

## 国際会議 APARM2020 Best Paper Award を受賞して

太田 修平\*

### Acknowledgment for receiving “Best Paper Award of APARM 2020”

Shuhei OTA\*

#### 1. はじめに

2020 年 8 月 20 日～23 日に開催された国際会議「The 9th Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modeling」(APARM 2020)において、筆者は木村光宏氏(法政大学)との共著論文[1]を発表し、Best Paper Awardを受賞した。APARM 2020 は、信頼性工学と保全性工学の研究分野に関わる研究者が幅広く参加する国際会議であり、COVID-19 の影響のためオンライン上で開催された。Best Paper Award は、会議で発表された全 138 件の論文の中から、プレゼンテーションの内容を加味して、内容が最も優れた 3 件の論文に与えられたものである。受賞した研究内容は、信頼性工学において長年研究されてきた、複数のシステムが共倒壊的に故障するリスクの評価を、より柔軟に利用できるように、かつ高精度化する手法を提案したものである。本稿ではその概要を述べる。なお本稿は[2]を加筆修正したものである。

#### 2. 研究の概要

システムを構成するコンポーネントが互いに従属して故障することを従属故障という。システムの信頼性解析において、従属故障の要因を考慮しなければわれわれはシステムの信頼性を過少または過大評価する可能性がある[3]。従属故障はコンポーネントが熱、振動、そして処理などを共有することによって生じる。その場合、従属故障の要因を考慮することで、信頼性解析の精度を向上させることができる[4]。

システムの信頼性評価には確率モデルが有用である。コンポーネントの寿命時間が確率分布していると仮定し、またシステムの構造を構造関数で表現することで、システム全体の信頼度関数が求められる。コンポーネントが独立して故障する場合は、信頼度関数は比較的簡易に求まることが知られているが、従属故障が起こる場合は、多変量の同時分布関数が必要となり数学的な扱いが難しい。

近年では、従属故障の発生を考慮した信頼性解析に、同時分布関数の別表現であるコピュラ[5]を取り入れた手法が提案されている。コピュラは接合関数とも呼ばれ、複数の 1 変量確率分布を組み合わせ、多変量確率分布を構成するための関数である。1 変量確率分布には従来、信頼性工学で用いられてきた指数分布やワイブル分布を仮定し、コピュラによってそれらを結び付けることでコンポーネ

ント間の従属性を表現することができる。例えば、Navarro, Ruiz and Sandoval[6]は、従属した $n$ 個のコンポーネントからなるコヒーレントシステムの信頼性評価モデルをコピュラを用いて提案した。

しかしながら、1 つのコピュラによって表現される従属性には限界がある。コピュラにはアルキメディアンコピュラなど、さまざまな種類があるが、その多くが従属性を表現するためのパラメータを 1 つしか有していない。それ故に、2 個以上のコンポーネント間の従属性を細微にわたり表現することが難しい。

そこで本研究[1,2]は、ファクターコピュラ[5]を用いて、柔軟かつ高次元の従属性を考慮した信頼性評価モデルを提案する。ファクターコピュラとは、2 つ以上のコピュラを組み合わせ、新しいコピュラを構築する手法である。多くの既存研究は $n$ 個のコンポーネント間の従属性を 1 つのコピュラで表現していたのに対して、本研究は $n$ 個のコピュラで表現する。これによって、提案モデルは従属性を表現するためのパラメータを従来よりも多くもつことができる。

ファクターコピュラの性質を視覚的に示す。図 1 はクレイトンコピュラ、フランクコピュラ、FGM (Farlie-Gumbel-Morgenstern)コピュラ、そして正規コピュラの 4 種類のコピュラ[5]に基づく 2 変量ファクターコピュラの標本の散布図である。ただし、それぞれのファクターコピュラの周辺分布は平均が 1 の指数分布とする。このように、周辺分布は同一であっても、組み合わせるコピュラによってさまざまな従属性を表現できることが、ファクターコピュラをモデリングに用いる 1 つのメリットである。

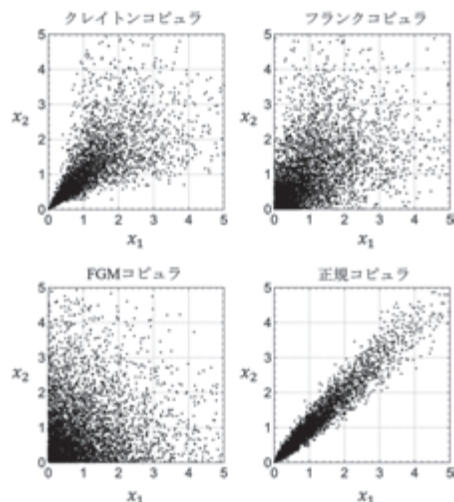


図 1 ファクターコピュラのサンプル

\*助教 経営工学科

Assistant Professor, Dept. of Industrial Engineering and Management,

ここからはファクターコピュラを用いた、 $n$ 個の従属したコンポーネントからなるコヒーレントシステムの信頼性評価モデルを提案する。さらに、ファクターコピュラの構築に FGM コピュラを用いた場合に、提案モデルが解析的に評価できることを示す。

システムに対していくつかの仮定をする。システムは $n$ 個のコンポーネントから構成され、それぞれの寿命時間を確率変数 $X_i$ で表す( $i = 1, \dots, n$ )。  $X_1, \dots, X_n$ は共通因子 $V$ によって条件付き独立とする。またそれぞれの周辺分布は同一で $G(x_1), \dots, G(x_n)$ とする。そして対象とするシステムの寿命時間を確率変数 $T$ で表す。これらに対して、本研究はコンポーネントが互いに交換可能であるという条件のもとで $T$ の寿命分布を分析する。この提案モデルにおいて、 $V$ は熱や振動といった、コンポーネント間の従属故障の要因として扱う。

もしコヒーレントシステムのコンポーネントが互いに交換可能であるならば、そのシステムの寿命分布は $(X_1, \dots, X_n)$ の同時分布と、システムの構造関数の情報をもった signature を組み合わせることで導出できる。Navarro, Ruiz and Sandoval [6]によれば、システムの寿命分布 $\Pr[T \leq t]$ に関して次式が成り立つ。

$$\Pr[T \leq t] = \sum_{i=1}^n \beta_i \Pr[\max(X_1, \dots, X_i) \leq t]. \quad (1)$$

ここで、 $\beta_i$ は maximal signature  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ の $i$ 番目の要素である。このことは、互いに交換可能なコンポーネントからなる任意のコヒーレントシステムの寿命分布関数は、maximal signature と順序統計量の線形結合で表せることを意味する。 $V$ が与えられたもとの $X_j$ の条件付き確率分布を、条件付きコピュラを用いて $G_{j|V}(G(t)|v)$ と表すと、式(1)において次式が成り立つ。

$$\Pr[\max(X_1, \dots, X_i) \leq t] = \prod_{j=1}^i G_{j|V}(G(t)|v).$$

以上をふまえて、本研究は次式で与えられるシステムの寿命分布を提案モデルと呼ぶ。

$$\Pr[T \leq t] = \sum_{i=1}^n \beta_i \int_0^1 \prod_{j=1}^i G_{j|V}(G(t)|v) dv. \quad (2)$$

特徴的なシステム構造の場合、maximal signature はその値が知られている[6]。例えば、 $n$ コンポーネント並列システムの maximal signature は、 $\beta_1 = \dots = \beta_{n-1} = 0, \beta_n = 1$ である。このように、式(2)で与えられる本モデルを用いる場合、 $G_{j|V}(G(t)|v)$ として任意の $n$ 個のコピュラおよび maximal signature を選択する必要がある。ただし、式(2)が陽に解けるかは、選択するコピュラに依存する。

ここでは式(2)の解析例として、FGM コピュラに基づく本提案モデルの並列システムの寿命分布を陽に導出する。 $V$ と $X_i$ が FGM コピュラに従う場合 ( $i = 1, \dots, n$ )、 $C_{i|V}(G(t)|v)$ は以下で与えられる。

$$C_{i|V}(G(t)|v) = G(t) \left( 1 + \theta_i (1 - G(t))(1 - 2v) \right), \quad (-1 \leq \theta_i \leq 1).$$

さらに、 $G(t) = 1 - \text{Exp}[-\lambda t]$ を仮定する(ただし、 $\lambda > 0$ )。このとき、以下の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_0^1 \prod_{i=1}^n C_{i|V}(G(t)|v) dv &= (1 - e^{-\lambda t})^n (1 \\ &+ \sum_{k=2}^n \frac{1 + (-1)^k}{2(k+1)} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \theta_{j_1} \dots \theta_{j_k} e^{-k\lambda t}). \end{aligned}$$

ただし、 $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ である。例えば、 $n = 2$ ならば次式が得られる。

$$\int_0^1 \prod_{i=1}^2 C_{i|V}(G(t)|v) dv = (1 - e^{-\lambda t})^2 \left( 1 + \frac{\theta_1 \theta_2}{3} e^{-2\lambda t} \right). \quad (3)$$

本提案モデルにおける、並列システムの寿命分布は以下で与えられる。

$$\Pr[T \leq t] = \int_0^1 \prod_{i=1}^n C_{i|V}(G(t)|v) dv. \quad (4)$$

式(3)より式(4)の右辺は陽に求まる。さらに、この並列システムの寿命時間の期待値は以下ようになる。

$$E[T] = \frac{1}{\lambda} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} - \sum_{k=2}^n \frac{(1 + (-1)^k)n! (k-1)!}{2(k+1)((k+n)!)} \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} \theta_{j_1} \dots \theta_{j_k} \right).$$

例えば、 $n = 2$ の場合は、

$$E[T] = \frac{3}{2\lambda} \left( 1 - \frac{\theta_1 \theta_2}{54} \right),$$

が成り立つ。従って、 $\theta_1$ と $\theta_2$ が同符号であるならば、コンポーネントが独立な場合(すなわち、 $\theta_1 = 0$ または $\theta_2 = 0$ )と比べて $E[T]$ が小さくなり、異符号ならば大きくなるのが分かる。

並列システムと同様の議論は、maximal signature を変更することで、実システムの解析上で重要な直列システムや他のネットワーク構造をもったシステムに対しても可能である。

### 3. おわりに

コロナ禍において、本国際会議はオンラインで開催された。オンラインでは、音質の問題や質問者の顔が見えにくいために、対面よりも質問が聞き取りにくく、筆者は質疑応答の時間にとっても緊張した。今回の受賞を励みに、今後ともシステムの信頼性評価技術の研究し、信頼性の高いシステム開発に役立ちたい。

最後に、本執筆の機会をくださった工学研究所の皆さまに心より御礼申し上げます。そして、本研究にご協力頂きました、受賞論文の共著者である木村光宏氏に感謝申し上げます。また、日頃より筆者の研究を応援してくださる石井信明教授に御礼申し上げます。

### 参考文献

- [1] S. Ota and M. Kimura, Factor copula modeling of coherent systems with dependent components, Proc. 9-th Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modeling (APARM 2020), 5 pages (Online, 2020. 8).
- [2] 太田修平, 木村光宏, ファクターコピュラを用いたシステムにおける従属故障のモデリングと信頼性評価の一考察, 電子情報通信学会技術研究報告(信学技報)信頼性, 120 (60), 7-12 (2020).
- [3] W. Q. Meeker and L. A. Escobar, Statistical methods for reliability data, John Wiley & Sons (1998).
- [4] J. McCool, Testing for dependency of failure times in life testing, Technometrics, 48 (1), 41-48 (2012).
- [5] H. Joe, Dependence modeling with copulas, Chapman & Hall (2014).
- [6] J. Navarro, J. M. Ruiz and C. J. Sandoval, Properties of coherent systems with dependent components, Commun. Stat. Theory Methods, 36 (1), 175-191 (2007).