡境界線路における接合回路型不連続問題の解析は、スカラー関数である固有電圧モードおよび開放境界の接続部から電流励振としたモードインピーダンスに基づいて計算する方法とベクトル関数である固有電流モードおよび短絡境界の接続部から電圧励振としたモードアドミタンスに基づく方法がある。ここでは方形導波管 H 面直角曲がりを例にとり、固有電流モードを用いたモードアドミタンス型等価回路の導出や適用結果について報告する。

2. 平面接合回路に関する式導出

平面接合回路では、座標系を幅方向 x 、伝搬方向 y 、高さ方向 z とする。同様に単位ベクトルをそれぞれ、 i, j, k とする。対応するモード次数は、 m, n, k であるが、高さ方向の電磁界が一様の場合は $k=0$ となる。TM(E)モードの平面回路方程式は、式(1),(2)となる。

$$\text{grad} \dot{V}_k^E(x, y) = j \frac{\beta_{ik}^2 \cdot d^2}{\omega \epsilon_0 \epsilon_s} \mathbf{J}_k^E(x, y) \quad (1)$$

$$\text{div} \mathbf{J}_k^E(x, y) = j \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_s}{d^2} \dot{V}_k^E(x, y) \quad (2)$$

式(2)の両辺に grad を取って、 $\dot{V}_k^E(x, y)$ を消去するように(1)へ代入すると、式(3)を得る。

$$\text{grad} [\text{div} \mathbf{J}_k^E(x, y)] - (j \beta_{ik})^2 \cdot \mathbf{J}_k^E(x, y) = 0 \quad (3)$$

また、TM(E)モードの固有電圧モードと固有電流モードに関する平面回路方程式は、式(4),(5)で与えられる。

$$\text{grad} \varphi_{m,n}^E(x, y) = j \frac{\beta_{im,n}^2 \cdot d^2}{\omega_{m,n} \epsilon_0 \epsilon_s} \boldsymbol{\psi}_{m,n}^E(x, y) \quad (4)$$

$$\text{div} \boldsymbol{\psi}_{m,n}^E(x, y) = j \frac{\omega_{m,n} \epsilon_0 \epsilon_s}{d^2} \varphi_{m,n}^E(x, y) \quad (5)$$

式(5)の両辺に grad を取って、 $\varphi_{m,n}^E(x, y)$ を消去するように(4)へ代入すると、式(6)を得る。

$$\text{grad} [\text{div} \boldsymbol{\psi}_{m,n}^E(x, y)] - (j \beta_{im,n})^2 \cdot \boldsymbol{\psi}_{m,n}^E(x, y) = 0 \quad (6)$$

ここで固有電流モード $\boldsymbol{\psi}_{m,n}^E(x, y)$ はベクトル場であるため、次のように考えて考える。

$$(A) \text{ 非回転な場: } \text{rot} \boldsymbol{\psi}_{m,n}^{Eg} = 0 \text{ (勾配場}(g)) \quad (7)$$

$$(B) \text{ 非発散な場: } \text{div} \boldsymbol{\psi}_{m,n}^{Er} = 0 \text{ (回転場}(r)) \quad (8)$$

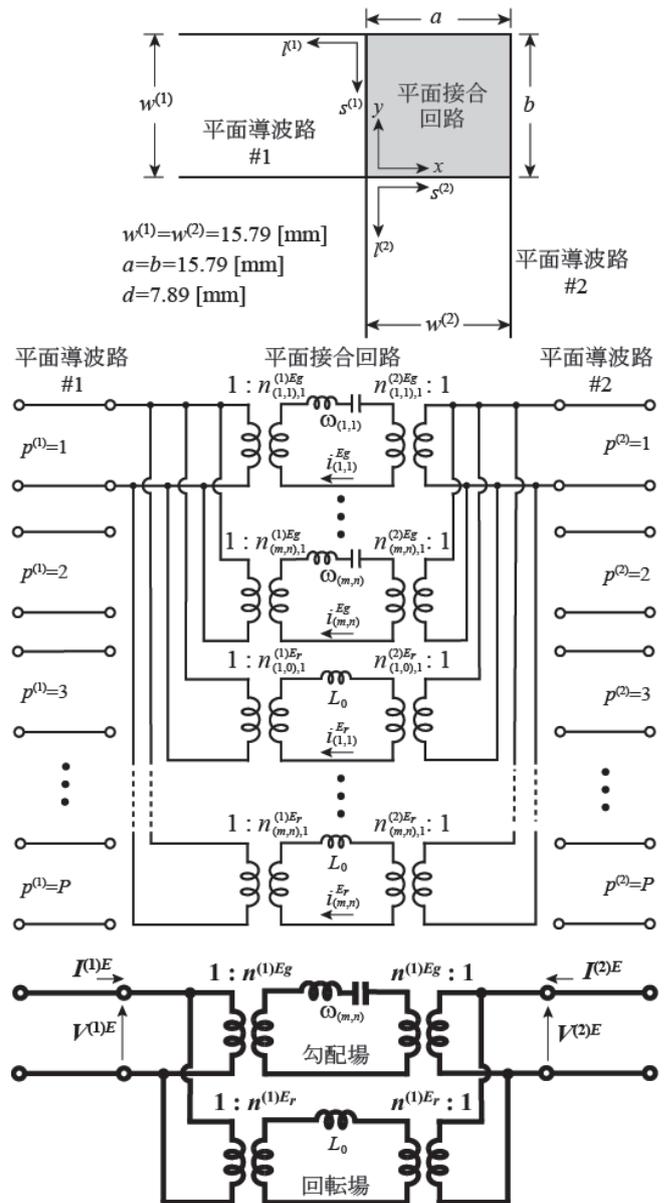


図1 直列共振器及び理想変圧器によるアドミタンス型等価回路

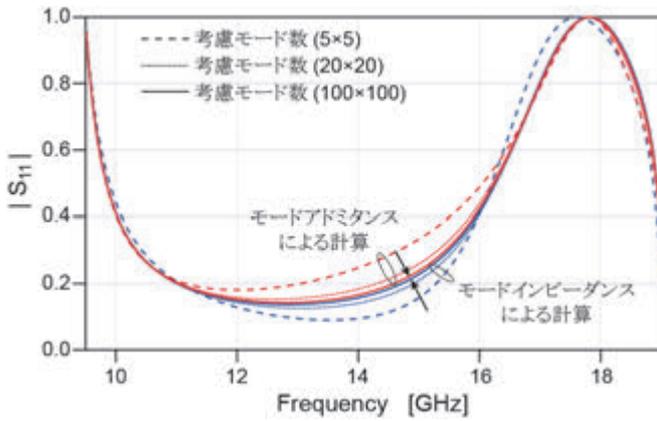
*准教授 電気電子情報工学科 Associate Professor,
Dept. of Electrical, Electronics and Information Engineering
**客員研究員 工学研究所
Invited Researcher, Research Institute for Engineering

3. 開口モードアドミタンスおよび等価回路の導出

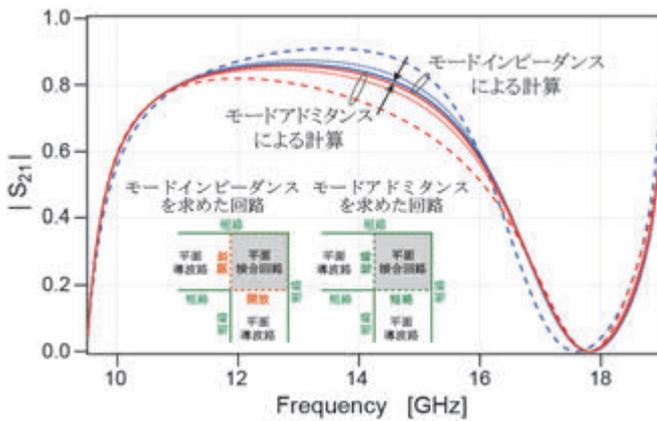
平面接合回路と平面導波路の結合度が得られると、入力(#j)側平面導波路から電圧励振されたとき、平面接合回路の内部モードアドミタンスと結合度から出力(#i)側平面導波路の電流振幅が次式で得ることができる。

$$\begin{aligned} \dot{I}_{p_i}^{(i)E}(l) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N n_{p_i, (m,n)}^{(i)Eg} \cdot i_{m,n}^{Eg} + \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N n_{p_i, (m,n)}^{(i)Er} \cdot i_{m,n}^{Er} \\ &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N n_{p_i, (m,n)}^{(i)Eg} \cdot \left[\frac{1}{jL_0} \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{m,n}^2} \right] \cdot \sum_{p_j=1}^P n_{(m,n), p_j}^{(j)Eg} \cdot \dot{V}_{p_j}^{(j)E}(l) \\ &\quad + \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N n_{p_i, (m,n)}^{(i)Er} \cdot \frac{1}{j\omega L_k} \cdot \sum_{p_j=1}^P n_{(m,n), p_j}^{(j)Er} \cdot \dot{V}_{p_j}^{(j)E}(l) \\ &= \sum_{p_j=1}^P \dot{Y}_{p_i, p_j}^{(i), (j)} \cdot \dot{V}_{p_j}^{(j)E}(l) \end{aligned} \tag{9}$$

したがって、開口モードアドミタンスは式(9)に示すように勾配場と回転場の和で与えられ、アドミタンス型等価回路を図1に示す。勾配場では、(m,n)次の固有電流モードの共振周波数 $\omega_{m,n}$ に対応するLC直列共振器が結合度を表す理想変圧器を介して入出力側の多線条伝送線路と接続される。同様に回転場では、(m,n)次の固有電流モードに対応するインダクタンス L_k ($k=0$ のときは L_0)が理想変圧器を介して入出力多線条線路と接続される。



(a) 反射係数の考慮モード次数に対する収束性



(b) 透過係数の考慮モード次数に対する収束性

図2 方形導波管H面直角曲がり回路の周波数特性

4. 方形導波管直角曲がりの計算結果

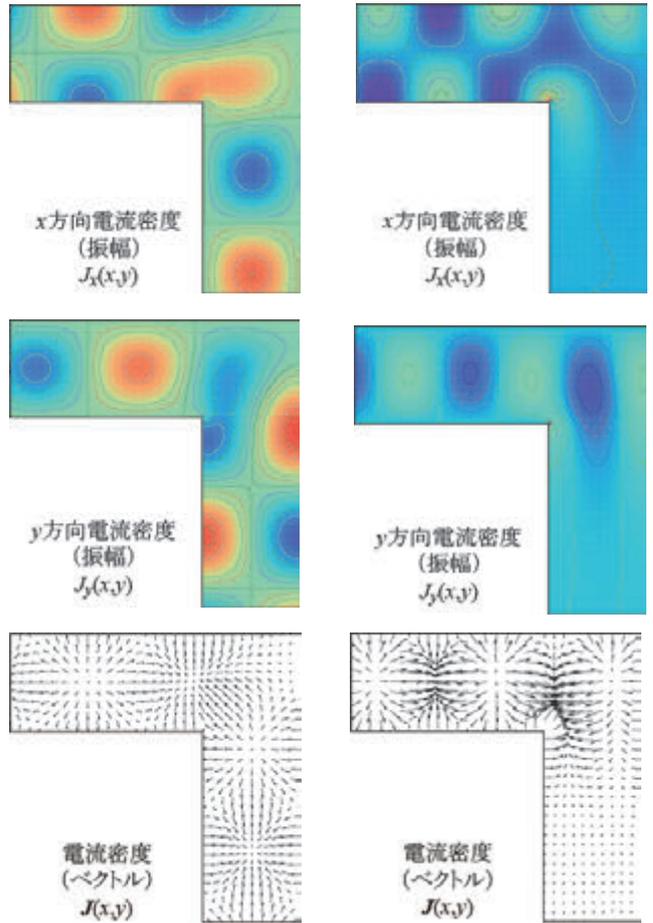
接合型不連続問題の一例として、一辺 $a=b=15.79$ [mm], 高さ $d=7.89$ [mm]の正方形接合回路で構成された方形導波管直角曲がりの反射及び透過係数特性を図2に示す。同時にモードインピーダンスより計算した電力散乱係数も示す。平面接合回路における考慮モード次数(m,n)は(5×5), (20×20), (100×100)と増やすにしたがって、アドミタンスとインピーダンスの結果は一致して行くことがわかる。入力側導波管より TE_{10} モードを励振したとき、直角曲がりにおける動作時の電流密度分布を図3に示す。図3(a)に通過域 $f=13$ [GHz], 図3(b)に阻止域 $f=17.8$ [GHz]の特性を示す。

5. むすび

接合回路型不連続問題を解析的に取り扱う方法として方形導波管直角曲がりについて適用した結果を報告した。平面導波路と平面接合回路の接続部を短絡境界としたときは、ベクトル場である勾配場及び回転場の固有電流モード及び直列共振器から構成されるアドミタンス型等価回路に基づく手法で特性が記述できる。

(参考文献)

許瑞邦, 平岡隆晴, 短絡平行平板平面回路のアドミタンス対応フォスタ型等価回路導出と適用結果, 信学技報, Vol. 119, No. 459, MW2019-151, pp.65-70, (2020.03)



(a) 通過域($f=13$ [GHz]) (b) 阻止域($f=17.8$ [GHz])

図3 TE_{10} モード励振時の電流密度分布