Science Journal of Kanagawa University 17 : 99-100 (2006)

■報告書■　2005 年度神奈川大学総合理学研究所助成共同研究

NMR 量子コンピュータ

小澤　宏[1]　天野　力[2,6]　岡部建次[3]　坂口　潮[4]　福見俊夫[5]　峯岸安津子[2]

NMR Quantum Computer; Efficient Simulation of C^nNOT with Elementary Quantum Gates

Hiroshi Ozawa[1], Chikara Amano[2,6], Kenji Okabe[3], Ushio Sakaguchi[4], Toshio Fukumi[5] and Atsuko Minegishi[2]

[1] Department of Function Production, Faculty of Engineering, Yokohama National University, Yokohama-City, Kanagawa 240-8501, Japan
[2] Department of Chemistry, Faculty of Science, Kanagawa University, Hiratsuka-City, Kanagawa 259-1293, Japan
[3] Department of Information Systems, Faculty of Information and Culture, Surugadai University, Hanno-City, Saitama 357-8555, Japan
[4] Department of General Education, Faculty of Commerce, Kumamoto Gakuen University, Kumamoto-City, Kumamoto 862-8680, Japan
[5] Department of Management, Faculty of Management, Matsuyama University, Matsuyama-City, Ehime 790-8578, Japan
[6] To whom correspondence should be addressed. E-mail: amano@kanagawa-u.ac.jp

Abstract: On an (n+2)-bit quantum network, a gate for conditional NOT operation with $n \geqq 5$ bits of controls (a C^nNOT gate) can be simulated with $24n$-64 gate of conditional two-bit operations, as well as with $32n$-4 gates of CNOT and one-bit operations. These small numbers of elementary gates (which are approximately half or two thirds of the number known so far) help toward implementation of the oracle U_f: |x>|y> → |x>|y+f(x)> on quantum computers.
Keywords: quantum computer, NMR, C^nNOT gate, Shor's algorithm, oracle unitary transformation

量子コンピュータ(Deutsch, 1985; Feynman, 1986)は、相互作用する量子 2 準位系の集合(例えば分子内核スピン)を量子的なビットとして用いることにより、情報処理を行なおうという発想である。量子ビットの状態をユニタリー変換して計算を実行し、その最終状態を観測して結果を得る。量子コンピュータが魅力的なのは、量子コンピュータによればある種の問題が、もっとも優れた古典的な方法に比べ、指数関数的に高速に解けるからである。

Shor (1994)による整数の素因数分解アルゴリズムなど、多くの量子アルゴリズムは、ユニタリー変換 U_f: |x>|y> → |x>|y+f(x)> (x は n 個, y と f(x)は m 個のビットで表される 2 進数。+は 2 進和)をオラクルとして用いることにより、関数 f の評価を行なっている。このオラクルは、与えられた x に対し、高々 m 個の C^nNOT ゲート(n 個の control ビットがすべて 1 のときに限り target ビットの状態を反転するゲート)でインプリメントされる. Barenco ら(1995)は、n が 5 以上の C^nNOT ゲートは、量子ビットが 1 つだけ余分に存在するとき、すなわち n+2 ビットの系において、8(n-3)個の C^nNOT ゲートより成るシーケンスでシミュレート可能であることを示し、さらにその中の 4 個を除く C^2NOT は、いずれも 6 個の基本量子ゲートでインプリメントできると報告した。

我々はこの C^2NOT ゲートのシーケンスを、基本量子ゲートで、より効率的にインプリメントする方法について考察し、先に、n が 5 以上の CnNOT は、$16n$-8 個の 2 ビット CNOT ゲートと $16n$+4 個の 1 ビットゲート(量子ビットの位相を回転するゲート)より成る、合計 $32n$-4 個の基本ゲートでインプリメント可能であることを示した。今回、我々はさらに考察を進め、同じ C^nNOT ゲートが、$8n$-24 個の CNOT ゲートと $16n$-40 個のルート CNOT ゲート(自乗すると CNOT になるゲート。すなわち control ビットが 1 のときに限り target ビットの位相を x 軸のまわりに $\pi/2$ だけ回転するゲート)より成る、合計 $24n$-64 個の 2 ビットゲートでインプリメント可能であること

を見出した。ここに現れる n の係数 24 は Barenco らが示した係数の 1/2 であり、この CNOT とルート CNOT によるインプリメントは、現時点において知られているもっとも少ない基本ゲート数での C^nNOT のシミュレーション法である。

実際に量子系を用いて C^nNOT を実行するにあたっては、実行時間の短縮を図ることが重要である。1 ビットゲートは当該量子ビットと外場との相互作用を用いて実現できるのに対し、2 ビットゲートの実現には系内に元来備わっている相互作用を用いねばならず、一般に後者は前者に比し格段に弱い。このため C^nNOT の実行に要する時間は、その基本ゲートシーケンス中に含まれる 2 ビットゲートの実行時間で押さえられる。我々が見出した 2 種の方法による C^nNOT の実行時間は、ともに CNOT を 16n 回実行する時間にほぼに等しく、これは Barenco らが示したインプリメント法での実行時間を 2/3 に短縮するものである。