一般化集荷配送巡回セールスマン問題とその応用

片桐英樹*

Generalized Pickup and Delivery Traveling Salesman Problems and Their Applications

Hideki KATAGIRI*

1．はじめに

巡回セールスマン問題(TSP：Traveling Salesman Problem)[1, 4, 32]とは，複数の訪問先を一度ずつ巡回するときに，全ての経路の中で最も短い巡回路を求める問題である．TSPはNP困難な組合せ最適化問題の一つであり，基盤配線，配送計画，スケジューリング，X線による結晶実験，タンパク質の構造解析，VLSI設計など多くの応用をもつ．

巡回セールスマン問題には様々なバリエーションがあり[10]，その中の一つに一般化巡回セールスマン問題(GTSP: Generalized TSP)[8, 20, 14]が挙げられる．一般化巡回セールスマン問題とは，訪問先が複数のグループに分かれており，各グループに属する点を1点ずつ訪問する巡回路の中で最も短い巡回路を求めるTSPである．

別のバリエーションとして，集荷配送巡回セールスマン問題(PDTSP: Pickup and Delivery TSP)[7]がある．集荷配送巡回セールスマン問題とは，ある訪問先（配送点）に行く前に対応する訪問先（集荷点）に行かなければならないという先行順序制約が付加されたTSPである．著者ら[15, 17, 18, 19]はプリント基板検査経路最適化問題をPDTSPでモデル化し，効率的な解法を開発した．共同研究企業が販売する基板検査機器に開発アルゴリズムを組込み[24]，最大で40%の検査時間が短縮[22]され，現場で大きな成果が得られている．

GTSPとPDTSPの2つの問題を組合せると，クラスタ間の先行順序制約を考慮した一般化集荷配送巡回セールスマン問題(GPDTSP: Generalized Pickup and Delivery TSP)を考えることができる．この問題は，近年に著者らによって，新しいタイプの検査機器を用いたプリント基板検査経路最適化問題[15]を応用例として導入された．本稿では，GPDTSPについて，関連研究と著者らの研究成果を概説する．

本稿の構成は以下の通りである．まずGPDTSPを導入するための準備として，2節，3節では，それぞれGTSP，PDTSPの定式化とその応用について述べる．4節では，本題であるGPDTSPを導入し，5節でGPDTSPでモデル化される現場の問題として，プリント基板検査経路最適化問題について紹介する．6節でまとめと今後の課題について述べる．

2．巡回セールスマン問題(TSP)

TSPとは，都市の集合と各2都市間の移動コスト（距離など）が与えられたとき，全ての都市を一度ずつ巡り出発地に戻る巡回路の総移動コストが最小の巡回路を求める組合せ最適化問題である．

TSPの定式化にはいくつかの方法があるが，ここでは紙面の制約により，その中の一つを紹介する．Vを都市（訪問先）を表す点集合，c_{ij}を点i, j間のコスト（距離など）とする．また，x_{ij}を点i, j間の枝を経路に含める場合に1, 含めない場合に0の値をとる0-1決定変数とする．このとき，TSPは次の数理計画問題として定式化できる．

$$\min \quad \sum_{i \in V} \sum_{j \in V \setminus \{i\}} c_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{j \in V \setminus \{i\}} x_{ij} = 1,\ i = 1, 2, \ldots, n \tag{2}$$

$$\sum_{i \in V \setminus \{j\}} x_{ij} = 1,\ j = 1, 2, \ldots, n \tag{3}$$

$$\sum_{i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V,\ S \neq V,\ |S| \geq 2 \tag{4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\},\ \forall i, j \in V\ (i \neq j) \tag{5}$$

ここで，(2)式は点iから出る枝が丁度1本であること，また，(3)式は，点jに入る枝が丁度1本であることを規定す

*教授　経営工学科
Professor, Dept. of Industrial Engineering and Management

る．(5)式は部分巡回路が形成されることを避けるための制約式である．

巡回セールスマン問題の名前の起源は明確ではなく，1940年代後半のランド社のFloodによるプロジェクトで取り上げられたのが最初と言われている．TSPの歴史や背景等に興味のある読者は他の著書[1, 4, 32]を参照されたい．

3．一般化巡回セールスマン問題(GTSP)

一般化巡回セールスマン問題(GTSP : Generalized TSP)とは，TSPにおいて，点が複数のグループ（ここではクラスタと呼ぶ）に分かれており，各クラスタに属する点を一つずつ通ってできる巡回路の中で最短のものを求める問題である．

TSPが全ての点を通る最短巡回路を求める問題であるのに対し，GTSPは全てのクラスタを通る最短巡回路を求める問題であり，点をクラスタに"一般化"している．GTSPにおいて全てのクラスタが頂点1つから構成される場合はTSPとなるため，GTSPはTSPと同じくNP困難に属する問題である．

GTSPは1960年代に，コンピュータ記録のバランシングや福祉事務所の訪問経路を決定する問題でHenry-Labordere[12]，Saskena[28]，Srivastavaら[31]によって広められた．簡単な例として，図1に示されるように都市ごとに営業区域が分割されている状況での配送問題が考えられる．

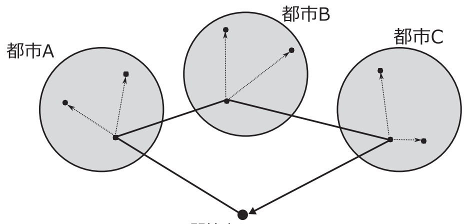

図1 GTSPとなる配送問題の例

この例では，各都市（営業区域）に複数の拠点となる営業所が存在しており，各都市でいずれか1つの営業所に訪問して配送すればよい（各都市内への配送はその営業所に任せる）という状況で最短巡回路を求めることが目的である．営業所を点，都市をクラスタと見なせば，この配送問題はGTSPとなり，図の実線矢印が最適解（最適巡回路）となる．

GTSPの定式化にはTSPと同様，いくつかの定式化の方法がある．ここでは，一例として，Noonら[23]が提案した定式化を紹介する．点集合Vと枝集合Eから構成されるグラフ$G=(V,E)$において，点集合がクラスタC_p，$p=1,2,\ldots,m$にグループ化されているものとする．実行可能な経路Tを構成する枝の集合をE_T，点集合をN_Tとする．このとき，GTSPは次のような数理計画問題として定式化できる[23].

$$\min \sum_{i\in V}\sum_{j\in V\setminus\{i\}} c_{ij}x_{ij} \tag{6}$$

$$\text{s. t.} \sum_{i\in C_p}\sum_{j\in V\setminus C_p} x_{ij}=1,\ p=1,2,\ldots,m \tag{7}$$

$$\sum_{i\in V\setminus C_p}\sum_{j\in C_p} x_{ij}=1,\ p=1,2,\ldots,m \tag{8}$$

$$\sum_{i\in V} x_{ij}-\sum_{k\in V} x_{jk}=0, \quad \forall j\in V\ (i\neq j\neq k) \tag{9}$$

$$\sum_{(i,j)\in E_T} x_{ij}-\sum_{k\in N_T}\sum_{\substack{l\notin N_T\\(k,l)\in E}} x_{kl} \tag{10}$$

$$\leq |A_T|-1 \tag{11}$$

$$x_{ij}\in\{0,1\},\ \forall i,j\in V\ (i\neq j) \tag{12}$$

(7)式はクラスタC_pからそれ以外のクラスタに出る枝は1本のみ，(8)式は逆に入る枝が1本のみ，(9)式は点jについて入る枝と出る枝の数が等しいという制約である．(11)式は，部分巡回路を排除し，同じ枝を2度通ることを禁止している．GTSPの詳細や応用に興味のある読者は他の文献（例えば[10]）を参照されたい．

4．集荷配送巡回セールスマン問題(PDTSP)

集荷配送巡回セールスマン問題(PDTSP: Pick and Delivery TSP)とは，商品が置いてある場所（集荷点）を訪問して商品を受け取ってから顧客がいる場所（配送点あるいは配達点）にその商品を届けるというように，集荷点と配送点の間に先行順序制約が存在するTSPである．

図2においては，点A，Bで集荷した荷物をそれぞれ点A'，B'へ配送する状況を考えており，点A'の前に点A，また点B'の前に点Bを訪問しなければならないという先行順序制約が存在する．

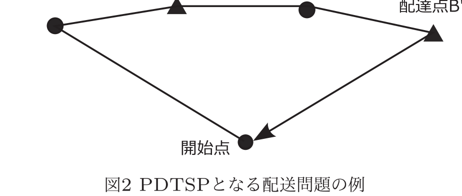

図2 PDTSPとなる配送問題の例

TSPにおいて「ある点Aを訪問する前に，必ず点Bを訪問しなければならない」という先行順序制約を追加された問題は一般に先行順序制約付き巡回セールスマン問題[2](TSPPC: TSP with Precedence Constraints) と呼

ばれる．PDTSPでは集荷点と配送点がペアになっており（ある集荷点で集めた商品の配送先は一つのみ），一方で，TSPPCでは必ずしもペアになっている必要はない．したがって，PDTSPはTSPPCの特殊なケースと見なすことができる．PDTSPにおいて，集荷点と配送点の区別を取り除けばTSPとなるため，PDTSPはNP困難な組合せ最適化問題である．

次にPDTSPの定式化について紹介する．集荷点の集合を$P = \{1, 2, \ldots, n\}$, 配送点の集合を$D = \{n+1, n+2, \ldots, 2n\}$とする．ここで，集荷点$i \in P$と配送点$n+i \in D$は1対1に対応しており，集荷点の番号に$n$を加えた点が対応する配送点とする．また，始点（出発点）を0, 終点を$2n+1$とする．始点と終点が一致する場合は，始点と終点の距離を0とすればよいため，このようにしてもモデルとして一般性は失わない．任意の部分集合$S \subseteq V$に対して，$\delta(S) \triangleq \{(i,j) \in E : \ i \in S,\ j \notin S \text{ or } i \notin S,\ j \in S\}$と定義する．また，点$i$に対して，$\delta(i) \triangleq \delta(\{i\})$とする．このとき，PDTSPは次のように定式化される[7].

$$
\begin{aligned}
\min & \sum_{i \in V} \sum_{j \in V \setminus \{i\}} c_{ij} x_{ij} && (13)\\
\text{s. t. } & x_{0,2n+1} = 1 && (14)\\
& x(\delta(i)) = 2,\ \forall i \in V && (15)\\
& x(\delta(S)) \geq 2,\ \forall S \subseteq V,\ 3 \leq |S| \leq |V|/2 && (16)\\
& x(\delta(S)) \geq 4,\ \forall S \in \mathcal{U} && (17)\\
& x_{ij} \in \{0,1\},\ \forall i,j \in V\ (i \neq j) && (18)
\end{aligned}
$$

ここで，$\mathcal{U}$は$0 \in S$，$2n+1 \notin S$，$3 \leq |S| \leq |V|-2$を満たし，$i \notin S$かつ$n+i \in S$となる集荷点$i \in P$が存在するような集合$S \subset V$の族である．また，枝集合E'に対して$x(E')$は$x(E') \triangleq \sum_{(i,j) \in E'} x_{ij}$で定義される．(14)式は始点と終点が接続されていること，(15)式は各点に接続する枝が2本であることを規定する制約であり，(16)式は部分巡回路除去制約である．(17)は集荷点$i \in P$と対応する配送点$n+i \in D$の間で満たされるべき先行順序制約であり，$\mathcal{U}$の定義から集合SとS以外の点集合の間には4本以上接続する必要がある（詳細は[7]を参照）．

著者ら[15, 17, 18]はプリント基板検査経路最適化問題が集荷配送巡回セールスマン問題[3, 7, 13, 27]の一種してモデル化できることを示し，先行順序制約付き巡回セールスマン問題[29]として定式化した．また，実用時間内に良質の準最適解を得るためのメタ戦略に基づくアルゴリズムも提案している[19]．著者らが開発したアルゴリズムは共同研究先のプリント基板検査機器に組み込まれ[24]，最大で約40%の検査時間の短縮化に成功し[22]，現場で大きな成果が得られている．

5．一般化集荷配送巡回セールスマン問題(GPDTSP)

4節で紹介したPDTSPでは，(集荷点と配送点という）点の間に先行順序制約が課されていたが，これを（集荷クラスタと配送クラスタという）クラスタ間の先行順序制約に拡張したものがGPDTSPである．つまり，ある配送クラスタAのいずれかの点を訪問する前に，対応する集荷クラスタBのいずれかの点を訪問しなければならないという制約が存在するTSPを考える．

このようにして，4節のPDTSPと3節のGTSPの2つのTSPを組み合わせたのが，一般化集荷配送巡回セールスマン問題(GPDTSP: Generalized Pickup and Delivery Traveling Salesman Problem) [15]である．GPDTSPはクラスタ間に先行順序関係が存在するTSPであるため，先行順序制約付き一般化巡回セールスマン問題(GTSPPC: generalized traveling salesman problems with precedence constraints)である．ただし，GPDTSPでは集荷クラスタで集荷した荷物の配送先（配送クラスタ）は1つのみが対応しており，GTSPPCではそのような強い制約は無いため，GPDTSPはGTSPPCと特殊型と見なせる．

以下ではGPDTSPの定式化を導入する．$0^-, 0^+$をそれぞれ始点と終点とする．配送クラスタがm個あるとし，$D_l,\ l = 1, 2, \ldots, m$で与える．配送クラスタ$D_l$に対応する集荷クラスタが$\alpha_l$個存在するものとし，集荷クラスタを$P_l^{a_l},\ l = 1, 2, \ldots, m,\ a_l = 1, 2, \ldots, \alpha_l$で与える．集荷クラスタ$P_l^{a_l}$の配送先は対応する$D_l$に固定されており，一つの集荷クラスタが複数の配送先（配送クラスタ）をもたない．クラスタの集合$\cup_{l=1}^m D_l \cup \cup_{l=1}^m \cup_{a_l=1}^{\alpha_l} P_l^{a_l}$の部分集合の全ての集まりを$\mathcal{C}$とする．このとき，GPDTSPは次の数理計画問題として定式化できる．

$$
\begin{aligned}
\min\ & \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} && (19)\\
\text{s. t. }\ & x_{+0,-0} = 1 && (20)\\
& x(\delta(v)) = 2y_v,\ \forall v \in V && (21)\\
& \sum_{v \in D_l} y_v = 1,\ l = 1, \ldots, m && (22)\\
& \sum_{v \in P_l^{a_l}} y_v = 1,\\
& \qquad l = 1, 2, \ldots, m,\ a_l = 1, 2, \ldots, \alpha_l && (23)\\
& x(\delta(S_C)) \geq 2,\\
& \qquad \forall S_C \subset \mathcal{C},\ 2 \leq |S_C| \leq m-2 && (24)\\
& x(\delta(S)) \geq 4, \forall S \subset V,\\
& \qquad \{D_l \cup \{+0\}\} \subset S, \left\{P_l^{a_l} \cup \{-0\}\right\} \not\subset S,\\
& \qquad l = 1, 2, \ldots, n,\ a_l = 1, 2, \ldots, \alpha_l && (25)\\
& x_{ij} \in \{0,1\},\ \forall (i,j) \in E && (26)\\
& y_v \in \{0,1\},\ \forall v \in V && (27)
\end{aligned}
$$

(20)式は始点と終点を結ぶ枝は必ず通るという制約である．(21)式は経路として通る頂点には必ず2本の枝が存在するという制約である．(22)式, (23)式はクラスタ内の頂点の1つのみを通るという制約である．(24)式は部分巡回路の形成や経路の分断を避けるための式で，S_Cはクラスタの部分集合を表す．(25)式はクラスタ間の先行順序制約を表す式である．

GTSPPCの応用については複数の論文[6, 9]で扱われているが，GPDTSPの応用に限ると，著者が知る限りではプリント基板検査経路最適化問題[16]以外には見当たらず，今後の進展が期待される．次節では，著者らの論文[16]を基にGPDTSPの応用例を紹介する．

6. GPDTSPの応用例：プリント基板検査経路最適化

本節では，前節で導入したGPDTSPの現実問題への適用例として，プリント基板検査経路の最適化問題を紹介する．

図3はプリント基板の検査で用いるプローブ治具（検査治具）とプリント基板（個片）を表している．プリント基板の配線に異常（断線や短絡）がないかを調べるするために，プローブ治具の中心を個片の検査点に合わせる導通検査を行う．

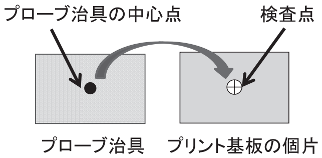

図3 プリント基板（個片）の導通検査

近年の電子機器の小型化に伴い，基板も小型化しており，基板の配線ピッチは数十ミクロンとなっている．プリント基板のたわみによって，検査点の位置がずれるため，近年の検査機器では，導通検査をする前に「アライメント撮像」の操作が加わり，アライメントマークをカメラで撮像することで個辺のたわみ具合を測定して個辺の検査点の正確な位置情報を得る．すなわち，まず「アライメント撮像」の作業を行ってから導通検査の作業を行うというように，２つの作業間に先行順序制約が存在する．

著者らは[16]は，プリント基板検査経路最適化問題において，プローブ治具に取り付けられたカメラが1台の場合[15]を拡張し，カメラを複数取り付けた新しい検査機器を提案している．著者らはカメラが複数台になるとき，5節で導入したGPDTSPとして定式化できることを示した．図4の左は検査ユニットを表している．この図の場合，検査ユニットはアライメント撮像のための2台のカメラが取り付けられている．また同図の右は個片１つにつき，アライメントマークが2点ある状況を表している．

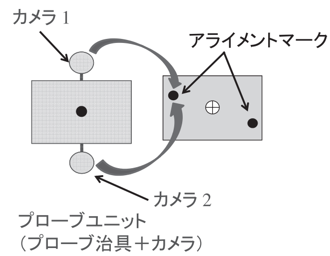

図4 カメラによるアライメント撮像

前述の通り，導通検査の前にカメラによるアライメント撮像を行う必要がある．図4に示す通り，アライメント撮像においては，１つのアライメントマークは2つのカメラのいずれかで撮像される．アライメントマークAを２つのカメラのいずれかで撮像することは，検査ユニットの中心を点A'あるいはA''のいずれかに移動させることに等しい．すなわち，元の個片のアライメントマークAは2つの点A'とA''に置き換えればよいことになる．2点A'，A''のどちらか一方を訪問すればよいという条件を考慮して，A'とA''をひとまとめにする（図5参照）．このアライメントマーク2点の集合を「アライメントクラスタ」と呼ぶことにする．図5では示していないが，アライメントマークBについても同様に，2点B'，B''に置き換えられ，この2点B'，B''もひとまとめにしてアライメントクラスタとする．一方で，検査点は検査ユニットの中心を合わせるため，カメラが1台のときと何ら変わらず，アライメントマークと異なり位置の移動させる必要もない．検査点はアライメントマークと異なり，複数の点とはならないが，ここでは便宜上，1点から構成されるクラスタとして，検査クラスタと呼ぶことにする．

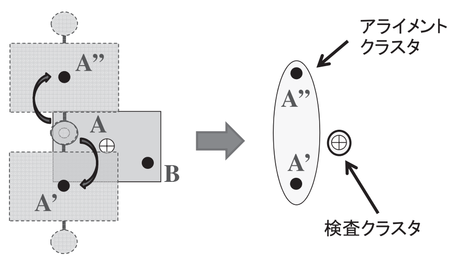

図5 アライメントクラスタと検査クラスタ

一般に基板シートには数多くの個片が並べられており，最少で4個程度，最多で200個程度になる．図6は4個片(縦2×横2)の場合を表している．

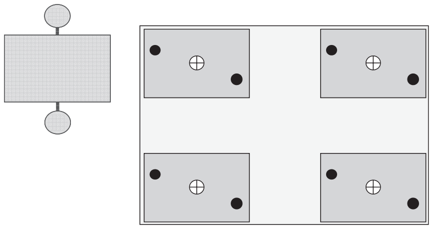

図6 4個片から構成される基板シート

図6を用いて，この問題が一般化集荷配送計画問題としてモデル化できることを示す．図5と同様に，アライメントマークは2点からなるクラスタであるアライメントクラスタとして置き換えられる．図7の右図において，アライメントクラスタに含まれる点のいずれかを訪問した後に検査クラスタに含まれる検査点を訪問するという先行順序関係が存在する．一般に，アライメント撮像用のカメラがk台搭載されている場合，アライメントクラスタに含まれる要素数はk個となる．このようにして，アライメント撮像用カメラが複数台搭載された検査機器を使った場合のプリント基板検査経路最適化問題はGPDTSPとしてモデル化できることがわかる．

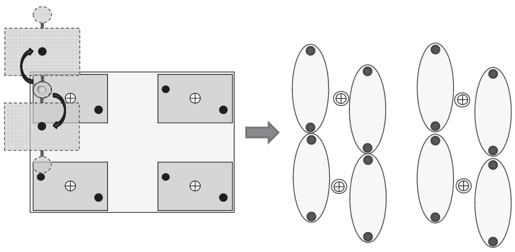

図7 4個片の基板シートに対するモデル化

図7は，アライメント撮像と導通検査を併せた検査経路の一例を表している．

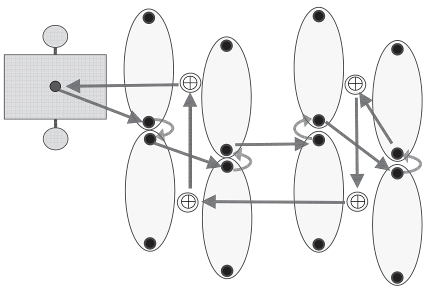

図7 アライメント撮像と導通検査を併せた検査経路の一例

前述の通り，プリント基板検査の現場では，最多で200個程度の個片から成る基板シートを検査する．中規模程度の検査工場で大凡20台程度の検査機器があり，1台あたり1日数千枚の基板シートを検査する．したがって，検査経路を短くすることで基板シート1枚あたりの検査時間が短くなり，コスト削減に繋がる．一方で，GPDTSPはNp困難な問題であるため，個片数の多い基板シートに対する厳密な最適検査経路を実用時間で求めることは実質不可能である．このような状況を考慮し，著者ら[16]は，クラスタ内の訪問点を固定した状態で2-opt[5]及びOr-opt[25]による局所探索を行うステップと，クラスタの訪問順序を固定した状態でクラスタ内で選択する点を探索するステップを交互に繰り返すメタ解法を提案している．ただし，2-optやOr-optを用いて検査経路の枝をつなぎ換えることにより，アライメント点と検査点の間の先行順序制約を満たさない解（検査経路）が生成される可能性がある．過去の研究では，先行順序制約を満たすようなつなぎ換えを高速に見つけて最良解を更新していく逐次的な局所探索法[26]が提案されている．一方，Renaudら[27]は通常の巡回セールスマン問題と同様の局所探索を行って，一旦は先行順序制約を考慮しないで解を生成した後,「各時点での最良解よりも良い（経路長が短い）解が見つかったときのみ」先行順序制約のチェックを行うことにより高速に良質な近似解を導出する方法を提案している．この操作を加えている部分がRenaudら[27]の従来法と異なっていると同時に局所探索として効果が大きいことが数値実験で示されている．

6. おわりに

本稿では，一般化集荷配送巡回セールスマン問題(GPDTSP)に焦点をあて，数理計画問題に基づく定式化とその解法，また現実問題への応用について概説した．理論の詳細や数値実験結果については，著者らの論文[15, 16, 17, 18, 19]を参照されたい．

GPDTSPの研究に対する今後の展開としては，より効率的なアルゴリズムの開発が挙げられる．巡回セールスマン問題に対するヒューリスティクスとして古くからLin-Kernighan法[21]やその改良版[11]など膨大な数の研究があり，最新の成果を組み込むことで，より高性能なアルゴリズムの構築が期待できる．また，厳密解法については現在，GPDTSPに対する分枝カット法の開発を取り組んでおり，別の機会に発表する予定である．

参考文献

[1] D.L. Applegate, R.E. Bixby, V. Chvatal, W.J. Cook, “The traveling salesman problem com-

putational study," *Princeton University Press*, 2007.

[2] E. Balas, M. Fischetti and W.R. Pulleyblank, "The precedence-constrained asymmetric traveling salesman polytope," *Mathematical programming*, **68**-1-3, 1995, p. 241–265.

[3] C. Berbeglia, J.-F. Cordeau, I. Gribkovskaia, G. Laporte, "Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey," *TOP*, **15**-1, 2007. p. 1–31.

[4] ウィリアム・J・クック（著），松浦俊輔 (翻訳)，"驚きの数学　巡回セールスマン問題," 青土社, 2013.

[5] G.A. Croes, "A method for solving traveling salesman problems," *Operations Research*, **6**-6, 1958, p. 791-812.

[6] R. Dewil, P. Vansteenwegen, D. Cattrysse, "Construction heuristics for generating tool paths for laser cutters," *International Journal of Production Research*, **52**-20, 2014, p. 5965–5984.

[7] I. Dumitrescu, S. Ropke, J.-F. Cordeau, G. Laporte, "The traveling salesman problem with pickup and delivery: polyhedral results and a branch-and-cut algorithm," *Mathematical Programming*, **121**-2, 2010, p. 269–305.

[8] M. Fischetti, J.-J. Salazar-Gonzalez, P. Toth, "A branch-and-cut algorithm for the symmetric generalized traveling salesman problem," *Operations Research*, **45**-3, 1997, p. 378–394.

[9] A.H. Gharehgozli, G. Laporte, Y. Yu, R. de Koster, "Scheduling twin yard cranes in a container block," *Transportation Science*, **49**-3, 2015, p. 686–705.

[10] G. Gutin and A.P. Punnen (Eds.), "The Traveling Salesman Problem and Its Variations," Springer, 2006.

[11] K. Helsgaun, "An effective implementation of the Lin-Kernighan traveling salesman heuristic," *European Journal of Operational Research*, **126**-1, 2000, p. 106–130.

[12] A.L. Henry-Labordere, "The record balancing problem: a dynamic programming solution of a generalized traveling salesman problem," *RAIRO-Operations Research*, **B**-2, 1969, p. 43–49.

[13] H. Hernadez-Perez, J.-J. Salazar-Gonzalez, "The multi-commodity pickup-and-delivery traveling salesman problem," *Networks*, **63**-1, 2014, p. 46–59.

[14] D. Karapetyan, G. Gutin, "Lin-Kernighan heuristic adaptions for the generalized traveling salesman problem," *European Journal of Operational Research*, **208**-3, 2011, p. 221–232.

[15] H. Katagiri, Q. Guo, H. Wu, H. Hamori, and K. Kato, "Path optimization for electrically inspecting printed circuit boards with alignment marks," *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2015*, **2**, 2015, p. 979–984.

[16] H. Katagiri, G. Qingqiang, W. Bin a, T. Muranaka, H. Hamori, K. Kato, "Path optimization for electrical PCB inspections with alignment operations using multiple cameras," *Procedia Computer Science*, **60**, 2015, p. 1051–1060.

[17] H. Katagiri, H. Wu, Y. Kakiuchi, H. Hamori, K. Kato, "A route optimization problem in electrical PCB inspections with alignment operations," *Scientiae Mathematicae Japonicae*, Online, 2016.

[18] H. Katagiri, Q. Guo, H. Wu, H. Hamori, K. Kato, "A route optimization problem in electrical PCB inspections: Pickup and delivery TSP-based formulation," In *Transactions on Engineering Technologies* (pp. 193–205), Springer, Singapore, 2016.

[19] 片桐英樹, 呉宏偉, 羽森寛, 垣内洋介, 加藤浩介, "カメラによるアライメント補正を考慮したプリント基板の検査経路最適化," 日本経営システム学会論文誌, **32**-3, 2016, p. 341–351.

[20] G. Laporte, Y. Nobert, "Generalized traveling salesman through n sets of nodes: an integer programming approach," *INFOR: Information Systems and Operational Research*, **21**-1, 1983, p. 60–75.

[21] S. Lin, B.W. Kernighan, "An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman program," *Operations Research*, **21**-2, 1973, p. 498–516.

[22] 日本経済新聞2015.8.15 朝刊，35面.

[23] C.E. Noon and J.C. Bean, "An efficient trans-

formation of the generalized traveling salesman problem," *INFOR: Information Systems and Operational Research*, **31**-1, 1993, p. 39–44.

[24] オー・エイチ・ティー（株），広島大学，目崎，片桐，"接触型回路パターン検査装置及びその検査方法," 特開2015-166680, 2015-9-24.

[25] I. OR, "Traveling Salesman-Type Combinatorial Problems and their Relation to the Logistics of Regional Blood Banking", *Ph.D. Thesis, Department of Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University*, Evanston, IL, 1976.

[26] H.N. Psaraftis, "k-interchange procedures for local search in a precedence-constrained routing problem," *European Journal of Operational Research*, **13**-4, 1983, p. 391–402.

[27] J. Renaud, F.F. Boctor, G. Laporte, "Perturbation heuristics for the pickup and delivery traveling salesman problem," *Computers & Operations Research*, **29**-9, 2002, p. 1129–1141.

[28] J.P. Saskena, "Mathematical model for scheduling clients through welfare agencies," *Canadian Operational Research Society Journal*, **8**-3, 1970, p. 185–200.

[29] S.C. Sarin, H.D. Sherali, A. Bhootra, "New tighter polynomial length formulations for the asymmetric traveling salesman problem with and without precedence constraints," *Operations Research Letters*, **33**-1, 2005, p. 62–70.

[30] H.D. Sherali, S.C. Sarin, P.-F. Tsai, "A class of lifted path and flow-based formulation for the asymmetric traveling salesman problem with and without precedence constraints," *Discrete Optimization*, **3**-1, 2006, p. 20–32.

[31] S.S. Srivastava, S. Kumar, R.C. Garg, P. Sen, "Generalized traveling salesman problem through n sets of nodes," *Canadian Operational Research Society Journal*, **7**, 1969, p. 97–101.

[32] 山本芳嗣, 久保 幹雄, "巡回セールスマン問題への招待," 朝倉書店, 1997.