

数学的な考え方を理解し表現するための指導法について

— 記述的な答案作成を意識した指導方法についての一考察 —

伊藤 真人

1. はじめに

新型コロナウイルス感染症の世界的な拡大が懸念されはじめた2020年3月、ある週刊誌の広告記事の巻頭特集で取り上げられている記事の標題「数学を捨てるな—入試でも仕事でも数学必須の時代—」（週刊AERA 2020.3/23 Vol.33 No.14）に目が止まった。

以前から経済学部や経営学部といったいわゆる文科系学部でも、高校の数学の学習が必要だとして入学試験科目に加えている大学も決して少なくない。そうしたことを意識せず、安易に文系、理系という区分により、数学が苦手であるがゆえに「数学を捨てる」と大学選びやその後の進路選択を狭めることになりかねないことを生徒や保護者に対して数学の学習の意義を言い続けて授業をしてきたのだが、すでに心を決めたという生徒の多くは、そのことを実感することができなかったのかもしれない。

一般週刊誌の巻頭特集で取り上げられているくらいだから、文系には数学はいらない、という迷信のようなものがまだまだ払拭できていないのだろう。

学校週5日制が導入されて以後、公立小・中学校、高校で土曜日が休業となってから、児童、生徒の学習内容や時間数は全体として軽減された一時期があったが、国際化、情報化という現代にあって、国際競争力の向上を念頭に世界で活躍できる人材を育成しようと、教育観、学力観の転換や学習内容の多様化も含め、学習指導要領の改訂は行われてきている。しかし、学校教育の現場では、改訂の度に具体的な対応に戸惑いも少なくない。

先の週刊誌の巻頭特集も、データサイエンスとAIの波が大学入試にも仕事にも押し寄せてきている、と記している。時代が変わっている、と訴えると同時に、高校生の進路指導についてもこうした変容を意識した指導が必要であるということを、伝えようとしていると感じられる。

大学受験に向かう意識づくりは、受験生本人というより、その周囲の大人の意識の変容が求められているのではないかと、数学の授業を担当するものとして以前から感じていたが、特集記事を掲載しているこうした一般週刊誌を見ると、文・理コースの選択に際し生

徒への大人のアドバイスが大きく影響しているのではないかということを、改めて強く感じる事となった。

2. 「数学Ⅰ」の第1学期期末試験の解答状況から

新型コロナウイルス感染症の感染拡大を防ぐために2020年の3月始めから全国の小中学校、高校に休校要請が出され、4月の新年度当初も年度末に引き続き、そのまま児童、生徒は登校できない状況が続いた。

2020年度から私が勤務している高校では4月半ばから休校中の生徒の学習を保障するためにオンラインでの授業を始めることとし、大型連休を挟み、実質的に6月半ばまで2ヶ月弱の期間、一コマを30分間とし一日数コマの時間割を組んで実施した。数学科は教科書の単元に沿って教員が作成した動画教材を、生徒が自宅で視聴し学習する形とした。

6月下旬からの順次分散登校を経て、7月からはクラス全員での教室における対面授業を始めることとし、オンライン授業期間中の単元の学習状況を確認するために、登校開始直後の6月半ばに1学期の中間試験を実施した。

私は連携中学校から進学した高校1年生の数学Ⅰの授業を担当しているが、教科主任から、前年度の中学3年生2学期末までに中学校の学習範囲を終え、3学期に先行的に高校の数学Ⅰの単元の「数と式」及び「2次関数（平方完成）」まで取組んであり、高校入学後のオンライン授業で「2次関数（最大・最小）」は既習であると聞いていた。それを前提とし、対面授業開始後の学習内容は「2次方程式、2次不等式」から始め、7月末の1学期末の期末試験は「2次方程式、2次不等式」及び「三角比、鈍角の三角比、正弦定理」を試験範囲として実施した。

対面授業開始後の授業中の生徒の表情から、オンライン授業時に学習したはずの単元内容の理解が不十分なのではないか、と感じることが多く、特に、数学を苦手とする生徒の理解度を把握したいと考え、1学期の期末試験において、中学校で学習した2次式についての基本的な理解も含め、2次方程式、2次不等式の用語や概念の理解についての設問を用意し、その解答状況を把握することとした。ちなみにこの数学Ⅰの期末試験の対象生徒は高校1年生135名で、中高連携校である連携中学校から進学した生徒である。

この期末試験の中で、100点満点中の4点を配点として、次のような設問をたてた。

【1】問題文と、問題の式と、問題の解答とを、それぞれバラバラにしてある。「問題文」にちょうど合う「問題の式」及び「問題の解答」を、下のそれぞれの群の中からひとつずつ選び、下の表の空欄にその記号を適切に記入しなさい。 （4点）

問題文	問題の式	問題の解答
1. 次の式を因数分解せよ。		
2. 次の式を展開せよ。		
3. 次の2次方程式を解け。		
4. 次の2次不等式を解け。		
5. 次の2次関数のグラフの頂点の座標を求めよ。		
6. 次の2次関数の定義域に注意して最大値の値を求めよ。		

[問題文の式] の群

ア. $y = x^2 - 4x + 3$

イ. $x^2 - 4x + 3 < 0$

ウ. $(x - 1)(x - 3)$

エ. $x^2 - 4x + 3$

オ. $y = x^2 - 4x + 3$ ($0 \leq x \leq 3$)

カ. $x^2 - 4x + 3 = 0$

[問題の解答] の群

① $(x - 1)(x - 3)$

② $x^2 - 4x + 3$

③ $(2, -1)$

④ $x = 1, 3$

⑤ $1 < x < 3$

⑥ $y = 3$

(20年ほど前に書かれた私家版「高校数学の視点 下巻—《数学的思考法》を学ぶために—：森戸努著(元高校教員)」の中の、大阪高等学校数学教育会・指導法委員会の研究報告を参考として書かれた記載をもとに、今回、生徒の基本的事項の理解の状況について把握する趣旨で、一部加工し出題した。)

完全正答のみ得点を与えるとしたが、完全正答であった生徒は135名中43名(31.9%)であった。他の単元分野の問題とのバランスから生徒の負担にならないように考慮したが、当該問題を完全正答として得点した生徒は、残念ながら決して多くはなかった。

これらのことに加え、気になることもある。

数学の学習においては、文字を含む数式や記号にアルファベットを使うことが多い。最近英語科でアルファベットの筆記体を学習しないようだが、アルファベットの大文字と小文字の区別も怪しい生徒もいるようだ。数学でアルファベットの小文字を文字式の未知数や定数として表記する場合、例えばQの小文字qを、数字の9と区別するために筆記体で書き表すことが多い。ところが、これがGの小文字gの筆記体と区別できない書き方をしている生徒がいたのには驚いた。

こうしたことをどのように受け止めればいいのか。

基本的な用語や概念をきちんと区別して捉え理解する力が育っていないのではないか。生活や学習を通して経験的にも言葉や形などの違いを意識することが少ないのではないのか。複数のものを比較してその違いを峻別するなどの学習経験が身につけていないのではないのか。穴埋め補足的な記憶の有無により、正解、不正解とするだけの学習経験が根底にあるのではないのか。

今回の設問についての詳細な分析は、新型コロナウイルス感染症対応によるオンライン授業のために、生徒の学習状況等その都度十分にフォローできなかった事情があるとしても、当該単元の基本的事項についてきちんと理解できていないのではないのか、という課題意識である。

正答を、問題文、問題の式、問題の解答の順で記すと、以下のようになる。

1. 次の式を因数分解せよ。	エ. $x^2 - 4x + 3$	① $(x - 1)(x - 3)$
2. 次の式を展開せよ。	ウ. $(x - 1)(x - 3)$	② $x^2 - 4x + 3$
3. 次の2次方程式を解け。	カ. $x^2 - 4x + 3 = 0$	④ $x = 1, 3$
4. 次の2次不等式を解け。	イ. $x^2 - 4x + 3 < 0$	⑤ $1 < x < 3$
5. 次の2次関数のグラフの頂点の座標を求めよ。	ア. $y = x^2 - 4x + 3$	③ $(2, -1)$
6. 次の2次関数の定義域に注意して最大値の値を求めよ。	オ. $y = x^2 - 4x + 3 (0 \leq x \leq 3)$	⑥ $y = 3$

なお、この設問のうち、問題文の1, 2, 3は、中学校3年生の数学で学習する「式の展開と因数分解」「因数分解して解くことのできる2次方程式」である。問題文の4, 5, 6は、数学Ⅰの「2次関数のグラフと2次方程式、2次不等式」の学習の基本的事項である。

数学Ⅰに配置されている「2次関数」「2次方程式、2次不等式」は、その後、順次、数学Ⅱ、数学Ⅲで学習することになる単元の「三角関数」「指数関数、対数関数」や「微分、積分」の学習に繋がる単元であり、用語も含め「方程式、不等式を解く」という基本的、基礎的概念を理解し解法について学んでおくことは必要なことである。

中堅校の高校1年生として、数学が苦手である、と自覚する生徒がいることをそのまま受け止めるとしても、数学が苦手な、その後、文系に進むつもりであるから、できなくてもしかたない、と生徒本人が考えてしまうようになることは、決していいことだとは思えないのだが、どうであろうか。

教員も、かつて自分自身が中学生や高校生として数学を学んできている。多くの場合、

自分がどのように学校の授業で習ってきたのか、学んできたのかをなぞらえて授業をしているのではないか。やや極論的に表現すると、教わってきたように授業をする、ということになってはいるのではないかと感じている。進学するコースや受験に向けて、答が出ればいい、と問題演習をこなしてきた、ということになってはいないだろうか。

文系だから数学はこの程度でもいい、理系を希望するのならこのくらいの難しい問題は解けないといけない、ということは大学受験を想定して、よく言われがちであるとしても、中学校、高校における数学の学習の意義を、文・理コース分けの判断材料のように受け止められることは、数学の教員として非常に残念なことである。

教員も含め、生徒の周囲にいる大人が、意識せずとも、生徒自身がこのような受け止めをするような影響を与えているのではないかと、ということを考えてみる必要があるのではないだろうか。

3. 生徒の答案の解答から

生徒がどのように理解しているか、日頃の学習状況から把握することは非常に大切なことであるが、一般的な数学の授業の場合、教室での全体授業においては、単元毎に教員が、まず、教科書にある用語や定義の説明から始め、次に例題を中心に問題の解法を説明するという手順で行うことが多い。

最近では、教科書の記載に準拠した学習ノートやワークブックを教科書出版社が作成し、それらを活用して授業をしている学校も少なくない。使用教科書の記述の補足説明など丁寧に作成されていることもあり、教員としても自作で教材を作成する労力と時間が助かるという一面もある。これらの学習ノートやワークブックは、単元毎に基本的な用語や概念の説明を、穴埋め的に生徒に記載させる形態をとっているものが多い。例えば、人物や事柄の名称、年号などを空欄に記載させるようなことを思い出してもらえるとよい。

このようなことは、数学においても同様であり、例えば、2次方程式の「判別式」という用語及びその式としての「 $D = b^2 - 4ac$ 」を、空欄を埋めさせるような作り方がされている。さらに、教科書の例題の直下の問題（例題に似た基本的問題）を、学習ノートで取組ませるために、解法の流れの大半を記載し、ところどころを空欄として、数や式を埋めさせる形式としている。

これらの学習ノートやワークブックのスタイルは、市販されている学習参考書や問題集にも同じ形式のものが見られ、生徒の自習用として教育系出版社から数多く出版されている。他の教科、科目と同様に数学も、受験対策用も含め、日頃の学習の助けとして、手取り足取り、非常に丁寧に作成されている。カラー刷りやイラスト、マンガによる説明は、

近ごろでは当たり前になっている。

このことの是非を、問うつもりはない。生徒にとって学習しやすく、理解が進むということが大切である。

ここで考えるべきは、生徒個々がどのような理解しているのか、ということである。

そのことを確認する方法として、生徒自身でも解答との答え合わせをすることによって可能であるが、その答え合わせが、問題を解き、解答の最終形である「数値」や「式」の合致の可否により、合っている、合っていない、という判断に傾きがちである。

教員としては、生徒の学習の状況や理解の深度を把握するために、テストを活用することは通常行っている。問題を作成し、生徒の解答状況から把握するのだが、とすると、配点に基づき解答の正誤による得点で生徒の学習を評価する、ということになりがちである。生徒の答案の書きぶりが生徒の学習状況を如実に表現しており、そこから読み取れることがあるのだが、多くの答案を採点する際、毎回毎回、全て細かく添削することは、かなり手間のいることである。

今回の期末試験から、生徒の答案を一部再現してみると、以下のようなものがあつた。

<p>【2】 次の2次方程式, 不等式を解きなさい。</p> <p>(2) $x^2 - 8x + 8 < 0$</p> <p style="margin-left: 40px;"> $D = 64 - 4 \times 1 \times 8$ $= 32$ すべての実数 </p>	<p>【3】 2次方程式 $x^2 - kx - k + 3 = 0$ が実数の解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。 (5点)</p> <p>(3点)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> $k^2 - 4k - 12 \geq 0$ $(k+2)(k-6) \geq 0$ $\begin{matrix} -2 & 6 \end{matrix}$ $k \leq -2, 6 \leq k$ </div> <div style="width: 45%;"> $D > 0$ $D = 0$ $\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & -6 \end{matrix}$ </div> </div>
---	--

この例の、左の【2】(2)の解答は、2次不等式を解くということが理解できておらず、不等式から、2次方程式の解を判別することと混同している。

右の【3】では、2次方程式の判別式 $D = b^2 - 4ac$ の符号により、与えられた2次方程式の解の判別ができることはわかっているようだが、判別式の $D = b^2 - 4ac$ の式変形が正しくできていないため、正解にはたどりつけていない。

<p>【2】 次の2次方程式, 不等式を解きなさい。</p> <p>(1) $6x^2 - x - 15 = 0$</p> <p style="margin-left: 40px;"> $(2x+3)(3x-5)$ $x = -\frac{3}{2}, \frac{5}{3}$ </p>	<p>(3点) (2) $x^2 - 8x + 8 < 0$ (3点)</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> $= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 32}}{2}$ $= \frac{8 \pm \sqrt{32}}{2}$ $= \frac{4 \pm \sqrt{2}}{2}$ </div> <div style="flex: 1; text-align: center;"> <p>$x < 4 + 2\sqrt{2}, 4 - 2\sqrt{2} < x$</p> </div> </div>
--	--

【3】2次方程式 $x^2 - kx - k + 3 = 0$ が実数の解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。(5点)

$$\begin{aligned} D \geq 0 \\ k^2 - 4(-k+3) & (k+6)(k-2) \geq 0 \\ = k^2 + 4k - 12 & k = -6, 2 \\ k^2 + 4k - 12 \geq 0 & A. k \leq -6, k \geq 2 \end{aligned}$$

こちらの例の場合は、正解に近づいてはいるが、必ずしもきちんとした解答となっており、もう少し丁寧な書き方を期待したいものである。

【2】(1) の2次方程式を解くという問に対して、左辺を因数分解できるので、それにより解を求めているが、与えられた2次方程式の同値変形としては、
左辺 = 0、すなわち、 $(2x+3)(3x-5) = 0$ と正しく記載することが望まれる。

【2】(2) の2次不等式の解答では、左辺が因数分解できないため、まず、2次方程式 $x^2 - 8x + 8 = 0$ とし解の公式により解いているが、それが明記されず、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解としては、解の公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

により、「 $x = \dots$ 」と書き表すべきであるのに、与えられた2次不等式の左辺をそのまま等号「 $=$ 」で結び、その後、式変形をしてしまっている。実はこういう解答が意外に多い。最後の数値のみを答えさせる空欄補充という形式の弊害だと感じている。

さらに2次方程式を解いて求めた2つの値を用いて、2次関数のグラフを想定して、2次不等式を解こうとしている。 x 軸上に表現した2つの値の大小関係をそのまま保持し、 $4 - 2\sqrt{2} < x < 4 + 2\sqrt{2}$ とすればいいところを書き誤っている。うっかりミスというより、パターンで覚えていて記載したようである。

【3】の解は、解法としてはほぼ正解に近いが、もう少し丁寧な解として書くことが望ましい。すなわち、いきなり $D \geq 0$ とし、その後の式変形は間違っていないが、「元の2次方程式が実数の解をもつように定数 k の値の範囲を求める」ことの根拠となる文言を書き示し、式変形の流れも丁寧に書き示すことが望ましい。

学校の定期テストとして試験範囲を設定して出題するため、学習した単元の内容で使われている表現を生徒は当たり前として解答に書き示さず、教員もそれでよし、としているからなのだろう。だが、それでよし、とするのではなく、用語や内容をきちんと理解し、適切な式変形のもと解答を導き答案として表現することは、考える過程を自覚することであり、重要なことだと生徒に理解させる必要があると私は考えている。

上記【3】の問に対しては、例えば、次のように記述した解答を生徒に求めたい。

【3】2次方程式 $x^2 - kx - k + 3 = 0$ が実数の解をもつような定数 k の値の範囲を求めなさい。

(解)

2次方程式 $x^2 - kx - k + 3 = 0 \cdots \textcircled{1}$ が実数の解をもつためには、

判別式 $D = b^2 - 4ac$ について、 $D \geq 0$ であればよい。

①の判別式を計算して、

$$D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k + 3)$$

$$= k^2 + 4k - 12$$

$$= (k + 6)(k - 2) \geq 0$$

よって、求める k の範囲は、 (答) $k \leq -6, 2 \leq k$

理解の速い生徒にとっては抵抗なくできるだろうが、基礎的なことの定着が十分でない生徒にそこまで求めなくてもよいのではないか、という現実的な判断をする教員もいることだろう。問題が解ければいいのだ、文言による記述を求めなくてもいいではないか、ということだろうと思う。しかし、それでは、問題が解けた、答えが合っていた、間違っていた、と一喜一憂することとなりかねず、考える過程を飛ばし結果だけを求める、という学習習慣となってしまうだろうと、生徒の様子を見ていて感じる。このように考え方の説明をすることを安易に扱っていると、筋道立てて考えるという数学の考え方のよさを身に付けることができないことになりかねない、と感じる。

普段から自覚的に考え方を書き示す学習をしていないと、学校の定期試験以外の学力検査等において、手順を追って解答するような問題に対して解き方がわからないとなり、「無回答」という白紙状況の答案となってしまうのだろう。

生徒には、単元の学習に復習を心がけ、教科書の例や例題の説明、解説の真似をして、そのあとの問を解いてみることで、問題集などに向かうときにも解答集に書かれた説明やよい解答の記述を真似することを心がけ、自分でもそうした記述のように答案を書こうとする習慣をつけることが大切なことであると繰り返し伝えているのだが、基礎的な理解の十分でない生徒ほど、このことが伝わりにくいのが残念である。

4. 学習指導要領解説の中学校数学編、高等学校数学編から

平成29年(2017年)告示の中学校学習指導要領解説数学編によると、中学校における数学科の目標を、(1) 知識及び技能、(2) 思考力、判断力、表現力等、(3) 学びに向かう力、人間力等、の三つの柱に基づいて示すとともに、それら数学的に考える資質・能力全体を

「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して」育成することを目指すことを示し、引き続き「数学的な見方・考え方を働かせ」について、以下のように記されている。

「数学的な見方・考え方」のうち、「数学的な見方」は、「事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えること」であると考えられる。また、「数学的な考え方」は、「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連付けながら、総合的・発展的に考えること」であると考えられる。以上のことから、「数学的な見方・考え方」は、「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」として整理することができる。

「数学的な見方・考え方」は、数学的に考える資質・能力を支え、方向付けるものであり、数学の学習が創造的に行われるために欠かせないものである。

平成30年(2018年)告示の高等学校学習指導要領数学編理数編によると、数学的な見方、考え方について、数学科の目標では、次のように記載されている。

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し総合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- (3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

「2次方程式」に関する単元は「数と式」の単元を基礎とし、中学校、高校の数学科の学習の中でも、数学的な見方や考え方を学び、その後の数学の学習の基礎となる内容を多く含んでいる。

中学校学習指導要領数学編では、第3章第3節の、第3学年の内容のA 数と式のうち、二次方程式について、以下のように記されている。

- (3) 二次方程式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 二次方程式の必要性和意味及びその解の意味を理解すること。

(イ) 因数分解したり平方の形に変形したりして二次方程式を解くこと。

(ウ) 解の公式を知り、それを用いて二次方程式を解くこと。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 因数分解や平方根の考えを基にして、二次方程式を解く方法を考察し表現すること。

(イ) 二次方程式を具体的な場面で活用すること。

中学校での学習を踏まえ、高校における2次関数の学習について、高等学校学習指導要領解説数学編理数編で「数学Ⅰ」の内容と内容の取扱いに、記載されている。

(3) 二次関数

二次関数について、数学的活動を通して、その有用性を認識するとともに、次の事項を身に付けることができるよう指導すること。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 二次関数の値の変化やグラフの特徴について理解すること。

(イ) 二次関数の最大値や最小値を求めること。

(ウ) 二次方程式の解と二次関数のグラフとの関係について理解すること。また、二次不等式の解と二次関数のグラフとの関係について理解し、二次関数のグラフを用いて二次不等式の解を求めること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 二次関数の式とグラフとの関係について、コンピュータなどの情報機器を用いてグラフをかくなどして多面的に考察すること。

(イ) 二つの数量の関係に着目して、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察すること。

これらの目標や内容について、学校で使用する教科書は非常によく工夫されており、適切に作成されているが、教員の指導法と生徒の学習が、これらの学習指導要領に記されていることをしっかり受け止めているか、改めて意義を検討してみる必要があるのではないだろうか。

学校の授業における学習過程で、どのような考え方に基づいてこの単元の学習を自覚的に生徒が取り組んでいるか、という点では、汎用的な能力の育成を重視するということ

意識し、それぞれの教科・科目で「知識・技能の取得」「思考力・判断力・表現力の育成」「学びに向かう意欲」を、具体的な授業の場面を通じて育成する必要がある。数学が苦手だからという視点だけで文系・理系と分けるような判断につながらないように、思考過程を自覚的に学習し、それを表現する術として、日頃の授業中から体现する指導方法が求められる。

大学受験に向けた受験勉強を始めてから、文章問題に対してきちんと文言で表現をする答案作成を始めようとしても、それまでに基礎的・基本的な概念の理解や技術としての式変形などが粗いままだと、いわゆる雑な答案となったり、論理展開を表現できないために採点者側に何を考えて解答しているのかが、まったく伝わらないものになってしまう。

「答案は手紙である」と言っても過言ではない。生徒には採点者への「ラブ・レターである」とでも表現したくらいである。相手に伝わらなければ評価してもらえない、ということを、生徒自身が普段から自覚的に学習することで、自分の理解度の確認ができることになる。

5. 大学入学共通テストの記述式問題のためにも

高等学校と大学との接続の課題については、高校生の学力実態を調査し高等学校教育の改善に繋げることをねらいとして様々な検討が重ねられてきた。

そのうちの大学入学共通テストについては、学習指導要領で定めた学力観に基づく高等学校までの学校教育の在り方を、大学入学に必要と求められる資質・能力が身につけているのかを具体的に入学試験の段階で判定する、と高校現場や生徒が受け止めることが重要である。

高校における数学の教科指導においても、記号選択方式の解答処理に適したマークシート方式に加え、記述式問題が出題されることを想定し、生徒の数学の理解とそれを答案としてきちんと表現できるようにすることが求められることになるが、それは単に数学という一教科だけのことでなく、「主体的・対話的な深い学び」により、そうした資質・能力を充実させることが求められている、と受け止める必要がある。

「大学入学共通テスト実施方針」では次のように記載されている。(一部抜粋)

(目的) 共通テストは、大学入学希望者を対象に、高等学校段階における基礎的な学習の達成度を判定し、大学教育を受けるために必要な能力について把握することを目的とする。このため、各教科・科目の特質に応じ、知識・技能を十分有しているかの評価も行いつつ、思考力・判断力・表現力を中心に評価を行うものとする。

(出題教科・科目等) 「国語」, 「数学Ⅰ」, 「数学Ⅰ・A」については, マークシート式問題に加え, 記述式問題を出題する。

(記述式問題の実施方法等)

(2) 数学

①出題の範囲

記述式問題の出題科目は, 「数学Ⅰ」「数学Ⅰ・数学A」とし, 出題範囲は「数学Ⅰ」の内容とする。

②評価すべき能力・問題類型等

図表やグラフ・文章などを用いて考えたことを数式などで表したり, 問題解決方略などを正しく書き表したりする力などを評価する。

特に, 「数学を活用した問題解決に向けて構想・見通しを立てること」に関わる能力の評価を重視する。

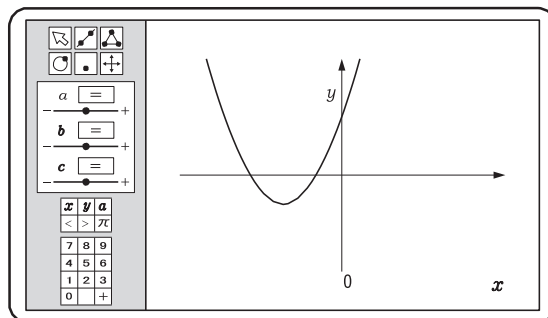
ちなみに, 平成29年(2017年)に行われた試行調査(プレテスト)の数学Ⅰ・数学Aの問題として, 次のように2次関数のグラフに関する出題がされている。(一部抜粋)

第1問(必答問題)

(1) 数学の授業で, 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ についてコンピュータのグラフ表示ソフトを用いて考察している。

このソフトでは, 図1の画面上の A , B , C にそれぞれ係数 a , b , c の値を入力すると, その値に応じたグラフが表示される。さらに, A , B , C それぞれの下にある ● を左に動かすと係数の値が減少し, 右に動かすと係数の値が増加するようになっており, 値の変化に応じて2次関数のグラフが座標平面上を動く仕組みになっている。

図1

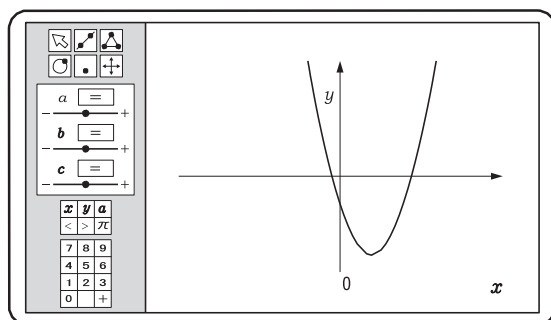


(略)

(4) 最初の a, b, c の値を変更して、下の図2のようなグラフを表示させた。このとき、 a, c の値をこのまま変えずに、 b の値だけを変化させても、頂点は第1象限および第2象限に移動しなかった。

その理由を、頂点の y 座標についての不等式を用いて説明せよ。解答は、解答欄(あ)に記述せよ。

図2



記述式の問題であり、2次関数のグラフをそれぞれの係数の変化に応じてグラフの頂点の位置がどのようになるかについて、論理的に説明することを求めている。日頃から、きちんと考え方を整理した記述を心がけていることを評価しようという趣旨である。

「数学はプロセスを重視する学問。時間をかけて問題に取り組み、とことん考え抜いたときに、山に登ったような達成感があります。それが数学の面白さ。答えの当て方を覚えさせるだけでは、数学嫌いの問題は解決しません。」(芳沢光雄桜美林大学教授, 週間AERA (2020. 3 / 23 Vol.33 No.14))

こうした指摘は、長年、数学教育について心ある先輩数学者が繰り返し語られてきている。改めてこれらの指摘から学び、初等中等教育の現場における数学の授業について心して考えていきたい。

【参考文献】

- ・週刊AERA：2020.3/23 Vol.33 No.14：朝日新聞社（2020年3月）
- ・高校数学の視点 下巻―《数学的思考法》を学ぶために―：森戸努著（1999年3月）
- ・中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編：文部科学省（平成29年7月）
- ・高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説 数学編 理数編：文部科学省（平成30年3月）
- ・大学入学共通テスト実施方針：文部科学省（平成29年7月）
- ・大学入学共通テスト平成29年度試行調査_問題：大学入試センター（平成29年11月実施）
- ・数学で何を学ぶか：森毅著，講談社現代新書（昭和46年10月）
- ・数学受験術指南：森毅著，中公新書（昭和56年3月）
- ・誰が数学嫌いにしたのか―教育の再生を求めて―：上野健爾著，日本評論社（2001年4月）
- ・数学力をどうつけるか：戸瀬信之，ちくま新書（2004年9月）
- ・数学的思考法―説明力を鍛えるヒント―：芳沢光雄，講談社現代新書（2005年4月）
- ・数学の勉強法をはじめからていねいに：志田晶責任監修，東進ブックス（2013年10月）
- ・苦手でもあきらめない数学：和田秀樹著，瀬谷出版（2014年7月）
- ・総合的研究記述式答案の書き方―数学Ⅰ・A・Ⅱ・B：崎山理史，松野陽一郎著，旺文社（2018年9月）