

■原 著■

二層二重スリットでの量子干渉思考実験

行方幸希¹ 木村 敬^{1,2}

Theory of Bilayer Double-Slit Experiment for Quantum Coherence

Saki Namekata¹ and Takashi Kimura^{1,2}

¹ Department of Physics and Mathematics, Faculty of Science, Kanagawa University, Hiratsuka city, Kanagawa 259-1293, Japan

² To whom correspondence should be addressed. E-mail: tkimura@kanagawa-u.ac.jp

Abstract: Herein, we used an ideal measurement to extend a single-layer double-slit gedanken experiment to a bilayer type, with the assumption that an ideal detector is used in the place of every slit; this detector detects a passing quantum with a certain probability. Similar to the single-layer case, we found that when the detector at the slit in front of the film always detects a passing quantum, the interference fringe caused by the quantum coherence on the film disappears. Moreover, a detector at the slit that is not from the film causes the replacement of the maximum interference fringe with the minimum, when the experimental parameters fulfill a certain conditions.

Keywords: quantum mechanics, quantum coherence, ideal measurement, bilayer double-slit experiment

序論

量子力学の観測問題の例題として、最も著名ものの一つが二重スリットを通過する量子力学に従うミクロの粒子（量子）の干渉である。図1のように、左側の粒子源から放出される量子が2つあるスリットを経て右側のフィルムに衝突するという実験を考えよう。

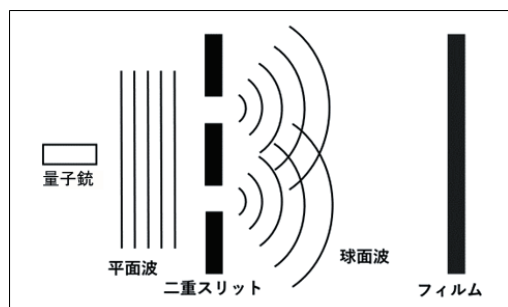


図1. 電子の二重スリット実験の模式図。左端の電子銃から放たれた電子は二重スリットを通過した後、球面波として伝搬し、右端のフィルム上に痕跡を残す。

量子は光子、電子、原子などミクロなスケールのものであるようなものでもよいが、互いに影響を与えないように1個ずつ、十分時間をおいて粒子源から放射されるとする。量子が最終的にフィルムに

到達したとき、フィルム上には量子の痕跡の点が残るとしよう。量子が粒子源からフィルムに至るまでの途中で、「量子は粒子である以上、上のスリットか下のスリットをいずれか一方を通る」というのが常識的な考え方だ。ところがこの実験を繰り返していくと、フィルム上には量子の痕跡の点の集合として徐々に縞模様が現れる。そしてその縞模様は、波としての光の干渉を表す Young の実験と同じ縞模様で、その間隔も Young の実験の場合と全く同様に、「上下2つのフィルムを通った」古典的な2つの波の干渉の問題として計算されたものと一致する。これは量子が粒子性と波動性の両方の性質を合わせ持つことの現れである。この量子の粒子と波の二重性は、理論的な予言に留まらず、光子¹⁾、電子²⁾、原子³⁾において実験で確認された。

図2は、日立基礎研究所で行われた有名な1電子干渉実験²⁾でのフィルム上の電子の痕跡である。左上、右上、左下、右下の順に 10 、 2×10^2 、 6×10^3 、 1.4×10^4 と電子数が増えるに従い、徐々に干渉縞が現れて来る。一方、浜松フotonクスによる光子干渉の実験¹⁾による電子と同様の結果は、Young の実験の干渉縞とは「一光子の実験をマクロな数の光子に

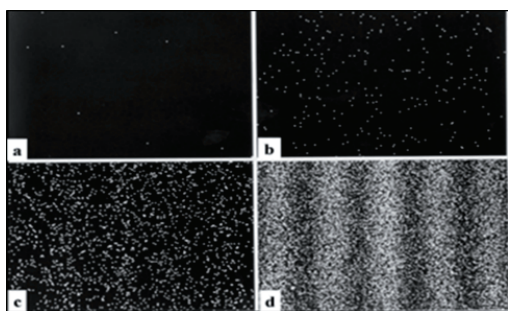


図2. 外村ら²⁾による電子の二重スリット実験の結果. 白点はフィルム上の痕跡点である. 白点の個数は左上, 右上, 左下, 右下の順に 10 , 2×10^2 , 6×10^3 , 1.4×10^4 である. (図は, 日立研究開発グループホームページ <http://www.hitachi.co.jp/rd/portal/highlight/auantum/doubleslit/index.html> より許可を得て転載.)

対して同時に行って集計したもの」であったことを意味している。その後、同様な干渉縞が C_{60} 分子⁴⁾ のような大分子、更には分子量が1万を超える巨大分子⁵⁾ に至るまで観測されており、どの程度のスケールまで量子力学による予想が成り立つのか興味を持たれている。

さて、スリットを1つだけにしたらどうなるだろうか。この場合、量子力学が教えるところであり実験でも確認されていることだが、もはや干渉縞は生じない。この事実を元に二重スリットの実験に話を戻すと、二重スリットの場合は、量子は「自分自身と干渉した」ということになる。即ち1個の量子が、「上下2つのスリットを両方とも通った」のである。我々の日常的な感覚からは非常識に思えるが、そのように理解する他はない^{6,7)}。

それでは二重スリットがある場合、量子は常に両方のスリットを通るのだろうか？答えはNoである。もし、両方のスリットの場所に量子の検知器を置けるとしよう。その検知器は量子を吸収せず、近くを量子が通ったことだけを検知する理想的な非破壊測定装置であるとする。このとき、仮に上のスリットに設置された検知器が反応したとすると、量子が上のスリットを通り、下のスリットは通っていないことが確定する。従って、もう波は上のスリットを通る一つしかなく干渉縞は生じない。観測によって、下のスリットを通る波が消滅するのである。なお、「通過スリットの特定による干渉縞の消失は位置測定の反作用によって粒子の運動量が乱されることで説明出来る」という、射影演算子に頼らない立場⁸⁾においても、「粒子の通過スリットを確認すれば干渉縞が消える」という結論自体は変わらない。

このような二重スリットの干渉及びその経路観測による消滅を最も簡潔に式の上で記述するのが、次章で詳しく説明する理想測定の理論による先行研究⁹⁾

である。本稿ではこの先行研究をもとに、二重スリットを二層にした系の干渉問題についての我々の試論を紹介する。我々の計算結果は、フィルム直前の二重スリット上での測定が干渉の有無を決めるという自然な予想を確認するとともに、一層目の二重スリットでの経路観測によって、フィルム上での量子密度の極大、極小が入れ替わるという興味深い結果が示すものになっている。将来的に先行研究の実験が実現されれば、二層に拡張することも可能であると予想され、量子力学の観測問題において、一つの検討の舞台となる可能性もある。

本稿では、以下のような構成を採る。「方法」の「理想測定の理論」において、上述の理想的な非破壊測定装置（以下これを「検出器」と呼ぶ。）を含む系の二重スリットの干渉問題の定式化に関する先行研究⁹⁾を紹介する。「二層二重スリットの理論」では、二重スリットを二層にする我々の拡張理論を説明する。「結果と討論」では、「二層二重スリットの理論」で解説された理論式に基づいて、具体的な計算結果をグラフで表し、それらの物理的解釈を説明する。

方法 理想測定の理論

図3のように量子の二重スリット実験において、上(下)のスリットに検出器 D_+ (D_-) を設置する。なお、簡単のため本稿では実験系が平面上にあるとし、スリットを実際の系での立体上の線ではなく平面上の点のように扱うことにする。

まず、量子の波動関数を

$$|\psi\rangle = |\psi_+\rangle + |\psi_-\rangle \quad (1)$$

と表す。ここで $|\psi_+\rangle$ ($|\psi_-\rangle$) は、上(下)のスリットを通る量子の波動関数である。ここで、上下のスリットには同位相の量子波が入射するとしている。

量子が D_+ (D_-) を通過すると、量子検出の結果として検出器の状態が $|D_\pm\rangle$ から $|D'_\pm\rangle$ に変化するとしよう。量子と検出器両方を合わせた系全体の状態は、

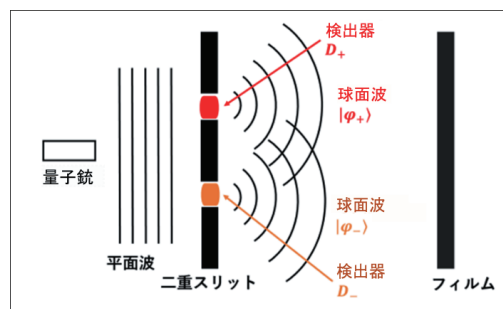


図3. 量子検出器を設置した量子の二重スリット実験の仮想図. 上下のスリットにそれぞれ検出器 D_+ と D_- が設置されている。

スリット通過前の

$$|\Psi\rangle = (|\psi_+\rangle + |\psi_-\rangle) \otimes |D_+ D_-\rangle \quad (2)$$

から、通過後には

$$|\Psi'\rangle = |\psi_+\rangle \otimes |D'_+ D_-\rangle + |\psi_-\rangle \otimes |D_+ D'_-\rangle \quad (3)$$

と変化することになる。なおこの時点で、系全体の初期状態を量子の状態と検出器の状態の直積で表せるという暗黙の仮定を行っている。(この仮定は「シュレーディンガーの猫」のパラドックスが議論される際にも、しばしば暗黙のうちになされている。) 系全体の密度行列は

$$\rho_s = |\Psi'\rangle\langle\Psi'| \quad (4)$$

である。ここで、検出器の取り得る状態について対角和 (trace) をとることで、量子系の密度行列を抜き出すことが出来る。

$$\begin{aligned} \rho &\equiv \text{Tr}_D \rho_s \\ &= \langle D'_+ D_- | \rho_s | D'_+ D_- \rangle + \langle D_+ D'_- | \rho_s | D_+ D'_- \rangle \\ &= |\psi_+\rangle\langle\psi_+| + |\psi_-\rangle\langle\psi_-|. \end{aligned} \quad (5)$$

上または下の検出器が反応したときの量子系の密度行列がそれぞれ $\langle D'_+ D_- | \rho_s | D'_+ D_- \rangle$ と $\langle D_+ D'_- | \rho_s | D_+ D'_- \rangle$ と与えられ、その和が検出器の反応の統計平均としての量子系のみの密度行列を与えるのである。この操作によって、量子状態は密度行列が単一の波動関数で表される純粋状態 (式 (1)) から混合状態 5 へと移った。検出器の状態についての対角和をとる作用が通ったスリットを、(その上下のいずれかは別として) 確定させる射影演算子の演算と等価なためである。フィルム上の座標 x (図 4) での波動関数はそれぞれのスリットから球面波として伝わり、

$$\langle x | \psi_{\pm} \rangle \propto \frac{\exp[ikL_{\pm}(x)]}{L_{\pm}(x)} \quad (6)$$

と与えられる。ここで $k=2\pi/\lambda$ (λ は de Broglie 波長)

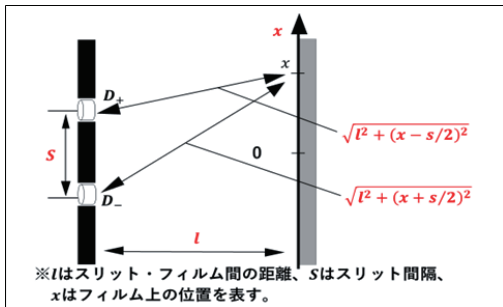


図 4. 二重スリットの配置図。 l はスリットとフィルムの間の距離、 s はスリット間の距離、 x はフィルム上の座標を表している。

は量子の波数であり、 $L_{\pm}(x) \equiv \sqrt{l^2 + (x \mp s/2)^2}$ は上

(-) 下 (+) のスリットからフィルム上の座標 x までの距離を表す。これらより、フィルム上での量子密度

$$\langle x | \rho | x \rangle \propto \frac{1}{L_+^2(x)} + \frac{1}{L_-^2(x)} \quad (7)$$

が得られる。予想されたように、検出器のおかげで干渉縞を与える振動項は現れない。

それでは、干渉縞を復活させるにはどうすればよいであろうか。そのために、スリットを量子が通ったときの検出器の検出確率を導入しよう。検出器を置いて量子を検出しなければ、検出器がない場合と同じになるという仕組みである。具体的には、全系の波動関数を

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\psi_+\rangle \otimes (\alpha'_1 |D'_+ D_-\rangle + \alpha_1 |D_+ D_-\rangle) \\ &\quad + |\psi_-\rangle \otimes (\alpha'_2 |D_+ D'_-\rangle + \alpha_2 |D_+ D_-\rangle) \end{aligned} \quad (8)$$

とすれば、上 (下) 側の検出器の検出確率が $|\alpha'_1|^2$ ($|\alpha'_2|^2$) 検出しない確率が $|\alpha_1|^2 = 1 - |\alpha'_1|^2$ ($|\alpha_2|^2 = 1 - |\alpha'_2|^2$) と与えられることになる。なお、一般性を失わずに α_1 や α_2 は正の実数にとれるので今後そのようにする。

式 (5) と同様の密度行列の計算を実行すると、

$$\begin{aligned} \rho &= \text{Tr}_D \rho_s \\ &= \langle D'_+ D_- | \rho_s | D'_+ D_- \rangle + \langle D_+ D'_- | \rho_s | D_+ D'_- \rangle \\ &\quad + \langle D_+ D_- | \rho_s | D_+ D_- \rangle \\ &= |\psi_+\rangle\langle\psi_+| + |\psi_-\rangle\langle\psi_-| \\ &\quad + \alpha_1 \alpha_2 (|\psi_+\rangle\langle\psi_-| + |\psi_-\rangle\langle\psi_+|) \end{aligned} \quad (9)$$

となる。なお、検出器の状態についての対角和をとる際、両方の検出器とも量子を検出しない状態 $|D_+ D_-\rangle$ が加わっている。また式 (9) には $\alpha_1 \alpha_2$ を比例係数に伴って、 $|\psi_+\rangle$ と $|\psi_-\rangle$ という上下の経路の波動関数の積が現れており、その結果、フィルム上の量子密度には

$$\begin{aligned} \langle x | \rho | x \rangle &\propto \frac{1}{L_+^2(x)} + \frac{1}{L_-^2(x)} \\ &\quad + \alpha_1 \alpha_2 \frac{\cos k[L_+(x) - L_-(x)]}{L_+(x)L_-(x)} \end{aligned} \quad (10)$$

と、干渉縞を与える振動項 (右辺最終項) が現れる (図 5)。振動項の比例係数 $\alpha_1 \alpha_2$ の存在は $\alpha_1 = 0$ または $\alpha_2 = 0$ 即ち $\alpha'_1 = 1$ または $\alpha'_2 = 1$ (従って、上下いずれか一方の検出器の検出確率が 1) ならば、量子の通ったスリットが確定し、干渉縞が消えるという

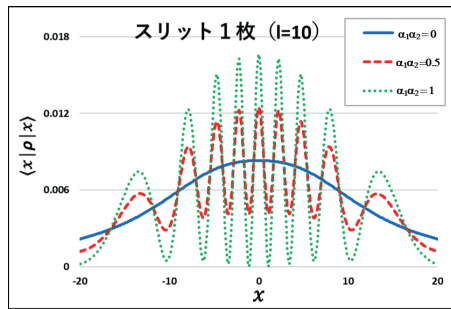


図5. 検出器を設置した二重スリットでのスリット上の量子密度. 検出率に関するパラメータとしては $\alpha_1 \alpha_2 = 0, 0.5, 1$ をとっている. また, 二重スリット・フィルム間の距離 $l = 10$, スリット間隔 $s = 9$, 波長 $= s/5$ (即ち, 波数 $k = 2\pi/\lambda = 10\pi/s$) としている. なお, 本図は正確には式 (10) の右边を表したもので, 量子密度の規格化は行っていない.

ことを表している. ここで, $\alpha'_1 = 1$ かつ $\alpha'_2 = 1$ である (従って, 両方の検出器とも検出確率が 1) である必要はないことに注意しよう. 一方の検出確率 1 の検出器が検出しなければ, 量子は他方の検出器の置かれたスリットを通ったことが決まるからである. 言い換えれば, 干渉縞が現れるための必要十分条件は, 上下両方のスリットの検出確率がともに 1 未満 ($\alpha_1 \alpha_2 < 1$) であることである. なお, スクリーン上で量子波が強め合う明線の条件は, $k(L_+(x) - L_-(x)) = 2m\pi$ であり, 実験では多くの場合 $l \gg s$, x なので $x \simeq m \lambda l / s$ となる.

また, 干渉縞は検出器が検出しないことによって弱められ, その大きさは $\alpha_1 \alpha_2$ で決められる. そのため $\alpha_1 \alpha_2$ は, 先行研究では「純粋度」⁹⁾ と呼ばれている. なお, 関連する量として, 干渉縞の振幅の最大 (小) 値 I_{\max} (I_{\min}) から定義される

$$\text{visibility} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad \text{もよく用いられている.}$$

二層二重スリットの理論

本章では前章で紹介した先行研究に基づき, 図 6 のように二重スリットを二層にした系についての我々の理論を紹介する. なお, 二重スリットを二層にした場合, 右側の二重スリット上で, スリット以外の壁の部分に量子の大部分は衝突する. 我々が問題とするのは, 右側の二重スリットを通して最終的にフィルム上に達する一部の量子のみなので, 実際に実験をする場合には, 二重スリット 1 枚のみの場合よりも非常に多くの量子を必要とする.

図 6 では, 前章で述べた一層目の (左側の) 二重スリットに設置された検出器 D_+ と D_- と同様に, 二層目の (右側の) 二重のスリットにも検出器 Δ_+ と Δ_- がそれぞれ設置されている. それぞれの検出率を $|\beta'_1|^2$, $|\beta'_2|^2$ とするが, 簡単のため β'_i 及び

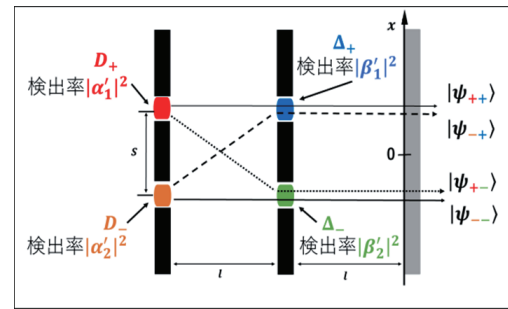


図6. 層二重スリットの模式図. 2枚の二重スリットを並べている. いずれの二重スリットにも上下のスリットに量子検出器が設置されている. 省略されている量子銃からフィルムに至るまでの量子の経路 (上下のスリットの通り方) は $2 \times 2 = 4$ 通り存在する. 2枚の二重スリットは同じスリット間距離 s を持ち, 2枚の二重スリット間の距離と右側の二重スリットとフィルム間の距離はともに 1 である.

β'_i ($i = 1, 2$) を今後 $\beta'^2_i + \beta^2_i$ を満たす正の実数とする (β'^2_i は量子を検出しない確率). 図 6 で表される量子の各経路に沿ったフィルム上の波動関数は

$$\begin{aligned} \langle x | \psi_{++} \rangle &\propto \frac{\exp(ikl)}{l} \cdot \frac{\exp[ikL_+(x)]}{L_+(x)} \\ \langle x | \psi_{+-} \rangle &\propto \frac{\exp(ik\sqrt{l^2 + s^2})}{\sqrt{l^2 + s^2}} \cdot \frac{\exp[ikL_-(x)]}{L_-(x)} \\ \langle x | \psi_{-+} \rangle &\propto \frac{\exp(ik\sqrt{l^2 + s^2})}{\sqrt{l^2 + s^2}} \cdot \frac{\exp[ikL_+(x)]}{L_+(x)} \\ \langle x | \psi_{--} \rangle &\propto \frac{\exp(ikl)}{l} \cdot \frac{\exp[ikL_-(x)]}{L_-(x)} \end{aligned} \quad (11)$$

であり, 量子全体のフィルム上の波動関数はこれらの和 $\psi = \psi_{++} + \psi_{+-} + \psi_{-+} + \psi_{--}$ である.

量子と検出器の合成系の波動関数は

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \psi_{++} \otimes (\alpha'_1 |D'_+ D_- \rangle + \alpha_1 |D_+ D_- \rangle) \\ &\quad \otimes (\beta'_1 |\Delta'_+ \Delta_- \rangle + \beta_1 |\Delta_+ \Delta_- \rangle) \\ &+ \psi_{+-} \otimes (\alpha'_1 |D'_+ D_- \rangle + \alpha_1 |D_+ D_- \rangle) \\ &\quad \otimes (\beta'_2 |\Delta'_+ \Delta_- \rangle + \beta_2 |\Delta_+ \Delta_- \rangle) \\ &+ \psi_{-+} \otimes (\alpha'_2 |D'_+ D_- \rangle + \alpha_2 |D_+ D_- \rangle) \\ &\quad \otimes (\beta'_1 |\Delta'_+ \Delta_- \rangle + \beta_1 |\Delta_+ \Delta_- \rangle) \\ &+ \psi_{--} \otimes (\alpha'_2 |D'_+ D_- \rangle + \alpha_2 |D_+ D_- \rangle) \\ &\quad \otimes (\beta'_2 |\Delta'_+ \Delta_- \rangle + \beta_2 |\Delta_+ \Delta_- \rangle) \end{aligned} \quad (12)$$

である. 前章と同様に装置の状態について対角和を取ることで, 量子の密度行列が

$$\begin{aligned} \rho_e &= \text{Tr}_D \text{Tr}_\Delta |\Psi\rangle \langle \Psi| \\ &= |\psi_{++}\rangle \langle \psi_{++}| + |\psi_{+-}\rangle \langle \psi_{+-}| \\ &\quad + |\psi_{-+}\rangle \langle \psi_{-+}| + |\psi_{--}\rangle \langle \psi_{--}| \\ &\quad + \alpha_1 \alpha_2 (|\psi_{++}\rangle \langle \psi_{-+}| + |\psi_{-+}\rangle \langle \psi_{++}|) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +|\psi_{+-}\rangle\langle\psi_{--}| + |\psi_{--}\rangle\langle\psi_{+-}| \\
& +\beta_1\beta_2(|\psi_{++}\rangle\langle\psi_{+-}| + |\psi_{+-}\rangle\langle\psi_{++}| \\
& +|\psi_{-+}\rangle\langle\psi_{--}| + |\psi_{--}\rangle\langle\psi_{-+}|) \\
& +\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2(|\psi_{++}\rangle\langle\psi_{--}| + |\psi_{+-}\rangle\langle\psi_{-+}| \\
& +|\psi_{-+}\rangle\langle\psi_{+-}| + |\psi_{--}\rangle\langle\psi_{++}|). \quad (13)
\end{aligned}$$

と、得られる。これにより、フィルム上の量子密度は、そのフィルム上での規格化を行うと、

$$\begin{aligned}
\langle x|\rho|x\rangle &= \frac{\langle x|\rho_e|x\rangle}{Z}, \quad Z = \int_{-\infty}^{\infty} \langle x|\rho_e|x\rangle dx, \\
\langle x|\rho_e|x\rangle &= \left(\frac{1}{l^2} + \frac{1}{l^2 + s^2} + 2\alpha_1\alpha_2 \frac{\cos[k(\sqrt{l^2 + s^2} - l)]}{l\sqrt{l^2 + s^2}} \right) \\
&\times \left(\frac{1}{L_+^2(x)} + \frac{1}{L_-^2(x)} \right) \\
&+ 2\beta_1\beta_2 \left\{ \alpha_1\alpha_2 \left(\frac{1}{l^2} + \frac{1}{l^2 + s^2} \right) \right. \\
&\left. + 2 \frac{\cos k(\sqrt{l^2 + s^2} - l)}{l\sqrt{l^2 + s^2}} \right\} \frac{\cos k(L_+(x) - L_-(x))}{L_+(x)L_-(x)} \quad (14)
\end{aligned}$$

と与えられる。(なお、実際の実験では設定によって量子がフィルム上に到達する確率は異なるはずなので、この規格化は理論における便宜上、整理上のものでしかない。) 式(14)は積 $\alpha_1\alpha_2$ や $\beta_1\beta_2$ の関数として与えられ、二重スリットが1枚のみの場合の自然な拡張になっている。その一方で、両者の積 $\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2$ に依存する新たな項も現れている。

結果と討論

本章では前節で得られた式(14)に基づいて、いくつかのパラメータ別の結果とそれらについての物理的考察を述べる。

右側のスリットで量子を確率1で検出する場合 ($\beta_1\beta_2=0$ の場合)

この場合は、右側の二重スリットの上下どちらのスリットを通ったかが決まる。その後は量子波が干渉する余地がないため、先行研究⁹⁾で検出器の検出確率が1の場合に帰着し、干渉縞は $\alpha_1\alpha_2$ によらず消失する(図7)。このことは、式(14)の $\langle x|\rho_e|x\rangle$ が

$$\begin{aligned}
\langle x|\rho_e|x\rangle &= \left(\frac{1}{l^2} + \frac{1}{l^2 + s^2} + 2\alpha_1\alpha_2 \frac{\cos[k(\sqrt{l^2 + s^2} - l)]}{l\sqrt{l^2 + s^2}} \right) \\
&\times \left(\frac{1}{L_+^2(x)} + \frac{1}{L_-^2(x)} \right) \quad (15)
\end{aligned}$$

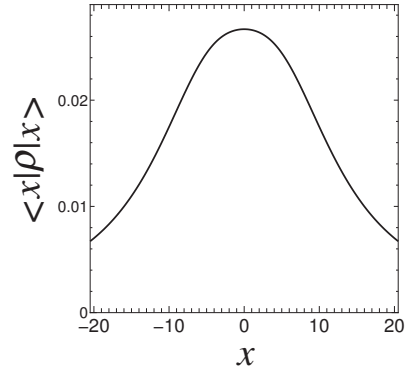


図7. 2枚目の二重スリットの上下いずれかのスリットで量子が必ず検出される場合($\beta_1\beta_2=0$ の場合)のフィルム上の量子密度。この場合、結果は $\alpha_1\alpha_2$ には依存しない(本文参照)。二重スリットと2枚目のフィルム間の距離(=2枚の二重スリット間の距離) $l=10$ 、スリット間隔 $s=9$ 、波長 $\lambda=s/5$ (波数 $k=2\pi/\lambda=10\pi/s$)を採っている。

となることからわかる。なお、式(15)は $\alpha_1\alpha_2$ に依存する項と x に依存する項との積で書かれているため、規格化を行った後の $\langle x|\rho|x\rangle$ はもはや $\alpha_1\alpha_2$ には依存しない。よって式(15)と式(7)は、規格化まで考慮すれば完全に一致する。

右側のスリットで量子を全く検出しない場合 ($\beta_1\beta_2=1$ の場合)

この場合には、他のパラメータによらず必ず干渉縞が生じる。仮に量子が通った左側のスリットの上下が確定しても右側の二重スリットの上下どちらを量子が通ったかが確定せず、右側の二重スリットとフィルムの間では2つの進路の異なる波が存在するからである。なお、ここまでの説明だけでは左側の二重スリットの検出器の役割が小さいように思えるかもしれないが、以下の小節で示すように左側の二重スリットの検出器も一定の条件下で重要な役割を果たす。

$\alpha_1\alpha_2=1$ の場合

$\alpha_1\alpha_2=\beta_1\beta_2=1$ の場合は、全ての検出器がない場合に対応する。図8は $\beta_1\beta_2=0$ 、 $\alpha_1\alpha_2=1$ の場合の量子密度の結果を示している。ここで s について、後述する図9の $\alpha_1\alpha_2=0$ のときとの比較のため、図9と同じ3つのスリット間隔 s の数値を採用している。結果は、古典的なヤングの実験を二層二重スリットで行った場合と同様である。即ち、量子密度はフィルム上の原点 $x=0$ で強め合って最大値をとり、原点を対称とした干渉縞が形成する。

$\alpha_1\alpha_2=0$ の場合

ところが、 $\alpha_1\alpha_2=0$ の場合は話が変わって来る。このとき、左側の二重スリット上での量子の経路は

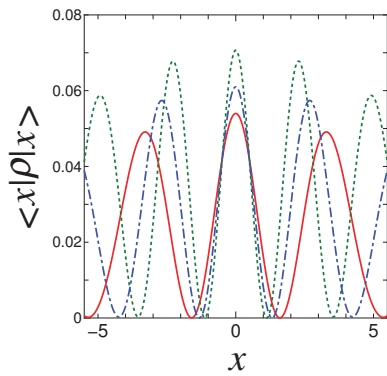


図 8. 両方の二重スリットとも量子を検出しない場合 ($\alpha_1 \alpha_2 = \beta_1 \beta_2 = 1$ の場合) のフィルム上の量子密度. $\lambda = 1$ (波数 $k = 2\pi / \lambda = 2\pi$), $l = 10$ とし, $s = s_{\text{reverse}} \approx 3.20$ (実線: 赤), $s = s_{\text{same}} \approx 4.58$ (破線: 緑) $s = (s_{\text{same}} + s_{\text{reverse}})/2 \approx 3.89$ (一点破線: 青) の 3 つの s のときの結果を示している.

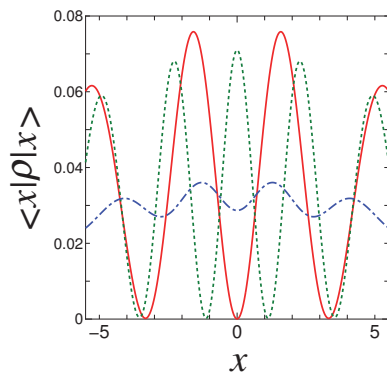


図 9. 右側の二重スリット上では量子を検出しないが、左側の二重スリット上では必ず量子を検出する場合 ($\alpha_1 \alpha_2 = 0$ かつ $\beta_1 \beta_2 = 1$ の場合) のフィルム上の量子密度. $\lambda = 1$ (波数 $k = 2\pi / \lambda = 2\pi$), $l = 10$ とし, $s = s_{\text{reverse}} \approx 3.20$ (実線: 赤), $s = s_{\text{same}} \approx 4.58$ (破線: 緑) $s = (s_{\text{same}} + s_{\text{reverse}})/2 \approx 3.89$ (一点破線: 青) の 3 つの s のときの結果を示している. $s = s_{\text{reverse}}$ (実線) のときと異なり, $s = s_{\text{same}}$ (破線) のときは原点で量子密度が極小になっていることが分かる.

確定している。量子が仮に上のスリットを通ったとすると、その量子が右側の二重スリットの上のスリットを通過する場合と、下のスリット通過する場合で、経路長はそれぞれ $\sqrt{l^2 + s^2}$ となる。まず経路差 $\sqrt{l^2 + s^2} - l$ が波長の整数 m 倍、即ち

$$s = \sqrt{m^2 \lambda^2 + 2m\lambda l} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (16)$$

のときは、右側の二重スリットにおける上下のスリット上での波は同位相で、それらがフィルムの原点に来たときはお互いに強め合い、原点で最大をとる干渉縞が形成され、 $\alpha_1 \alpha_2 = 1$ のときと同様となる。

しかし、 $\sqrt{l^2 + s^2} - l$ が波長 λ の半整数 $(m + 1/2)$ 倍になるとき、即ち

$$s = \sqrt{\left(\frac{2m+1}{2}\lambda\right)^2 + (2m+1)\lambda l} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (17)$$

のときは右側の二重スリットにおける上下のスリット上での波が逆位相となるため、フィルムの原点で波は弱め合い、量子密度は極小をとる。なお、実験系では多くの場合 $l \gg \lambda$ なので $s_{\text{same}} \approx \sqrt{2m\lambda l}$, $s_{\text{reverse}} \approx \sqrt{(2m+1)\lambda l}$ と条件式が近似できる。

上記を図 9 により確認しよう。右側の上下のスリットで同位相になる場合 (経路差が 1 波長: $s = s_{\text{same}} \equiv \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda l}$) と逆位相になる場合 (経路差が半波長: $s = s_{\text{reverse}} \equiv \sqrt{\lambda^2/4 + \lambda l}$) で、確かに原点での極大、極小が入れ替わることが分かる。参考のため両者の平均 $s = (s_{\text{same}} + s_{\text{reverse}})/2$ のときの結果も加えてある。このように s によって、原点での極大と極小が徐々に入れ替わる。この極大と極小の入れ替わりは、二重スリット 1 枚だけでは生じず、2 枚の二重スリットを考えることで初めて生じるものである。

なお、前小節の図 8 に戻ると、右側の二重スリットのスリットの上下での位相差の効果が部分的ながらも現れており、 $s = s_{\text{same}}$ (破線)、 $s = (s_{\text{same}} + s_{\text{reverse}})/2$ (一点破線)、 $s = s_{\text{reverse}}$ (実線) という順に、原点での密度の大きさが減少していることが分かる。

一般の $\alpha_1 \alpha_2$ の場合

前小節で量子密度が原点で極小になった場合 ($s = s_{\text{reverse}} = \sqrt{\lambda^2/4 + \lambda l}$) を考え、 $\alpha_1 \alpha_2$ を 0 から 1 まで増加させていくと、原点での振る舞いが極小

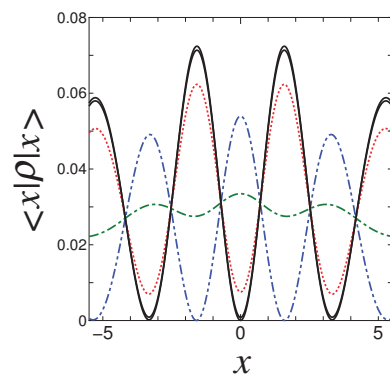


図 10. 右側の二重スリット上で量子を検出しない場合に ($\beta_1 \beta_2 = 1$ の場合). 左側の二重スリット上での量子の検出率を変えた場合の量子密度. $\lambda = 1$ (波数 $k = 2\pi / \lambda = 2\pi$), $l = 10$, $s = s_{\text{reverse}} = \sqrt{\lambda^2/4 + \lambda l} \approx 3.20$ を採っている. 原点での密度が低いグラフから高いグラフへの順に $\alpha_1 \alpha_2 = 0, 0.9$ (いずれも実線: 黒), 0.99 (点線: 赤), 0.999 (一点破線: 緑), 1 (二点破線: 青) のときの結果を表している.

から極大へと移り変わることが確かめられるはずである。しかし、 $\alpha_1 \alpha_2 \leq 0.9$ 程度まではほとんど変化が見られず、 $\alpha_1 \alpha_2 = 1$ 近傍で驚くほど急に変化する。図 10 では $\alpha_1 \alpha_2 = 0, 0.9, 0.99, 0.999, 1$ のときを示しているが、このうち $\alpha_1 \alpha_2 = 0$ と $\alpha_1 \alpha_2 = 0.9$ のグラフはほとんど重なってしまっている。これは左側の二重スリットで量子を検出する場合、フィルム上の原点で弱め合いが起き得る条件下では、左側の二重スリット上での検出確率がかなり低くなるまでその弱め合いが確認できることを示している。

「純粋度」について

二重スリット 1 枚のみの場合、干渉縞の強弱の強さを決める「純粋度」は $\alpha_1 \alpha_2$ で定義されている。一方で既に見たように、二層二重スリットの場合は、フィルムの前にある右側の二重スリットの検出率に関するパラメータ $\beta_1 \beta_2$ がゼロでないときのみ干渉縞が現れる。従って、純粋度に相当するパラメータは $\beta_1 \beta_2$ になるべきであろうと期待される。

実際に、前節で紹介した左側の二重スリットからの波が右側の二重スリットの上下スリットの位置で同位相になる場合、即ち $s = s_{\text{same}}$ の場合には、上記の予想が当てはまる。図 11 は $\alpha_1 \alpha_2 = 0.5$ を固定し、 $\beta_1 \beta_2$ を変えた結果を示しているが、干渉縞の振幅が $\beta_1 \beta_2$ の増加に伴って滑らかに大きくなる様子が見られる。一方、逆に $\beta_1 \beta_2 = 0.5$ を固定し、 $\alpha_1 \alpha_2$ を変化させても、ほとんどグラフの変化が見られない。図 12 では実際には $\alpha_1 \alpha_2$ を 0 から 1 まで 0.2 刻みで変化させた計 6 つのグラフが書かれているが、線幅の範囲内にその変化は収まっている。このように、 $s = s_{\text{same}}$ の場合には二重スリットの 1 枚の場合の純粋度に相当するはたらきを $\beta_1 \beta_2$ がし、逆に $\alpha_1 \alpha_2$ はそのはたらきをしないことが分かる。

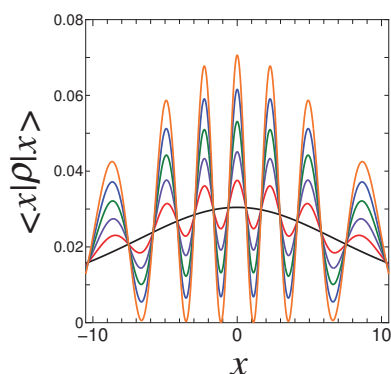


図 11. $\alpha_1 \alpha_2 = 0.5$ を固定し、 $\lambda = 1$ (波数 $k = 2\pi / \lambda = 2\pi$), $l = 10$, $s = s_{\text{same}} = \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda l} = 4.58$ を採った場合の $\beta_1 \beta_2$ 依存性を示したもの。原点での量子密度の小さいものから順に $\beta_1 \beta_2 = 0$ (黒), 0.2 (赤), 0.4 (紫), 0.6 (緑), 0.8 (青), 1.0 (橙) のグラフである (全て実線)。

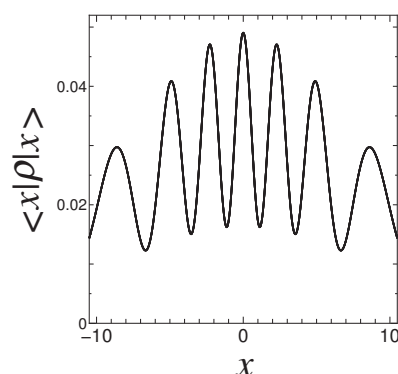


図 12. $\beta_1 \beta_2 = 0.5$ を固定し、 $s = 1$ (波数 $k = 2\pi / \lambda = 2\pi$), $l = 10$, $s = s_{\text{same}} = \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda l} = 4.58$ を採った場合の、 $\alpha_1 \alpha_2$ 依存性を示したもの。実際には $\alpha_1 \alpha_2 = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ をプロットしているが、全てのグラフが線幅の範囲内に収まっている。

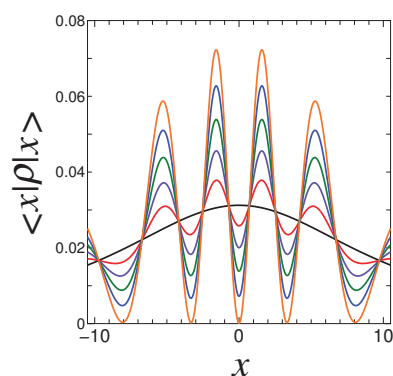


図 13. $\alpha_1 \alpha_2 = 0.5$ を固定し、 $\lambda = 1$ (波数 $k = 2\pi / \lambda = 2\pi$), $l = 10$, $s = s_{\text{reverse}} \approx 3.20$ を採った場合の、 $\beta_1 \beta_2$ 依存性を示したもの。原点での量子密度の小さいものから順に $\beta_1 \beta_2 = 0$ (黒), 0.2 (赤), 0.4 (紫), 0.6 (緑), 0.8 (青), 1.0 (橙) のグラフである (全て実線)。

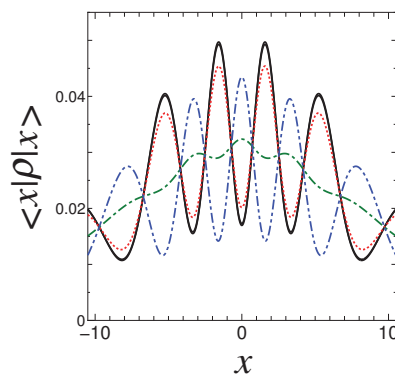


図 14. $\beta_1 \beta_2 = 0.5$ を固定し、 $\lambda = 1$ (波数 $k = 2\pi / \lambda = 2\pi$), $l = 10$, $s = s_{\text{reverse}} = \sqrt{\lambda^2 / 4 + \lambda l} \approx 3.20$ を採った場合の $\alpha_1 \alpha_2$ 依存性を示したもの。原点での密度が低いグラフから高いグラフへの順に $\alpha_1 \alpha_2 = 0, 0.9$ (いずれも実線: 黒), 0.99 (点線: 赤), 0.999 (一点破線: 緑), 1 (二点破線: 青) のときの結果を表している。

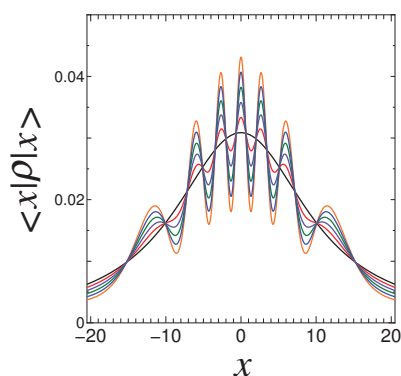


図 15. $\alpha_1\alpha_2=0.5$ を固定し, $\lambda=1$ (波数 $k=2\pi/\lambda=2\pi$), $l=10$, $s=(s_{\text{same}}+s_{\text{reverse}})/2\approx 3.89$ を採った場合の, $\beta_1\beta_2$ 依存性を示したもの. 原点での量子密度の小さいものから順に $\beta_1\beta_2=0$ (黒), 0.2 (赤), 0.4 (紫), 0.6 (緑), 0.8 (青), 1.0 (橙) のグラフである (全て実線).

一方で、前節で紹介した左側の二重スリットからの波が右側の二重スリットの上下スリットの位置で逆位相になる場合、即ち $s=s_{\text{reverse}}$ のときは前小節中で述べたように状況はやや複雑になる。まず $\alpha_1\alpha_2$ を固定して、 $\beta_1\beta_2$ を変化させてみると、 $s=s_{\text{same}}$ のときと同様に $\beta_1\beta_2$ とともに振幅が大きくなる (図 13)。他方、 $\beta_1\beta_2=0.5$ を固定して、 $\alpha_1\alpha_2$ を変化させると、前小節で $\beta_1\beta_2=1$ を調べた場合と同様、 $\alpha_1\alpha_2$ が 1 に近づくとき急激に干渉縞の極小と極大が入れ替わる (図 14)。その意味では、 $\alpha_1\alpha_2$ も $\beta_1\beta_2$ の値によっては振幅を変える能力をもっているといえる。 $\beta_1\beta_2=0$ のとき、即ち確率 1 で右側の二重スリットが量子を検出する場合には 4.1 節で既に述べたように、干渉縞がスリット間隔 s や $\alpha_1\alpha_2$ によらずそもそも存在しなくなるので、 $\alpha_1\alpha_2$ が振幅を大きく変えるのは、 $\beta_1\beta_2$ がある程度の大きさをもつときに限られるといえる。

また、中間的な $s=(s_{\text{same}}+s_{\text{reverse}})/2$ のときは $\beta_1\beta_2$, $\alpha_1\alpha_2$ とともに振動の振幅を大きくする働きを示すが、それぞれ図 15 と図 16 から見て取れる。

以上のことから、 $\beta_1\beta_2$ は諸条件によらず常に振動の振幅を大きくするが、 $\alpha_1\alpha_2$ も条件によって同様の働きをすることが分かる。従って、本研究の二層二重スリットの場合、 $\beta_1\beta_2$ のみで純粋度が決まるわけではなく、 $\alpha_1\alpha_2$ も役割をもつ場合があり、純粋度を定義するとしてもより複雑な定義にする必要があるだろう。

まとめ

今回我々は、二重スリットの量子干渉についての先行研究⁹⁾を拡張して二重スリットを二層にし、全てのスリット上に量子の通過を検出する検出器を設置

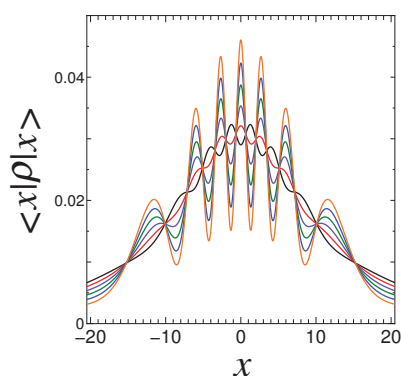


図 16. $\beta_1\beta_2=0.5$ を固定し, $\lambda=1$ (波数 $k=2\pi/\lambda=2\pi$), $l=10$, $s=(s_{\text{same}}+s_{\text{reverse}})/2\approx 3.89$ を採った場合の, $\alpha_1\alpha_2$ 依存性を示したもの. 原点での量子密度の小さいものから順に $\alpha_1\alpha_2=0$ (黒), 0.2 (赤), 0.4 (紫), 0.6 (緑), 0.8 (青), 1.0 (橙) のグラフである (全て実線).

した系の量子干渉について理論解析を行った。その結果、フィルム直前の右側の二重スリット上での測定が干渉の有無を決めるという自然な予想を確認するとともに、二層になることによる量子波の干渉条件の変化と量子の経路の観測とを複合する効果によって、フィルム上の干渉縞の極大、極小が入れ替わるという興味深い結果を得た。

文献

- 1) Tsuchiya Y, Inuzuka E, Kurono T and Hosoda M (1986) Photon-counting image and its application. *Adv. Electron. El. Phys.* **64 A**: 21-31.
- 2) Tonomura A, Endo J, Matsuda T, Kawasaki T and Ezawa H (1989) Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. *Am.J. Phys.* **57**: 117.
- 3) Carnal O and Mlynek J (1991) Young's double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.* **66**: 2689-2692.
- 4) Arndt M, Nairz O, Vos-Andreae J, Keller G, vander Zouw G and Zeilinger A (1999) Wave-particle duality of C60 molecules. *Nature* **401**: 680-682.
- 5) Eibenberger S, Gerlich S, Arndt M, Mayor M and Tüxen J (2013) Matter-wave interference of particles selected from a molecular library with masses exceeding 10,000 amu. *Phys. Chem. Chem. Phys.* **15**: 14696-14700.
- 6) 朝永振一郎 (1976) 光子の裁判. 講談社, 東京.
- 7) 細谷暁夫 (2014) 「光子の裁判」再び: 波乃光子は本当に無罪か. 別冊日経サイエンス 2014. 日経サイエンス社, 東京. pp42-51.
- 8) M. Jammer (1974) *The Philosophy of Quantum Mechanics*. Wiley New York.
- 9) 小出功史 (1992) 量子力学における観測問題の現状. *物性研究* **58**: 418-442.